

Relatório Técnico

Nº/Ano: 20429/16	Nº de Páginas: 35	Nº de Anexos: -
Título: NOVA SAR: Aprimoramentos na Superfície de Aversão ao Risco (SAR) para o problema de Planejamento de Médio/Longo Prazo da Operação Hidrotérmica (modelo NEWAVE).		
Departamento: Departamento de Otimização Energética e Meio Ambiente - DEA		
Área de Responsabilidade: B200		Conta de Apropriação: 1345
Cliente: Comissão Permanente para Análise de Metodologias e Programas Computacionais do Setor Elétrico – CPAMP	Equipe de Acompanhamento: GT7 - Questões Metodológicas Associadas aos Modelos Computacionais de Expansão e Operação	

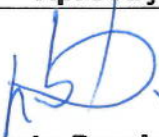
Resumo: Este trabalho apresenta um aprimoramento na metodologia de Superfície de Aversão a Risco (SAR), denominado NOVA SAR: uma nova formulação para a penalização pelo não atendimento às restrições SAR nos subproblemas do NEWAVE, de forma a evitar o acúmulo de penalidades quando há a violação de tais restrições e recuperar o caráter intuitivo do valor dessa violação, que pode ser balizado pela usina térmica mais cara ou o custo do primeiro patamar de déficit.
--

Autores: André Luiz Diniz Souto Lima - Cepel César Luis Vilasboa de Vasconcellos - Cepel Maria Elvira Piñeiro Maceira - Cepel Débora Dias Jardim Penna - Cepel

Palavras-Chave: Planejamento da Operação Energética; Aversão ao Risco; Sistemas Hidrotérmicos; Otimização estocástica; sistemas de grande porte. Classificação: Controlado
--

Gerente de Projeto Maria Elvira Piñeiro Maceira  Tel.: 21-2598-6454 Fax: 21-2598-6482 E-mail: elvira@cepel.br
--

Chefe do Departamento DEA Maria Elvira Piñeiro Maceira  Tel.: 21-2598-6454 Fax: 21-2598-6482 E-mail: elvira@cepel.br

Aprovação  Roberto Pereira Caldas Diretor de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação 02 / 09 / 2016
--

ÍNDICE

1.	INTRODUÇÃO.....	1
2.	PLANEJAMENTO DE MÉDIO PRAZO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA - MODELO NEWAVE.....	3
2.1	Representação das Afluências	4
2.2	Formulação do Problema.....	6
2.3	Estratégia de Solução	10
2.3.1.	Cortes de Benders	11
3.	SUPERFÍCIE DE AVERSÃO A RISCO – MODELAGEM ORIGINAL	12
3.1	Hipóteses básicas.....	12
3.2	Metodologia geral de otimização - SAR construída durante a PDDE.....	13
3.3	Formulação matemática do subproblema da SAR	14
3.3.1.	SAR não condicionada.....	14
3.3.2.	SAR condicionada.....	17
3.4	Restrição da SAR	18
3.4.2.	Coefficientes de armazenamento para restrição da SAR.....	18
3.4.3.	Coefficientes para as afluências passadas.....	19
3.4.4.	Subproblema do NEWAVE com as restrições da SAR	21
3.5	Folga para restrição da SAR.....	21
3.6	Penalidades para violações das restrições no subproblema da SAR	22
4.	"NOVA SAR": APRIMORAMENTO DA METODOLOGIA SAR ATRAVÉS DE UMA NOVA FORMA DE PENALIZAÇÃO PARA VIOLAÇÃO DAS RESTRIÇÕES SAR	23
4.1	Motivação.....	23
4.2	Inclusão de novas restrições	24
4.3	Inclusão de nova variável de estado	25
4.4	Discussão sobre inclusão da restrição adicional nos passos Backward e Forward da PDDE	26
4.5	Inserção de volume mínimo operativo no instante $t + TSAR t$	26
5.	ESQUEMA GERAL DE SUBPROBLEMAS SAR PARA A PDDE.....	28
6.	CONCLUSÕES.....	30
7.	REFERÊNCIAS.....	31

1. INTRODUÇÃO

Em março de 2013 o Conselho Nacional de Políticas Energéticas (CNPE) publicou a resolução CNPE nº 3/2013 [1], determinando que a Comissão Permanente para Análise de Metodologias e Programas Computacionais (CPAMP) promovesse o desenvolvimento e implementação de metodologias para incorporação de aversão risco internamente aos programas computacionais de estudos energéticos e de formação de preços no Brasil: NEWAVE [2], [3] e DECOMP [4], [5], em substituição à Curva de Aversão ao Risco (CAR) que era a metodologia utilizada na época [6]. Apesar de a CAR ser interna ao modelo NEWAVE, os valores utilizados para os níveis dos reservatórios equivalentes eram calculados de acordo com uma metodologia externa, que supunha uma determinada política de intercâmbios entre os subsistemas. Assim, o Centro de Pesquisa de Energia Elétrica (CEPEL), responsável pelo desenvolvimento dos programas computacionais para planejamento e operação do Sistema Interligado Nacional (SIN), internalizou duas novas metodologias de aversão a risco, descritas a seguir:

- O *Conditional Value at Risk* (CVaR), proposto de forma aninhada no tempo em [7] e desenvolvido inicialmente para a programação dinâmica dual estocástica (PDDE) em [8], com uma variável de estado adicional na função de custo futuro. No entanto, a metodologia que foi de fato concebida no modelo foi uma abordagem direta, proposta simultaneamente em [9], [10], onde os cenários de afluência mais críticos recebem um peso maior na obtenção do custo médio utilizado para construção dos cortes da função de custo futuro (FCF). Esta metodologia passou a vigorar no modelo NEWAVE a partir de setembro de 2013, após estudos e validação realizada pela CPAMP [11];
- A Superfície de Aversão a Risco (SAR), inicialmente proposta em [12] e avaliada em [13], onde são inseridas restrições nos subproblemas da PDDE com o objetivo de estabelecer condições mínimas para a combinação dos níveis de armazenamento dos diversos reservatórios do sistema, ao longo do período seco, com o objetivo de atender a um dado nível meta de armazenamento ao final desse período sem a ocorrência de déficit. A metodologia desenvolvida em 2013, descrita em [14] e apresentada de forma resumida na seção 3, é a que foi aprimorada neste trabalho, conforme proposto na seção 4.

Durante os testes realizados pela CPAMP com estas duas novas metodologias, observou-se para a SAR um inconveniente que também existia na metodologia CAR com penalidade original: devido às condições iniciais de armazenamento e de afluências para um determinado estágio, pode não ser possível atender às restrições da SAR em determinado subproblema da PDDE. Portanto é necessário incluir uma variável de folga nessas restrições, que deve ser penalizada na função objetivo. Na metodologia original da SAR avaliada em 2013 [14], o não atendimento as restrições da SAR era penalizado em todos os períodos,

podendo levar a um acúmulo de penalidade quando ocorriam violações da SAR em vários períodos consecutivos. Como consequência, elevava-se de forma excessiva o valor dos custos marginais de operação (CMO), forçando uma calibração dessa penalidade, por um processo de mais difícil realização e que depende, de certa forma, da configuração e condições correntes do sistema. Com isso, perdeu-se o aspecto intuitivo da SAR, já que o valor a ser utilizado para essa penalização deveria ser, em princípio, referenciado pelo custo unitário da térmica mais cara ou do valor do primeiro patamar de déficit.

Este relatório propõe um aprimoramento na modelagem original da SAR, consistindo em uma metodologia denominada de “Nova SAR”. Nesta metodologia, propõe-se uma forma alternativa de penalização na violação das restrições de SAR nos subproblemas da PDDE para o modelo NEWAVE, onde somente a máxima violação ocorrida entre todos os períodos que possuem restrições da SAR em determinado ano é penalizada, no período anterior ao instante referente ao nível meta no subproblema SAR. Devido ao acoplamento temporal promovido por esse procedimento, torna-se necessário incluir uma variável de estado adicional nos cortes da função de custo futuro ao longo do horizonte SAR, com o intuito de sinalizar a máxima violação já ocorrida dentre todos os períodos passados, para fins de aplicação do custo de violação da SAR uma só vez, ao final desse horizonte.

2. PLANEJAMENTO DE MÉDIO PRAZO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA - MODELO NEWAVE

O problema de planejamento no Brasil é complexo, devido ao grande número de usinas hidráulicas e térmicas, e à incerteza nas afluições. Devido a essa complexidade de operação e à necessidade de haver uma operação coordenada, o problema de planejamento é executado pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) com o auxílio de modelos computacionais com diferentes horizontes e diferentes níveis de detalhamento [15]. A cadeia de modelos utilizados no planejamento do sistema elétrico, desenvolvida pelo CEPEL, é apresentada na Figura 2.1.

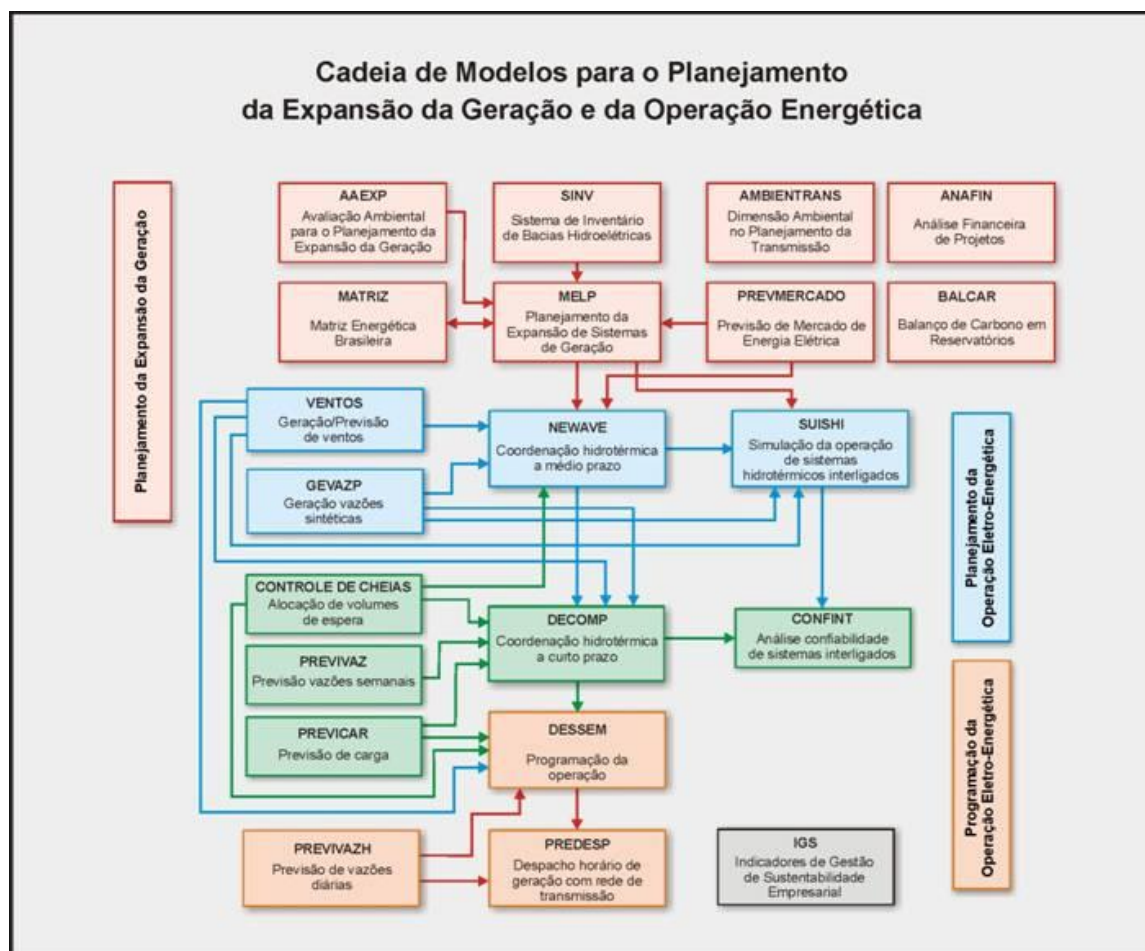


Figura 2.1 - Cadeia de modelos para planejamento do SIN desenvolvida pelo CEPEL.

O modelo NEWAVE [2], [3], desenvolvido pelo CEPEL, é um programa computacional utilizado para o planejamento da operação de médio/longo prazo e para o planejamento da expansão do setor elétrico. Este modelo é utilizado de forma oficial pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) para coordenação da operação do sistema e pela Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) para formação do

preço da energia. É utilizado também pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE) para o planejamento da expansão do setor elétrico, leilão de novas usinas e para garantia física de energia.

A modelagem do parque hidráulico no modelo NEWAVE é feita através de reservatórios equivalentes de energia [16], [17] e a incerteza nas vazões afluentes aos reservatórios é modelada de forma acurada. Até dezembro de 2015 eram considerados quatro reservatórios equivalentes de energia e quatro subsistemas/submercados, passando para nove reservatórios equivalentes de energia em janeiro de 2016, de acordo com uma representação que permite a existência de vários reservatórios equivalentes em um mesmo subsistema / submercado [18].

O objetivo do modelo NEWAVE é construir uma política operativa¹, com a qual é possível obter metas de geração hidroelétrica e termoelétrica para cada subsistema mensalmente, quando se simula o SIN para determinados cenários de afluência. Além disso, a função de custo futuro ao final do segundo mês é utilizada pelo modelo DECOMP, que determina de forma mais detalhada a geração de cada usina do sistema e os preços de liquidação de diferença (PLDs) semanais, por patamar de carga.

2.1 Representação das Afluências

A representação da afluência no modelo NEWAVE é estocástica, pois não são conhecidos os seus valores para os períodos futuros. A incerteza nas afluências é representada por uma árvore de cenários conforme a Figura 2.2, onde cada caminho na árvore é chamado de cenário hidrológico, e cada nó representa uma possível realização da afluência. Essas realizações seguem um processo estocástico com as propriedades estatísticas obtidas pelo histórico e que são preservadas durante a construção da árvore [19].

¹ A política operativa consiste de uma função de custo futuro multivariada, uma para cada período de tempo do planejamento.

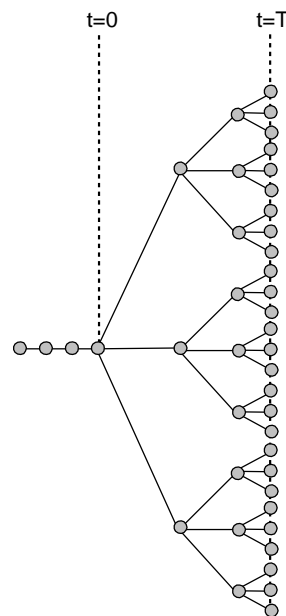


Figura 2.2 – Representação da árvore de cenários no modelo NEWAVE.

Conceitualmente, o modelo NEWAVE utiliza uma estrutura de árvore para representar as afluências, com NLEQ “aberturas”, que consistem nas possibilidades de realização das afluências (ruídos), para cada período. Para obter o valor final de energia afluente a ser utilizada no problema de otimização, é utilizado um modelo autorregressivo periódico de ordem p , ou seja, o valor obtido para a variável aleatória em um determinado período é função das afluências dos p períodos anteriores [20]. Assim, a afluência em um determinado período é o valor obtido pela soma da afluência de cada período anterior multiplicado por um coeficiente que relaciona a afluência dos períodos anteriores ao período p , mais um ruído aleatório. Como é impossível percorrer a árvore por completo, para a construção dos cenários visitados no passo *forward* da técnica de programação dinâmica dual estocástica (PDDE, vide seção 2.3) é sorteado apenas um valor para o ruído para cada série e cada período. Para as afluências utilizadas no passo *backward* são utilizadas as NLEQ possibilidades de afluência para cada série e cada período. A figura 2.3 ilustra essa estrutura de cenários *forward* e *backward* do modelo NEWAVE.

Atualmente é utilizada a técnica de amostragem seletiva [19] para obtenção dos cenários a serem visitados nos passos *backward* e *forward*. Com esta metodologia é possível reduzir a cardinalidade da árvore de afluências e apenas uma parte da árvore completa, que são todas as possíveis realizações de afluências, é visitada.

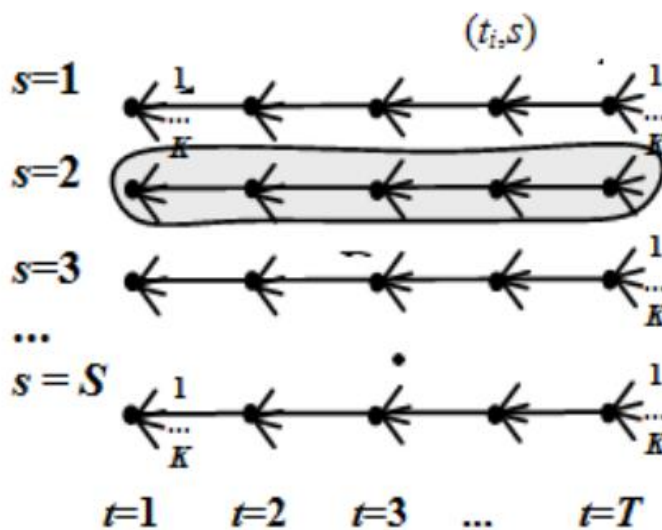


Figura 2.3 - Árvore de cenários utilizada no NEWAVE.

2.2 Formulação do Problema

Depois de realizada a decomposição do problema, o modelo NEWAVE resolve, para cada período e para cenário de afluência, um problema de otimização com o objetivo de minimizar a soma do custo presente mais o custo futuro de operação. O custo presente representa o custo de geração de usinas térmicas e o custo por eventuais cortes de carga. O custo futuro representa o valor esperado de operação no futuro, em função dos armazenamentos finais e as afluências passadas aos reservatórios equivalentes de energia. Na versão em uso oficial atualmente, considera-se implicitamente na função de custo futuro um termo referente ao CVaR, o qual é omitido neste documento pelo fato do mecanismo de aversão a risco que é de interesse na proposta deste trabalho ser a superfície de aversão ao risco (SAR).

A formulação matemática simplificada^{2,3} do subproblema para cada período e cenário de afluência é representada a seguir. Para não carregar a notação, o índice do cenário foi suprimido, ficando subentendido que todas as variáveis de decisão são correspondentes ao nó correspondente ao subproblema do passo *forward* ou *backward* da PDDE. Os únicos dados que são específicos por cenário são as energias afluentes aos REEs, além do vetor de afluências passadas para a série *forward* associada ao cenário.

² Algumas restrições mais específicas, como despacho antecipado de usinas GNL, equação de nó, entre outras foram suprimidas pois não são essenciais para o entendimento da metodologia descrita neste relatório.

³ Por simplicidade, foram omitidos os custos de penalização para as variáveis de folga na função objetivo do problema e o acoplamento hidráulico entre os reservatórios equivalentes de energia.

Minimize:

$$FO_t = \min \sum_{isbm=1}^{nsbm} \sum_{ipat=1}^{npat} \left(\sum_{j \in TCLSIS^{isbm}} CT^j GT_{t,ipat}^j + CDEF(DEF_{t,ipat}^{isbm}) \right) + CF_{t+1} \quad (2.1)$$

Onde:

$CDEF$	Custo de déficit para um corte de carga no subsistema/submercado $isbm$, como uma função linear por partes do montante de déficit, com derivadas crescentes
CF_{t+1}	Valor esperado do custo futuro ao final do período t
CT^j	Custo unitário de geração associado à classe térmica j
$DEF_{t,ipat}^{isbm}$	Déficit no subsistema/submercado $isbm$, no patamar de carga $ipat$, no estágio t
$GT_{t,ipat}^j$	Geração térmica da classe térmica j no patamar de carga $ipat$ e estágio t
$ipat$	Índice do patamar de déficit
$iree$	Índice para o reservatório equivalente de energia
$isbm$	Índice para o subsistema/submercado
$nsbm$	Número de subsistemas/submercados
$npat$	Número de patamares de carga
t	Índice para o período de tempo (estágio) do problema de planejamento da operação hidrotérmica
$TCLSIS^{isbm}$	Conjunto de índices das usinas térmicas pertencentes ao submercado $isbm$.

Sujeito a:

Balanco hídrico controlável

Uma equação de balanço hídrico controlável para cada reservatório equivalente de energia $iree$:

$$EARM_{t+1}^{iree} + \left(\sum_{ipat=1}^{npat} GH_{t,ipat}^{iree} \right) + EVERT_t^{iree} + DSVC_t^{iree} = EARM_t^{iree} + FC_t^{iree} \gamma_t^{iree} EAF_t^{iree} - EVAP_t^{iree} \quad (2.2)$$

Onde:

EAF_t^{iree}	Energia afluyente ao REE $iree$ no estágio t
$EARM_{t+1}^{iree}$	Energia armazenada no REE $iree$ no início do estágio t
$EVAP_t^{iree}$	Energia evaporada do REE $iree$ no estágio t
$EVERT_t^{iree}$	Energia vertida pelo REE $iree$ no estágio t

FC_t^{iree}	Fator de correção da energia controlável do REE <i>iree</i> e estágio <i>t</i>
$GH_{t,ipat}^{iree}$	Geração hidráulica controlável do REE <i>iree</i> , no patamar <i>ipat</i> e estágio <i>t</i>
γ_t^{iree}	Fator de separação da energia afluyente controlável da energia afluyente total do REE <i>iree</i> , no estágio <i>t</i>

Atendimento à demanda

Uma equação de atendimento à demanda para cada submercado/subsistema *isbm* e patamar *ipat*:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{iree \in isbm} [GH_{t,ipat}^{iree} + GFIOI_t^{iree} fp_{ipat}] + \left(\sum_{j \in TCLSIS^{isbm}} GT_{t,ipat}^j \right) \\
 & + DEF_{t,ipat}^{isbm} + \sum_{jsbm \in \Omega_{isbm}} INT_{t,ipat}^{jsbm,isbm} - EXC_{t,ipat}^{isbm} = \\
 & \left[(MERC_{t,ipat}^{isbm} + CADIC_{t,ipat}^{isbm}) - PEQUSI_t^{isbm} - \sum_{iree \in isbm} SUBMOT_t^{iree} \right. \\
 & \left. \left(- \sum_{j \in TCLSIS^{isbm}} GTMIN_{t,ipat}^j \right) \times fp_{ipat} \right] \tag{2.3}
 \end{aligned}$$

onde:

$CADIC_{t,ipat}^{isbm}$	Cargas adicionais ao subsistema/submercado <i>isbm</i> no patamar de carga <i>ipat</i> do estágio <i>t</i>
$EXC_{t,ipat}^{isbm}$	Excesso de energia no subsistema/submercado <i>isbm</i> no patamar de carga <i>ipat</i> e estágio <i>t</i>
fp_{ipat}	Duração do patamar de carga <i>ipat</i> no período <i>t</i>
$GFIOI_t^{iree}$	Geração hidráulica fio d'água do REE <i>iree</i> no estágio <i>t</i>
$GTMIN_{t,ipat}^j$	Geração mínima na classe térmica <i>j</i> no patamar <i>ipat</i> e estágio <i>t</i>
$INT_{t,ipat}^{jsbm,isbm}$	Intercâmbio do subsistema/submercado <i>isbm</i> no patamar de carga <i>ipat</i> e estágio <i>t</i>
$MERC_{t,ipat}^{isbm}$	Mercado a ser atendido no subsistema/submercado <i>isbm</i> , patamar de carga <i>ipat</i> e estágio <i>t</i>
Ω_{isbm}	Conjunto de índices de submercados com intercâmbio ao submercado <i>isbm</i>
$PEQUSI_t^{isbm}$	Geração proveniente das Pequenas Centrais Hidroelétricas no subsistema/submercado <i>isbm</i> , estágio <i>t</i> (constante ao longo de todos os patamares)
$SUBMOT_t^{iree}$	Geração proveniente das usinas submotorizadas no subsistema/submercado <i>isbm</i> e estágio <i>t</i> (constante ao longo de todos os patamares)

Geração hidráulica máxima

Uma equação de geração hidráulica máxima para cada reservatório equivalente de energia *iree*:

$$GH_{t,ipat}^{iree} + GFIOI_t^{iree} fp_{t,ipat} \leq GHMAX(EARM_t^{iree})_t^{iree} fp_{t,ipat} \tag{2.4}$$

Onde:

$GHMAX_t^{iree}$ Geração hidráulica máxima obtida pela parábola de correção de GHMAX do REE *iree*, como função da energia armazenada $EARM_t^{iree}$

Vertimento a fio d'água

O vertimento a fio d'água é representado por equações lineares por partes utilizando a metodologia MARS [21]. Portanto, há uma equação de vertimento para usinas a fio d'água para cada reservatório equivalente de energia *iree* e cada segmento de reta *imars* do modelo MARS:

$$VERTF_t^{iree} + am_t^{iree,imars} DSVF_t^{iree} \geq am_t^{iree,imars} [(1 - \gamma_t^{iree}) EAF_t^{iree}] + bm_t^{iree,imars} \quad (2.5)$$

Onde:

$am_t^{iree,imars}$ Coeficiente linear da equação do MARS *imars* para o REE *iree* no estágio *t*

$bm_t^{iree,imars}$ Termo independente da equação do MARS *imars* para o REE *iree* no estágio *t*

$DSVF_t^{iree}$ Energia a fio d'água desviada do REE *iree* no início do estágio *t*

$VERTF_t^{iree}$ Perda de energia a fio d'água do REE *iree* no estágio *t*

Balço hídrico fio d'água

Uma equação de balanço hídrico a fio d'água por reservatório equivalente de energia *iree*:

$$GFIOI_t^{iree} + VERTF_t^{iree} + DSVF_t^{iree} = (1 - \gamma_t^{iree}) EAF_t^{iree} \quad (2.6)$$

Atendimento à Meta de Vazão Mínima

Uma equação de atendimento a meta de vazão mínima por reservatório equivalente de energia *iree*

$$GH_t^{iree} + EVERT_t^{iree} + \delta evmin_t^{iree} \geq MEVMIN_t^{iree} \quad (2.7)$$

Onde:

$\delta evmin_t^{iree}$ Variável de folga da equação de meta vazão mínima a ser atendida pelo REE *iree* no estágio *t*

$MEVMIN_t^{iree}$ Meta de vazão mínima a ser atendida pelo REE *iree* no estágio *t*

Atendimento à Meta Desvio Controlável

Uma equação de atendimento a meta de desvio controlável por reservatório equivalente de energia *iree*:

$$DSVC_t^{iree} + \delta dsvc_t^{iree} = MDSVC_t^{iree} \quad (2.8)$$

Onde:

$\delta dsvct^{iree}$ Variável de folga da equação de meta desvio controlável a ser atendida pelo REE *iree* no estágio *t*
 $MDSVC_t^{iree}$ Meta de desvio controlável a ser atendida pelo REE *iree* no estágio *t*

Atendimento à Meta Desvio Fio D'água

Uma equação de atendimento a desvio fio d'água para cada reservatório equivalente de energia *iree*:

$$DSVF_t^{iree} + \delta dsvf_t^{iree} = MDSVF_t^{iree} \quad (2.9)$$

Onde:

$\delta dsvf_t^{iree}$ Variável de folga da equação de meta desvio fio d'água a ser atendida pelo REE *iree* no estágio *t*
 $MDSVF_t^{iree}$ Meta de desvio fio d'água a ser atendida pelo REE *iree* no estágio *t*

Cortes da função de custo futuro

Uma equação para cada corte *icor* da função de custo futuro ao final do período *t*:

$$CF_{t+1} - \sum_{iree=1}^{nree} \pi_{V_{t+1}}^{iree,icor} EARM_{t+1}^{iree} \geq RHS_{t+1}^{icor} + \sum_{iree=1}^{nree} \sum_{K=1}^p \pi_{Ak_{t+1}}^{iree,icor} EAF_{t+1-j}^{iree} \quad (2.10)$$

Onde:

$\pi_{Ak_t}^{iree,icor}$ Coeficiente associado a *j*-ésima afluência passada do REE *iree* do corte *icor* construído no estágio *t*
 $\pi_{V_t}^{iree,icor}$ Coeficiente associado ao armazenamento REE *iree* do corte *icor* construído no estágio *t*
 RHS_t^{icor} Termo independente do corte de Benders *icor* construído no estágio *t*

2.3 Estratégia de Solução

No modelo NEWAVE, o problema de planejamento da operação energética de médio prazo é representado por um problema de programação estocástica linear multi-estágio. A técnica utilizada para a solução é a Programação Dinâmica Dual Estocástica [22], [23], que é uma extensão, para o caso amostral, da decomposição de Benders multi-estágio proposta em [24].

A solução do problema de planejamento relacionado à árvore completa de afluência exigiria a solução de um problema de otimização para cada nó, porém a quantidade de problemas a serem resolvidos para solução da árvore completa é inviável do ponto de vista computacional. Portanto, para a solução do problema aplica-se a PDDE, que evita percorrer a árvore completa. As *NSIM* séries de afluências a serem visitadas são selecionadas através da técnica de amostragem seletiva [19]. O processo de resolução consiste em percorrer essas séries em duas recursões:

- **Passo forward** : do estágio 1 a T , onde serão gerados estados para os quais a função de custo futuro será avaliada.
- **Passo backward** : do estágio T ao 1, resolvendo-se em cada nó (t,s) , os subproblemas referentes às $NLEQ$ realizações do estágio que compõem a árvore completa. Ao longo desse processo, constroem cortes de Benders para aproximar a FCF de cada estágio.

2.3.1. Cortes de Benders

Os cortes de Benders são aproximações por séries de Taylor de ordem 1 para função de custo futuro. Consistem em uma linearização por partes da função de custo futuro em função das variáveis de estado do sistema, e são inseridos no problema de otimização como a restrição (2.10).

Os coeficientes $\pi_{v_{t+1}}^{iree,icor}$, associados ao armazenamento, e $\pi_{Ak_{t+1}}^{iree,icor}$, associados às afluições, são calculados considerando as variáveis duais do problema de otimização, nas formas apresentadas em (2.11) e (2.12):

$$\pi_{v_{t+1}}^{iree} = \frac{\partial FO_{t+1}}{\partial EARM_{t+1}^{iree}} = \sum_{i=1}^{NREST} \frac{\partial FO_{t+1}}{\partial REST_{t,i}} \times \frac{\partial REST_{t,i}}{\partial EARM_{t+1}^{iree}} \quad (2.11)$$

$$\pi_{Ak_{t+1}}^{iree} = \frac{\partial FO_{t+1}}{\partial EAF_{t-k}^{iree}} = \sum_{i=1}^{NREST} \frac{\partial FO_{t+1}}{\partial REST_{t,i}} \times \frac{\partial REST_{t,i}}{\partial EAF_{t-k}^{iree}} \quad (2.12)$$

Onde $NREST$ e $REST$ se referem às restrições do problema, sendo que são relevantes apenas aquelas nas quais as variáveis de estado energia armazenada inicial e energia afluente contribuem para a formação do lado direito (RHS). O termo independente é calculado conforme (2.13):

$$RHS_{t+1} = FO_{t+1} - \sum_{iree=1}^{nree} \pi_{v_{t+1}}^{iree} EARM_{t+1}^{iree*} - \sum_{iree=1}^{nree} \sum_{k=1}^p \pi_{Ak_{t+1}}^{iree} EAF_{t-k}^{iree*} \quad (2.13)$$

onde:

EAF_{t-k}^{iree*} : Estado de afluição passada para o qual o corte foi construído

$EARM_{t+1}^{iree*}$: Estado de armazenamento para o qual o corte foi construído

p : Ordem do modelo autorregressivo periódico

Maiores detalhes sobre o modelo NEWAVE podem ser obtidos em [2], [3].

3. SUPERFÍCIE DE AVERSÃO A RISCO – MODELAGEM ORIGINAL

De acordo com [14], a superfície de aversão a risco (SAR) estabelece condições limítrofes mínimas para o vetor de energias armazenadas nos reservatórios do sistema, que devem ser alcançadas ao final de um determinado período de tempo (estágio) \hat{t} , de forma que seja possível operar o sistema ao longo de determinada série de afluições crítica dos estágios $\hat{t}+1$ a $\hat{t}+T_{sar}(\hat{t})$ sem a ocorrência de déficit, e atendendo aos níveis SAR desejados ao final do estágio $T_{sar}(\hat{t})$, onde $T_{sar}(\hat{t})$ é calculado de forma a corresponder ao final do período seco de cada ano. Para simplificar a notação, utilizaremos apenas o termo T_{sar} , estando subentendido que ele varia com o valor de \hat{t} .

Na concepção original implementada em 2013, a SAR é construída durante o processo de convergência da PDDE, resolvendo um subproblema de otimização adicional para uma série crítica (subproblema da SAR), utilizando como entrada os valores de armazenamento finais obtidos pela solução do subproblema do NEWAVE para o período \hat{t} e observando se houve déficit e foi possível atender o nível meta de armazenamento ao final do período ($\hat{t}+T_{sar}$). Caso não seja possível atender este nível meta ou o subproblema apresente déficit, são adicionadas restrições ao problema do NEWAVE com o objetivo de elevar os níveis de armazenamento.

3.1 Hipóteses básicas

A operação determinística do sistema considerando uma série crítica de afluição do período $\hat{t}+1$ a $\hat{t}+T_{sar}$, deve atender a dois seguintes requisitos:

- não ocorrência de déficit ao longo deste cenário, isto é, o sistema deve ser capaz de atender à demanda de energia durante estes períodos com a sua capacidade disponível térmica e hidráulica;
- obter níveis de armazenamentos superiores a dado nível meta mínimo nos reservatórios do sistema ao final do período T_{sar} , para cada reservatório equivalente de energia.

As duas condições acima podem ser inseridas em um problema hidrotérmico determinístico para um determinado cenário de afluições, onde a função objetivo é minimizar o montante de déficit e com uma restrição adicional de atendimento aos requisitos mínimos de energia armazenada ao final do horizonte. A princípio, esse subproblema contém as mesmas restrições de cada estágio do problema do NEWAVE, descrito na seção 2.2, porém com uma formulação modificada para algumas destas restrições, para emular a operação do sistema em uma condição de emergência.

São definidas duas versões para este subproblema da SAR:

- caso não condicionado, onde a dependência temporal entre os estágios não é considerada na construção do cenário crítico;
- caso condicionado, onde a dependência temporal entre os estágios é considerada e a construção da superfície de aversão a risco se torna mais complexa.

3.2 Metodologia geral de otimização - SAR construída durante a PDDE

Durante o processo de convergência da PDDE, para cada período \hat{t} , série de afluência s e abertura ω , é resolvido um problema de otimização, sendo obtidos valores de armazenamento para cada reservatório equivalente de energia. Esses valores de armazenamento são utilizados como dado de entrada para o subproblema da SAR, que consiste em um problema de otimização determinístico multiperíodo dos períodos $\hat{t}+1$ até $\hat{t}+T_{sar}$, onde $\hat{t}+T_{sar}$ é o final do período seco, para uma determinada série crítica de afluência. A função objetivo desse problema é minimizar a soma do montante de déficit e de violações ao não atendimento ao nível meta ao final do período $\hat{t}+T_{sar}$.

Após a resolução deste problema, se houver déficit e/ou não for possível atender o nível meta para esse subproblema, são construídas restrições de viabilidade da SAR, que são introduzidas no subproblema do NEWAVE com o objetivo de elevar o nível de armazenamento dos REEs. Em seguida, o subproblema do NEWAVE é resolvido novamente e obtidos novos valores para armazenamento, que são utilizados novamente como dado de entrada para o subproblema da SAR. Esse processo é repetido até que o valor da função objetivo do subproblema da SAR seja igual a zero⁴, quando então se passa à resolução do subproblema do NEWAVE referente à próxima abertura (cenário) da PDDE. Na Figura 3.1 é apresentado o processo iterativo para construção da superfície de aversão a risco, que pode ser entendido com uma decomposição de Benders dois estágios entre os subproblemas do NEWAVE e o subproblema da SAR.

Esse processo iterativo de construção da superfície de aversão a risco é realizado tanto no passo *forward* quanto no passo *backward* da PDDE e as restrições construídas para uma determinada série de afluência podem ser compartilhadas entre as demais séries.

⁴ ou, alternativamente, um número máximo de iterações SAR seja atingido.

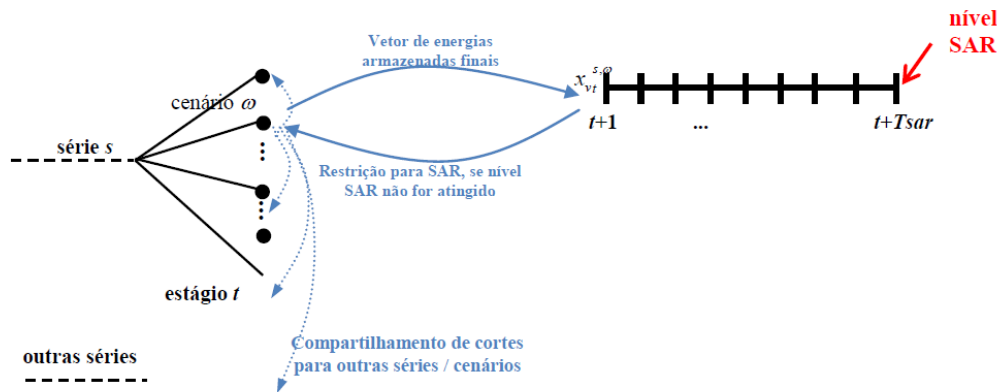


Figura 3.1 – Processo iterativo para construção de superfície de aversão a risco, entre o subproblema do NEWAVE (à esquerda) e o subproblema SAR (à direita).

3.3 Formulação matemática do subproblema da SAR

No subproblema SAR, deseja-se verificar se a operação obtida para determinado estado/cenário do subproblema do NEWAVE no período \hat{t} produz condições iniciais para o período $\hat{t}+1$, de modo que seja possível operar o sistema de $\hat{t}+1$ a $\hat{t}+T_{sar}$ para uma série crítica de afluência sem a ocorrência de déficit e atendendo aos requisitos de armazenamento.

A série hidrológica utilizada no subproblema da SAR pode ser condicionada ou não condicionada ao passado. No caso condicionado, a série hidrológica é construída considerando as afluências passadas para cada cenário, já que se assume que estas terão influência no cenário crítico a ser considerado para o futuro. Já no caso não condicionado, essa série crítica pode ser, por exemplo, uma determinada série do registro histórico de vazões.

3.3.1. SAR não condicionada

Uma formulação simplificada para o subproblema da SAR é apresentada abaixo, onde somente as restrições essenciais são incluídas: os grupos de restrições (3.2) e (3.3) consistem no balanço hídrico e atendimento à demanda para todos os sistemas e períodos. O conjunto de restrições (3.4) estabelece o nível mínimo de armazenamento no final do problema determinístico e as inequações (3.5) e (3.6) definem os limites para as variáveis de decisão do subproblema. Como mencionado anteriormente, a função objetivo (3.1) consiste na soma do montante de déficit e de violação do nível meta.

$$\min \beta_t = \sum_{t=1}^{T_{sar}} \sum_{isbm=1}^{NSBM} DEF_{\hat{t}+t}^{isbm} + \sum_{iree=1}^{NREE} \delta_{NM}^{iree} \quad (3.1)$$

s.a.

$$EARM_{\hat{t}+t}^{iree} + GH_{\hat{t}+t}^{iree} + EVERT_{\hat{t}+t}^{iree} = EARM_{\hat{t}+t-1}^{iree} + EAF_{\hat{t}+t}^{iree}, \quad (3.2)$$

$$t = 1, \dots, T_{SAR}, \quad iree = 1, \dots, NREE,$$

$$GH_{\hat{t}+t}^{iree} + GT_{\hat{t}+t}^{isbm} + \sum_{jsbm \in \Omega_{isbm}} INT_{\hat{t}+t}^{jsbm, isbm} + DEF_{\hat{t}+t}^{isbm} = D_{\hat{t}+t}^{isbm}, \quad (3.3)$$

$$t = 1, \dots, T_{SAR}, \quad i = 1, \dots, NSBM,$$

$$EARM_{\hat{t}+T_{SAR}}^{iree} + \delta_{NM}^{iree} \geq EARM_{min}^{iree}, \quad iree = 1, \dots, NREE \quad (3.4)$$

$$GH_{\hat{t}+t}^{iree} \leq \overline{GH_{\hat{t}+t}^{iree}}, \quad \underline{EARM_{\hat{t}+t}^{iree}} \leq EARM_{\hat{t}+t}^{iree} \leq \overline{EARM_{\hat{t}+t}^{iree}} \quad (3.5)$$

$$t = 1, \dots, T_{SAR}, \quad iree = 1, \dots, NREE,$$

$$GT_{\hat{t}+t}^{isbm} \leq \overline{GT_{\hat{t}+t}^{isbm}}, \quad INT_{\hat{t}+t}^{jsbm, isbm} \leq \overline{INT_{\hat{t}+t}^{jsbm, isbm}} \quad (3.6)$$

$$t = 1, \dots, T_{SAR}, \quad i = 1, \dots, NSBM,$$

O número de reservatórios equivalentes de energia é $NREE$, e cada REE $iree$ tem uma capacidade máxima de geração hidráulica $\overline{GH_{\hat{t}+t}^{iree}}$. O número de submercados é $NSBM$, e cada submercado $isbm$ tem uma capacidade máxima de geração térmica $\overline{GT_{\hat{t}+t}^{isbm}}$. As variáveis $INT_{\hat{t}+t}^{jsbm, isbm}$ denotam o montante de energia que o submercado $jsbm$ exporta para cada submercado vizinho $isbm$, identificados pelo conjunto de índices Ω_{isbm} (valores negativos representam importação de energia). As capacidades mínima/máxima de energia física em cada REE são $\underline{EARM_{\hat{t}+t}^{iree}}$ e $\overline{EARM_{\hat{t}+t}^{iree}}$, respectivamente.

A afluência para cada REE em cada período de tempo é representada por $EAF_{\hat{t}+t}^{iree}$ e a demanda de energia para cada subsistema é denotada por $D_{\hat{t}+t}^{isbm}$. Finalmente, $DEF_{\hat{t}+t}^{isbm}$ é o montante de corte de carga (déficit) em cada subsistema/período, e funciona como variável de folga da restrição de atendimento à demanda. A função objetivo β é a minimização da soma do montante de déficit com o montante de violações dos níveis meta finais, e idealmente deve ser igual a zero. Portanto, o objetivo do subproblema SAR é verificar as condições mínimas necessárias para o vetor de armazenamento inicial $EARM_{\hat{t}+t-1}^{iree}$ que produz uma solução ótima igual a zero.

No subproblema da SAR, como é considerado que o sistema está operando em condições de emergência, seria natural considerar que todas as usinas térmicas do sistema estariam operando com sua capacidade

máxima para atender à demanda. Porém, por simplicidade, as usinas térmicas são consideradas como variáveis de decisão, mas sem custo na função objetivo.

Para ilustrar o conceito da SAR, considere um exemplo cujos dados são mostrados na tabela 1, onde, por simplicidade, foram considerados apenas dois REEs, cada um localizado em um subsistema, com intercâmbio entre eles.

Tabela 1 – Exemplo para superfície de aversão a risco para 2 sistemas

	Subsistema 1		Subsistema 2	
	Período $\hat{t} + 1$	Período $\hat{t} + 2$	Período $\hat{t} + 1$	Período $\hat{t} + 2$
Demanda do subsistema ($D_{\hat{t}+t}^{isbm}$)	50	50	50	50
Afluência ao REE ($EAF_{\hat{t}+t}^{iree}$)	10	5	20	10
Capacidade máxima de geração térmica do subsistema ($GT_{\hat{t}+t}^{isbm}$)	10	10	20	20
Capacidade máxima de intercâmbio ($INT_{\hat{t}+t}^{jsbm, isbm}$)	10	10	10	10

Pode-se observar que o subsistema 2 possui melhores condições, uma vez que apresenta maior capacidade de geração térmica e expectativa de afluência em relação ao sistema 1. A superfície de aversão a risco correspondente a essas condições é apresentada na Figura 3.2.

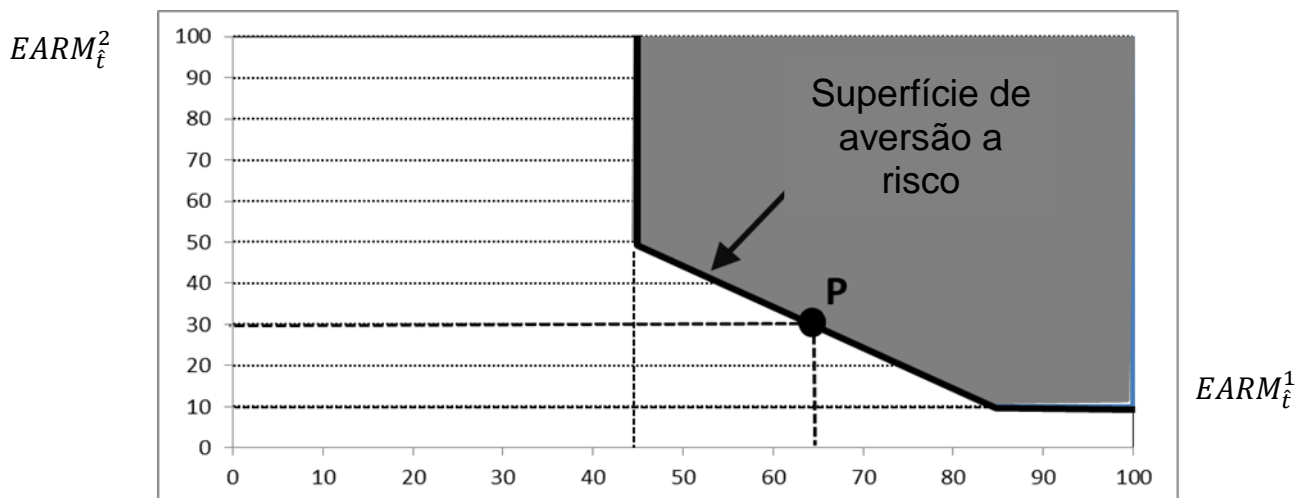


Figura 3.2 - Superfície de aversão a risco para com os dados da tabela 1

Se os dois subsistemas fossem completamente isolados (isto é, $\overline{INT_{\hat{t}+t}^{jsbm,lsbm}} = 0$), o armazenamento mínimo nos REEs seriam 65 e 30 respectivamente, que correspondem aos valores das expressões respectivas $\sum_{t=1}^2 (D_{\hat{t}+t}^{isbm} - EAF_{\hat{t}+t}^{iree} - \overline{INT_{\hat{t}+t}^{jsbm,lsbm}})$, indicado pelo ponto *P* na Figura 3.2. Entretanto, os subsistemas podem se beneficiar do intercâmbio entre eles, que permitem uma diminuição nas condições de armazenamento inicial do REE de cada subsistema, contanto que o REE referente ao outro subsistema aumente seu armazenamento. Entretanto, existem armazenamentos mínimos necessários em cada REE, iguais a 45 e 10, respectivamente, devido à máxima capacidade de intercâmbio entre os subsistemas e/ou a máxima capacidade de armazenamento do outro REE.

Ressalta-se que, no caso mais geral considerado neste trabalho, o problema de operação abrange vários REEs / subsistemas, o que aumenta a complexidade para determinar todos os hiperplanos da SAR. Além disso, há uma relação não linear entre a capacidade máxima de geração e a energia armazenada de cada REE, devido à variação da produtividade com a queda. Neste caso, produz-se uma superfície de aversão a risco suave, que é impossível de ser descrita de forma exata com um conjunto finito de cortes lineares. Esta foi a principal motivação para o desenvolvimento de um processo iterativo para construção da SAR.

3.3.2. SAR condicionada

Nos problemas de planejamento hidrotérmico de longo prazo, há uma correlação entre as aflúncias entre períodos consecutivos, de acordo com um modelo autorregressivo periódico (PARp) como descrito em [20]. Portanto, pode ser interessante construir cenários críticos para SAR com dependência do passado recente do cenário *forward* usado para a resolução da PDDE. O subproblema da SAR é similar ao apresentado no item anterior, mas com uma modificação na equação de balanço hídrico:

$$EARM_{\hat{t}+t}^{iree} + GH_{\hat{t}+t}^{iree} + EVERT_{\hat{t}+t}^{iree} = EARM_{\hat{t}+t-1}^{iree} + \eta_{\hat{t}+t}^{iree} + \sum_{\tau=1}^{P_{iree,t}} \varphi_{\tau,t}^{iree} EAF_{\hat{t}+t}^{iree} \quad (3.8)$$

onde $P_{iree,t}$ é a ordem do modelo para o REE *iree* e período *t* e $\varphi_{\tau,t}^{iree}$ é o coeficiente relativo a cada τ -ésima aflúncia passada. Como veremos depois na seção 5.4.2, essas equações recursivas trazem uma complexidade adicional quando consideramos as derivadas para as restrições da SAR

3.3.2.2. Variáveis adicionais no subproblema da SAR

No modelo NEWAVE há um tratamento especial para usinas que utilizam Gás Natural Liquefeito (GNL) que por condições de logística necessitam ser despachadas com *k* meses de antecedência [25]. Porém, essas

restrições não são consideradas no subproblema da SAR, onde se considera que todas as usinas térmicas, inclusive as movidas a GNL são despachadas no máximo.

3.4 Restrição da SAR

A restrição da SAR é um corte de viabilidade a ser introduzido no subproblema do NEWAVE, que traduz uma condição para a combinação de armazenamentos dos reservatórios equivalentes de energia para o atendimento a um determinado nível meta ao final do período seco sem a ocorrência déficit, considerando uma série crítica de afluência. Esse corte da SAR é construído com base nos multiplicadores de Lagrange associados às variáveis de estado do subproblema da SAR, que para o caso não condicionado são os armazenamentos dos reservatórios equivalentes de energia e, para o caso condicionado, contemplam também as afluências passadas. Sendo o valor da função objetivo diferente de zero ao resolver o subproblema da SAR, a aproximação para série de Taylor de ordem um em torno das variáveis de estado é dada por:

$$\begin{aligned} \beta &= \beta^* + \frac{\partial \beta}{\partial EARM_t^\omega} (\widehat{EARM}_t^\omega)^T (EARM_t^\omega - \widehat{EARM}_t^\omega) = \\ &= \beta^* + \pi_{v\ SAR}^t{}^T (EARM_t^\omega - \widehat{EARM}_t^\omega) \end{aligned} \tag{3.9}$$

onde os multiplicadores $\pi_{v\ SAR}^t$ são não positivos, visto que um acréscimo no armazenamento inicial atuará no sentido de diminuição do valor da função objetivo da SAR.

A condição de viabilidade para o atendimento à demanda no subproblema SAR sem ativar as variáveis de folga DEF_{t+t}^{isbm} , e o atendimento ao nível meta da SAR sem ativar a variável de folga δ_{sar}^{iree} , é dada por $\beta \leq 0$, ou seja:

$$\begin{aligned} \beta^* + \frac{\partial \beta}{\partial EARM_t^\omega} (\widehat{EARM}_t^\omega)^T (EARM_t^\omega - \widehat{EARM}_t^\omega) &\leq 0 \\ \Rightarrow -\pi_{v\ SAR}^t{}^T EARM_t^\omega &\geq \beta^* - \pi_{v\ SAR}^t{}^T \widehat{EARM}_t^\omega \end{aligned} \tag{3.10}$$

Portanto, esta restrição consiste em uma combinação linear dos armazenamentos em cada REE.

3.4.2. Coeficientes de armazenamento para restrição da SAR

Para o caso não condicionado, a restrição da SAR é uma combinação linear dos armazenamentos com objetivo de manter os níveis de armazenamento superiores a um dado volume meta mínimo. Na Figura 3.3 a seguir são apresentadas duas alternativas gráficas para interpretação da restrição da SAR: a primeira – apresentada à esquerda - mostra o hiperplano que indica como a função objetivo do subproblema da SAR varia com o valor das variáveis de estado. O corte que é incluído no subproblema do NEWAVE é a

interseção de cada hiperplano com o eixo $\beta = 0$, apresentado na figura a direita. Qualquer corte paralelo a um ou mais eixos corresponde à situação onde o armazenamento relativo a este eixo não contribui para atender este requisito, possivelmente devido a limites de intercâmbio.

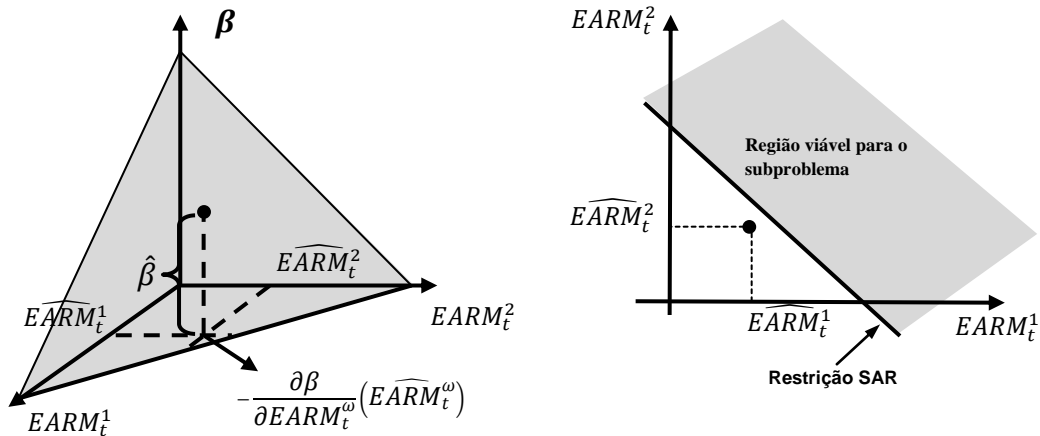


Figura 3.3 – Interpretação gráfica para as restrições da SAR: Uma análise de sensibilidade da solução ótima para o subproblema da SAR (esquerda) e o corte de viabilidade incluído no problema da PDDE (direita).

Os valores dos coeficientes $\pi_{v SAR}^t$ para os armazenamentos $EARM_t^{iree}$ para cara reservatório *iree* na restrição da SAR são dados pelo negativo do valor dos multiplicadores de Lagrange das restrições de balanço hídrico para o período $\hat{t} + 1$. Como é utilizada uma linearização por partes para as parábolas de correção em função do armazenamento no subproblema da SAR, como meta de vazão mínima, geração hidráulica máxima e desvio d'água, estes termos adicionais também devem ser considerados no cálculo de $\frac{\partial \beta}{\partial EARM_t^\omega}$.

3.4.3. Coeficientes para as afluições passadas

A consideração e interpretação física dos coeficientes $\pi_{A,p\hat{t}}$ relativo às afluições passadas são mais complexas. Devido à aplicação do modelo autorregressivo periódico no subproblema da SAR, a energia passada de $\hat{t} + 1 - k$, para $k = 1, \dots, P_{iree,\hat{t}}$ impacta diretamente o lado direito (“RHS”) de todas as equações de balanço hídrico de $\hat{t} + 1$ até $\max\{\hat{t} + 1, \hat{t} + 1 - k + P_{iree,\hat{t}}\}$, onde $P_{iree,\hat{t}} > 0$ é a ordem do modelo autorregressivo para o reservatório equivalente *iree* no período t . A tabela 2 a seguir sintetiza todos os termos do RHS das equações de balanço hídrico que são dependentes diretamente das afluições passadas para o subproblema da SAR.

Tabela 2 – Afluências passadas que impactam diretamente o lado direito do subproblema da SAR

		Período do horizonte do subproblema da SAR			
		$\hat{t} + 1$	$\hat{t} + 2$...	$\hat{t} + T_{SAR}^{\hat{t}}$
Passado para ($\hat{t} + 1$)	\hat{t}	$\hat{\varphi}_{1,\hat{t}+1}^{iree} \widehat{EAF}_{\hat{t}}^{iree}$	$\hat{\varphi}_{2,\hat{t}+2}^{iree} \widehat{EAF}_{\hat{t}}^{iree}$...	$\hat{\varphi}_{T_{SAR}^{\hat{t}},\hat{t}+T_{SAR}^{\hat{t}}}^{iree} \widehat{EAF}_{\hat{t}}^{iree}$
	$\hat{t} - 1$	$\hat{\varphi}_{2,\hat{t}+1}^{iree} \widehat{EAF}_{\hat{t}-1}^{iree}$	$\hat{\varphi}_{3,\hat{t}+3}^{iree} \widehat{EAF}_{\hat{t}-1}^{iree}$...	$\hat{\varphi}_{T_{SAR}^{\hat{t}},\hat{t}+T_{SAR}^{\hat{t}}}^{iree} \widehat{EAF}_{\hat{t}-1}^{iree}$

	t_{min}	$\hat{\varphi}_{P_{iree,\hat{t}+1},\hat{t}+1}^{iree} \widehat{EAF}_{t_{min}(\hat{t}+1)}^{iree}$	$\hat{\varphi}_{P_{iree,\hat{t}+2},\hat{t}+2}^{iree} \widehat{EAF}_{t_{min}(\hat{t}+2)}^{iree}$...	$\hat{\varphi}_{P_{iree,\hat{t}+T_{SAR}^{\hat{t}}},\hat{t}+T_{SAR}^{\hat{t}}}^{iree} \widehat{EAF}_{t_{min}(\hat{t}+T_{SAR}^{\hat{t}})}^{iree}$

onde, para cada período ($\hat{t} + t$) no horizonte do subproblema da SAR, o termo $t_{min} = (\hat{t} + 1) - \max\{0; P_{i,t} - (t - (\hat{t} + 1))\}$ indica o período mais antigo que contribui para as afluências deste período (se $t_{min} = \hat{t} + 1$, não há contribuição de afluências passadas). Nota-se que uma vez que a ordem do modelo par-P pode variar ao longo dos períodos, não necessariamente o número de termos relativos às afluências passadas diminui com o índice $\hat{t} + t$.

Os termos apresentados na Tabela 2 indicam somente a contribuição direta de $\widehat{EAF}_{\hat{t}-\tau}$ nas afluências do subproblema da SAR. Entretanto, podemos notar que $\widehat{EAF}_{\hat{t}+j}$ também depende de $\widehat{EAF}_{\hat{t}+i}$, para ($0 < i < j$) e $\widehat{EAF}_{\hat{t}+i}$ pode também depender de $\widehat{EAF}_{\hat{t}-\tau}$, ou diretamente (como na tabela 2) ou indiretamente (do mesmo modo que $\widehat{EAF}_{\hat{t}-j}$ acima). Todas as relações recursivas devem ser levadas em conta quando são calculadas as derivadas, seguindo a expressão abaixo:

$$\frac{\partial \beta}{\partial EAF_{\hat{t}-p}} (\widehat{EAF}_{\hat{t}-p}^{\omega}) = \sum_{t=1}^{T_{SAR}^{\hat{t}}} \Phi_t^p \tag{3.11}$$

Os termos Φ_t^p são as contribuições da afluência passada $\widehat{EAF}_{\hat{t}-p}$ para a afluência $EAF_{\hat{t}+t}$, dada pela seguinte formula recursiva:

$$\Phi_t^p = \sum_{i=1}^{t-1} (\varphi_{\hat{t}+t}^i \Phi_{t-i}^p) + \varphi_{\hat{t}+t}^{t+p-1} \tag{3.12}$$

onde os últimos termos são as contribuições diretas e o somatório no primeiro termo considera todas as relações indiretas.

3.4.4. Subproblema do NEWAVE com as restrições da SAR

A restrição da SAR que é incluída no subproblema do NEWAVE, para o caso não condicionado (que foi o efetivamente considerado na proposta desse trabalho), apresenta a seguinte expressão:

$$\sum_{iree=1}^{nree} \pi_{V t+1}^{iree,irsar} EARM_{t+1}^{iree} + \Delta_{SAR} \geq RHS_{t+1}^{irsar} \quad (3.13)$$

onde RHS_{SAR} é o termo independente da aproximação de Taylor. O primeiro termo da restrição acima é uma combinação linear de um ou mais armazenamentos no sistema e o segundo termo é uma folga, penalizada na função objetivo do NEWAVE com o valor P_{SAR} , para tratar os casos em que a restrição SAR torna o subproblema do NEWAVE inviável.

O Subproblema do NEWAVE será formulado então da seguinte forma:

Min. (2.1)

s.a.

(2.2) - (2.10)

$$\sum_{iree=1}^{nree} \pi_{V t+1}^{iree,irsar} EARM_{t+1}^{iree} \geq RHS_{t+1}^{irsar} \quad (3.14)$$

3.5 Folga para restrição da SAR

A restrição da SAR impõe condições limites de armazenamento final para o subproblema do NEWAVE, para que possa ser atingido um nível meta de armazenamento no subproblema da SAR, sem a ocorrência de déficit. Porém nem sempre é possível atender a estes requisitos pelas seguintes razões:

- a série de aflúências passadas para o cenário *forward* no algoritmo da PDDE é tão crítica que não é possível atingir valores iniciais de armazenamentos necessários para o subproblema da SAR;
- mesmo que a condição do item anterior não ocorra, decisões em períodos anteriores $\hat{t} - 1$, $\hat{t} - 2$, etc. podem ter sido tomadas sem o conhecimento da restrição da SAR a ser imposta na período \hat{t} . Neste caso, os cortes de Benders da PDDE serão construídos de modo que as decisões tomadas nesses períodos anteriores sejam ajustadas nas iterações futuras da PDDE.

Para garantir um recurso completo⁵ na estratégia de solução da PDDE, é necessário incluir uma variável de folga Δ_{SAR}^t para o subproblema para cada período t , considerando possíveis violações das restrições da SAR. Esta variável de folga (única) é empregada para todas as restrições SAR do período t . Uma discussão sobre o uso dessa variável de folga é apresentada em [26].

3.6 Penalidades para violações das restrições no subproblema da SAR

Para a resolução do subproblema da SAR, algumas variáveis de folga são penalizadas na função objetivo, como o déficit, a violação pelo não atendimento ao nível meta de armazenamento ao final do período seco e a violação a diversas restrições, como as apresentadas em (2.7)-(2.9). Um estudo descrito em [26] indicou que, para fins de construção dos cortes de viabilidade da SAR, o mais adequado é utilizar um custo unitário para a violação de todas as restrições do subproblema SAR. Ou seja, a função objetivo é expressa como a soma do déficit e de todas as violações às restrições do problema.

⁵ Em otimização estocástica, um problema multi-estágio com recurso completo é aquele que sempre resulta em um problema matematicamente viável para o subproblema de cada estágio, independente do valor das variáveis de estado a esse subproblema.

4. "NOVA SAR": APRIMORAMENTO DA METODOLOGIA SAR ATRAVÉS DE UMA NOVA FORMA DE PENALIZAÇÃO PARA VIOLAÇÃO DAS RESTRIÇÕES SAR

Durante os estudos realizados pela CPAMP para internalização da SAR como medida de aversão a risco no modelo NEWAVE, foi observado um acúmulo de penalidades por violação da SAR em períodos consecutivos da PDDE, o que dificulta a escolha do valor do custo para a penalidade associada à violação deste requisito nos subproblemas do NEWAVE. Este relatório propõe então uma nova metodologia de penalização para violação das restrições SAR, de forma a contornar esse inconveniente, denominada NOVA SAR.

4.1 Motivação

Durante o processo iterativo da PDDE, são incluídas restrições de viabilidade da SAR com o objetivo de manter elevados os níveis de armazenamento dos reservatórios equivalente de energia. Essas restrições traduzem condições para as combinações de armazenamento dos REE para que não haja déficit e seja possível atender um determinado nível de armazenamento ao final do período seco. Porém, nem sempre é possível atender às restrições da SAR considerando os níveis iniciais de armazenamento e a energia natural afluyente. Sendo assim, é necessária uma variável de folga para que tais restrições possam ser violadas, sendo penalizada na função objetivo, como discutido na seção 3.5.

Portanto, para todos os períodos com restrição da SAR, é inserida uma variável de folga no conjunto de restrições da SAR, que é penalizada na função objetivo. Um problema que pode ocorrer com a penalização desta forma é que, para uma mesma série de aflúências na PDDE, a violação das restrições da SAR pode ocorrer em vários períodos, resultando em um efeito cumulativo de penalidade indesejado, como exemplificado abaixo para um caso hipotético de apenas um REE.

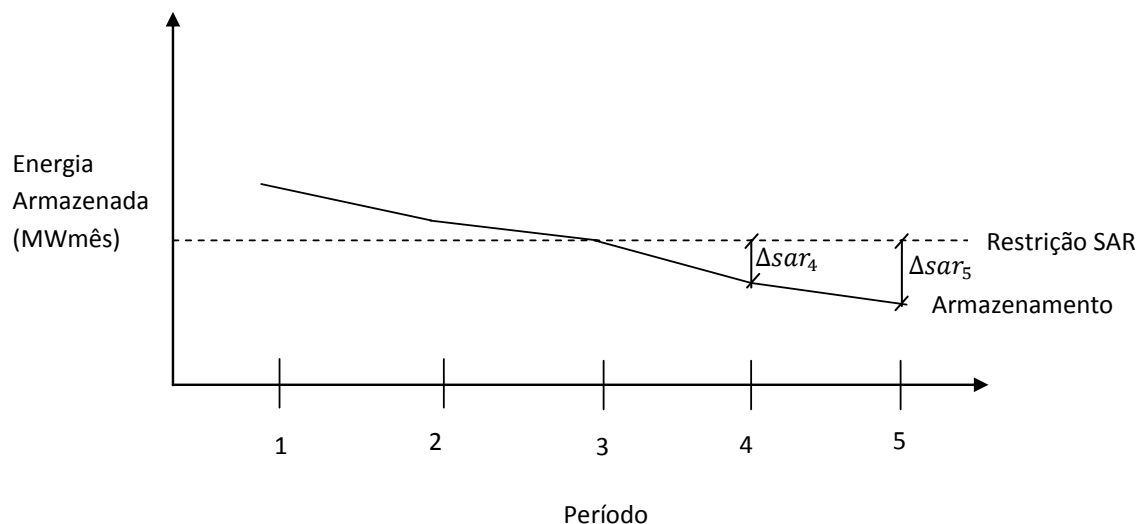


Figura 4.1 – Evolução da Energia armazenada para um caso exemplo.

Neste exemplo, ocorre violação da restrição da SAR para os subproblemas do NEWAVE nos períodos 4 e 5. Assim, o custo pelo não atendimento a esta restrição na metodologia original da SAR descrita em [14] será:

$$CustoSAR = \Delta sar_4 \times PenalidadeSAR + \Delta sar_5 \times PenalidadeSAR$$

onde Δsar_4 e Δsar_5 são os montantes de violação da SAR nos períodos 4 e 5, respectivamente.

Supondo agora que seja acrescentada uma unidade de energia natural afluyente no período 4. Se esta energia adicional for armazenada, resultará em um aumento no armazenamento final tanto do período 4 como do período 5. Desta forma, o valor para violação da SAR será reduzido de uma unidade para ambos os períodos 4 e 5, e o novo custo $CustoSAR'$ pela violação da SAR será:

$$Custo SAR' = (\Delta sar_4 - 1) \times PenalidadeSAR + (\Delta sar_5 - 1) \times PenalidadeSAR$$

$$CustoSAR = \Delta sar_4 \times PenalidadeSAR + \Delta sar_5 \times PenalidadeSAR - 2 \times PenalidadeSAR$$

Neste exemplo com apenas uma unidade adicional de energia, o custo diminui em duas vezes a penalidade da SAR, ou seja, ao penalizar a violação pelo não atendimento da SAR em todos os períodos, ocorre um acúmulo de penalidade. Este acúmulo é indesejado, já que o custo pelo não atendimento das restrições da SAR não está diretamente associado ao montante de energia adicional necessário para o atendimento a esta restrição. Ressalta-se que esse acúmulo de penalidade é refletido no valor da água.

A proposta da NOVA SAR é modificar a forma como as restrições da SAR são penalizadas, com o objetivo de evitar este acúmulo de penalização e que a escolha do valor para a penalização da SAR seja mais intuitiva. Propõe-se, portanto, uma alternativa para penalização da SAR com o objetivo de evitar o efeito cumulativo de penalidade pelo não atendimento as restrições da SAR. Nessa metodologia, diferentemente da forma de penalização atual, onde a violação é penalizada a todo período, o não atendimento das restrições da SAR é penalizado **apenas no período anterior ao período do nível meta e apenas a maior violação entre todos os períodos é penalizada**.

4.2 Inclusão de novas restrições

A discretização dos subproblemas do NEWAVE é por período e o valor a ser penalizado é a **maior violação entre todos os períodos onde tem restrição da SAR**. Portanto, é necessário incluir restrições ao problema do NEWAVE com o objetivo de obter a máxima violação da SAR entre todos os períodos. Adicionam-se então as seguintes restrições relativas à SAR no subproblema do NEWAVE:

$$-\pi_{v_{SAR}}^t EARM_t^\omega + \Delta_{SAR}^t \geq RHS_{SAR} \quad (4.1)$$

$$MX_t \geq \Delta_{SAR}^t \quad (4.2)$$

$$MX_t \geq MX_{t-1} \quad (4.3)$$

A restrição (4.1) se refere à restrição propriamente dita da SAR, ou seja, a combinação de armazenamentos dos reservatórios do sistema deve ser maior que um determinado requisito. As restrições (4.2) e (4.3) são incluídas para obter a maior violação entre todos os períodos. Desta forma, a variável MX_t contém o maior valor de violação entre todos os períodos da SAR, até o período t , e esse valor será penalizado apenas na função objetivo do período associado ao nível meta. O custo da SAR passa então a ser:

$$CustoSAR = MX_{T_{SAR}-1} \times PenalidadeSAR$$

Utilizando o exemplo do item anterior, onde $\Delta_{SAR}^5 > \Delta_{SAR}^4$, o custo pela violação da SAR será:

$$CustoSAR = \Delta_{SAR}^5 \times PenalidadeSAR$$

4.3 Inclusão de nova variável de estado

Nesta metodologia a violação pelo não atendimento as restrições da SAR é penalizada apenas no período associado ao nível meta. Portanto, é necessário fornecer uma sinalização para os períodos anteriores a esse, para indicar que uma violação neste período acarretará em um custo no futuro, que será contabilizado no final do horizonte SAR. Esta sinalização é feita através de uma variável de estado adicional MX_{t-1}^ω nos cortes de Benders. Desta forma o corte de Benders passa a ser:

$$CF_{t+1} \geq RHS + \pi_v^t EARM_t^\omega + \pi_a^t EAF_t^\omega + \pi_{MX}^t MX_t^\omega \quad (4.4)$$

Onde:

$\pi_{MX}^t \rightarrow$ Variável dual associada à restrição $MX_t \geq MX_{t-1}$, com sinal não negativo.

Supondo que seja adicionada uma unidade de energia ao período 4, essa energia será armazenada no período 4 devido à sinalização dada pelo custo futuro, e também será armazenada no período 5. Então o novo custo pela violação da SAR será:

$$CustoSAR' = (\Delta_{SAR}^5 - 1) \times PenalidadeSAR$$

Com esta nova proposta de metodologia, uma unidade adicional de energia reduz o custo em apenas uma unidade, evitando o efeito cumulativo de penalização e indicando, de forma mais intuitiva, qual o requisito de energia necessário para que não haja violação das restrições da SAR ao longo de todos os períodos.

4.4 Discussão sobre inclusão da restrição adicional nos passos Backward e Forward da PDDE

Ao incluir as restrições (4.2) e (4.3), a otimização da operação faz com que, ao ocorrer uma violação de um montante Δ no período $t-1$, haja um estímulo para violar a restrição também no período t , no mesmo montante Δ violado no período anterior. Isto ocorre porque qualquer violação da restrição no período t no intervalo $[0, \Delta]$ levará ao mesmo valor de custo, contabilizado ao final do horizonte SAR.

Como consequência, em séries *forward* onde em alguns períodos de tempo se atinjam valores de armazenamentos muito baixos, mas que teriam capacidade de se recuperar em períodos seguintes, provavelmente não retornarão a níveis mais elevados, pela falta de estímulo em termos de redução na penalização da SAR. Portanto, no passo *forward*, ao inserir essas restrições, podem ser atingidos estados indesejados, ou seja, estados com armazenamento muito baixos devido à indução causada pela restrição (4.3). Assim, durante o passo backward todas as três restrições são consideradas, porém **no passo forward a restrição (4.3) não é considerada.**

Assim como no passo forward da PDDE, na simulação final também não é considerada a restrição (4.3), para que durante a simulação da operação para diferentes cenários, os armazenamento tenham maior capacidade se recuperar.

4.5 Inserção de volume mínimo operativo no instante $\hat{t} + T_{SAR}^{\hat{t}}$

De acordo com o exposto anteriormente, tanto a metodologia SAR original, validada pela CPAMP em 2013 (vide [11] e seção 3), como a metodologia Nova SAR (proposta nesta seção 4) não consideram volume mínimo operativo no subproblema do NEWAVE no instante $\hat{t} + T_{SAR}^{\hat{t}}$. Ressalta-se, entretanto, que os estágios anteriores a $\hat{t} + T_{SAR}^{\hat{t}}$ contém restrições de forma a impor condições de armazenamento no início do estágio $\hat{t} + T_{SAR}^{\hat{t}}$ suficientes para atender o nível meta ao final desse estágio $\hat{t} + T_{SAR}^{\hat{t}}$, na ocorrência da série crítica considerada no subproblema SAR.

Não obstante o nível de proteção já oferecido pelas restrições SAR nos períodos anteriores a $\hat{t} + T_{SAR}^{\hat{t}}$, a versão do modelo NEWAVE que contém a metodologia na NOVA SAR permite a inclusão de restrições de

níveis mínimos operativos individuais para os reservatórios equivalentes, diretamente no subproblema do NEWAVE para o estágio $\hat{t} + T_{SAR}^{\hat{t}}$. Esta inclusão pode se dar de duas formas, de acordo com a escolha do usuário:

- **Apenas no primeiro estágio dos PMO's associados ao mês do nível meta.** Por exemplo, se o instante referente ao nível meta da SAR for final de novembro, pode-se incluir o nível mínimo operativo apenas no primeiro estágio de uma execução do NEWAVE para o PMO de novembro. Esta opção é motivada pelo fato de que, nesta situação, não são construídas restrições SAR para o primeiro ano (em particular, para o primeiro estágio), já que o período seguinte ao primeiro estágio corresponde ao mês de dezembro, que já ultrapassa o final do horizonte SAR para o primeiro ano.
- **Em todos os estágios associados ao mês do nível meta, em vários anos do horizonte de estudo do NEWAVE.** Neste caso, se o instante referente ao nível meta da SAR for final de novembro, pode-se incluir o nível mínimo operativo em todos os estágios referentes ao mês de novembro, de cada ano. Esta opção é motivada pelo fato de que, nesta situação, os estágios referentes ao mês de novembro não possuem restrições SAR, ainda que o seu nível de armazenamento inicial tenha sido influenciado pelas restrições SAR inseridas para os meses anteriores a novembro.

Ressalta-se que, ao inserir restrições de volume mínimo operativo no instante $\hat{t} + T_{SAR}^{\hat{t}}$, é necessário incluir variáveis de folga para sua violação. A penalização dessa variável de folga é **considerada em conjunto com a penalização das restrições SAR**, ao longo do horizonte SAR, de forma a se penalizar apenas a máxima violação ao longo do horizonte SAR. Com isso, também se evita o efeito acumulativo entre eventuais violações consecutivas das restrições de volume mínimo operativo e restrições SAR.

5. ESQUEMA GERAL DE SUBPROBLEMAS SAR PARA A PDDE

A Figura 5.1 a seguir mostra o processo geral de resolução do problema da PDDE com a inclusão dos subproblemas SAR. Mostra-se apenas um trecho do horizonte temporal, correspondente a determinado ano civil, considerando o exemplo particular em que a janela de horizonte SAR é de abril a novembro, com nível meta SAR ao final de novembro. Nesta situação, o esquema geral apresentaria as seguintes características:

- os subproblemas de Dezembro, Janeiro, Fevereiro e Março da PDDE não possuiriam subproblemas SAR e, em consequência, restrições associadas SAR;
- os subproblemas de Abril, Maio, Junho,..., Outubro da PDDE possuiriam subproblemas SAR, iniciando respectivamente em Maio, Junho, Julho,..., Novembro, e terminando sempre em Novembro. Em consequência, todos esses subproblemas receberiam restrições SAR na sua formulação;
- os subproblemas de Novembro não possuem subproblema e restrições SAR, mas poderiam possuir nível meta.

Nessa figura, representam-se em cor preta os subproblemas da PDDE do NEWAVE, e em cor vermelha os subproblemas SAR para cada estágio, quando aplicáveis. Em cor azul mostra-se a integração entre os dois subproblemas, onde a linha pontilhada mostra o envio de armazenamentos iniciais $EARM_0$ para o subproblema da SAR (e, no caso da SAR condicionada, energias afluentes passadas), e em linha contínua indica-se o envio de restrições SAR para os subproblemas da PDDE. Em cor verde representa-se a inclusão, no subproblema da PDDE referente ao nível meta (no exemplo, referente a Novembro), a restrição de volume mínimo operativo que, conceitualmente, equivale ao nível meta considerado no subproblema SAR (NM SAR).

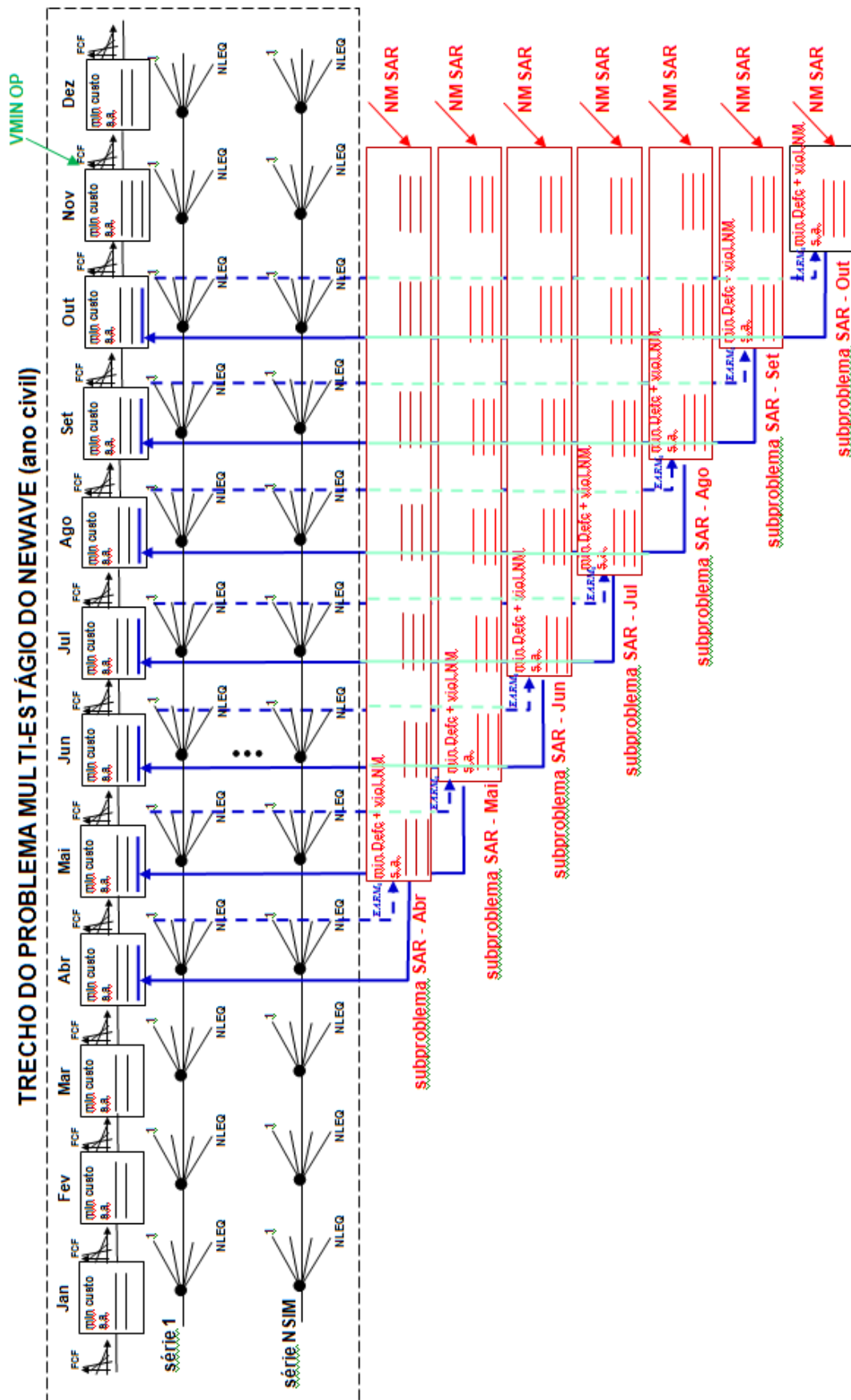


Figura 5.1 – Esquema de subproblemas SAR e integração com os subproblemas da PDDE.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta um aprimoramento na metodologia de superfície de aversão a risco (SAR), implementada em 2013 no modelo NEWAVE, de forma a contornar o seu principalmente inconveniente, que era o acúmulo de penalidades quando havia violações em períodos consecutivos na superfície da SAR. Este acúmulo causava um aumento exagerado no valor da água, forçando uma calibração no valor da penalidade para violação dessas restrições, que em princípio deveria estar associado ao custo unitário da térmica mais cara ou ao custo do primeiro patamar de déficit.

Essa metodologia, denominada NOVA SAR, consiste em uma modificação na forma da penalização pelo não atendimento as restrições da SAR, onde se penaliza apenas a máxima violação das restrições da SAR nos subproblemas do NEWAVE, ao longo do horizonte da SAR em cada ano do período de estudo. Com isso, evita-se o acúmulo de penalidades e o acréscimo exagerado nos valores de CMO. Ressalta-se que é possível também a inclusão de volumes mínimos operativos no mês final de horizonte da SAR diretamente nos subproblemas do NEWAVE. Resultados mais detalhados da eficiência dessa metodologia são apresentados em [26], onde se mostra que o uso de valores de penalidade próximos ao custo do primeiro patamar de déficit resulta em resultados superiores ao da metodologia CVAR e o da metodologia original da SAR com penalidade reduzida, resgatando assim o sentido intuitivo do valor dessa penalidade.

7. REFERÊNCIAS

- [1] http://www.mme.gov.br/mme/galerias/arquivos/conselhos_comite/CNPE/resolucao_2013/Resolucao_CNPE_3_2013.pdf.
- [2] CEPEL, Manual do Usuário do modelo NEWAVE, versão 22, Dezembro de 2015.
- [3] M.E.P. Maceira, V.S. Duarte, D.D.J. Penna, L.A.M. Moraes, A.C.G. Melo, “Ten years of application of stochastic dual dynamic Programming in official and agent studies in Brazil – Description of the NEWAVE program”, 16th PSCC – Power Systems Computation conference, Glasgow, 2008.
- [4] CEPEL, “Manual de Referência do modelo DECOMP”, versão 24, Dezembro de 2015.
- [5] R. J. Pinto, A.L.G.P. Sabóia, R.N. Cabral, F.S. Costa, A.L.Diniz e M. E. P. Maceira, “Metodologia para aplicação de processamento paralelo no planejamento de curto-prazo (modelo DECOMP)”, XX SNPTEE- Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Recife, Novembro 2009.
- [6] ONS, "Curvas Quinquenais de aversão ao Risco para o Sistema Interligado Nacional -CAR5 2013/2017". Nota Técnica, Rio de Janeiro, 2013.
- [7] A. Shapiro, “Analysis of stochastic dual dynamic programming method”, European Journal of Operations Research, v. 209, n.1, pp. 63-72, 2010.
- [8] A. B. Philpott, V. L. Matos, “Dynamic sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion”, European Journal of Operational research, v. 218, pp. 470-483, 2012.
- [9] A. L. Diniz, M. P. Tcheou, M. E. P. Maceira, “Uma abordagem direta para consideração do CVAR no problema de planejamento da operação hidrotérmica” XII SEPOPE - Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Maio de 2012.
- [10] A. Shapiro, W. Tekaya, J.P. Costa, M.P. Soares, “Risk neutral and risk averse Stochastic Dual Dynamic Programming method”, European journal of operational research, v. 224, n.2, pp. 0375-0391, Jan. 2013.
- [11] CPAMP-Comissão Permanente para Análise de Metodologias e Programas Computacionais do Setor Elétrico, "Desenvolvimento, Implementação e Testes de Validação das Metodologias para Internalização de Mecanismos de Aversão a Risco nos Programas Computacionais para Estudos Energéticos e Formação de Preço". Relatório Técnico, 2013.
- [12] PSR, Apresentação “Possíveis Aperfeiçoamentos da Curva de Aversão a Risco” no ONS em 19 de março de 2008, Rio de Janeiro, 2008.
- [13] CEPEL, Apresentação “Análise de Proposta e Discussão de Alternativas para Implementação da SAR no NEWAVE” para o Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico – CMSE em 05 de maio de 2008, Brasília, 2008.

- [14] A. L. Diniz, M. E. P. Maceira, C. L. Vasconcellos, D. D. J. Penna, "Superfície de Aversão a Risco para o Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos", XIII SEPOPE - Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica. Foz do Iguaçu, Maio 2014.
- [15] M.E.P. Maceira, L.A. Terry, F.S. Costa, J. M. Damazio, A C. G. Melo, "Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system", *Proceedings of the Power System Computation Conference - PSCC'02*, Sevilla, Spain, June 2002.
- [16] L.A. Terry, M.E.P. Maceira, C.V. Mercio, V.S. Duarte, "Equivalent reservoir model for hydraulic coupled systems", IX SEPOPE —Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Rio de Janeiro, Brasil, Maio 2004.
- [17] N. V. Arvanitidis, J. Rosing, "Composite representation of multireservoir hydroelectric power system", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 89, n. 2, pp. 319-326, Fev. 1970.
- [18] M. I. Ennes, D.D.J. Penna, M. E. P. Maceira, A. L. Diniz, C. L. V. Vasconcellos, "Representação de subsistemas e submercados de forma diferenciada no planejamento da operação hidrotérmica", XXII SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, 2013, Brasília.
- [19] D. D. J. Penna, M. E. P. Maceira, J.M. Damázio, "Selective sampling applied to long-term hydrothermal generation planning", 17th PSCC - Power Systems Computation Conference, Stockholm, Sweden, Ago. 2011.
- [20] M. E. P. Maceira, C. V. Bezerra, "Stochastic Streamflow model for Hydroelectric Systems", In: *Proceedings of 5th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, pp. 305-310, Vancouver, Canada, Set. 1997.
- [21] M. P. Tcheou, R. N. Cabral, D. D. J. Penna, V. S. Duarte, M. E. P. Maceira, "Modelagem da função de perdas a fio d'água através do MARS (Multivariate Adaptive Regression Splines)", XII SEPOPE - Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica. Rio de Janeiro, Maio 2012.
- [22] M. V. F. Pereira, L. M. V. G. Pinto, "Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning", *Mathematical Programming*, v. 52, n.1-3, pp. 359-375, Maio 1991.
- [23] M.E.P. Maceira, "Programação Dinâmica Dual Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos com Representação do Processo Estocástico de Afluências por Modelos Auto-Regressivos Periódicos", Relatório Técnico Cepel, Junho 1993.
- [24] J.R. Birge, "Decomposition and partitioning methods for multistage stochastic linear programs", *Operations Research*, v.33, n.5, pp. 989-1007, 1985.

[25] Diniz, A.L., Maceira, M.E.P., “Multi-lag Benders Decomposition for power generation planning with nonanticipativity constraints on the dispatch of LNG thermal plants”, In: Horand I Gassmann, William T Ziemba. (Org.). Stochastic Programming - Applications in Finance, Energy, Planning and Logistics. 1ed.: World Scientific, v. 4, p. 399-420, 2013.

[26] Vasconcellos C.L.V, “Aprimoramentos na Metodologia de Superfície de Aversão ao Risco (SAR) para o Problema de Planejamento de Médio/Longo Prazo da Operação de Sistemas Hidrotérmicos”, Rio de Janeiro, Brasil: Dissertação de Mestrado, DEE, Coppe – UFRJ – Rio de Janeiro, 2016.