

RELATÓRIO TÉCNICO

Nº:	DPP/PEN – 097/2001	Nº DE PÁGINAS:	95	ANEXOS:	-
TÍTULO:	Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Interligados com Acoplamento Hidráulico				
ÁREA:	2000	Nº DO PROJETO:	1345		
CLIENTE:	ONS – Operador Nacional do Sistema Elétrico Rua da Quitanda, 196 – 14º andar 20.091-000 – Rio de Janeiro – RJ				
ATENÇÃO:	Alberto Sergio Kligerman				
RESUMO:	Atualmente, no planejamento da operação de médio-prazo, o parque hidroelétrico é representado por subsistemas equivalentes de energia, eletricamente interligados mas sem vínculo hidráulico. Esta restrição limita o número total de subsistemas. Este relatório apresenta uma metodologia para cálculo do sistema equivalente que permite a representação de subsistemas com vínculo hidráulico. Nessa metodologia não há limitação quanto ao número total de subsistemas.				
AUTORES:	Leslie Afrânio Terry – ACSI  Maria Elvira Piñeiro Maceira – ACSI 		PALAVRAS-CHAVE: Planejamento da operação; sistemas hidrotérmicos; sistema equivalente. CLASSIFICAÇÃO: Controlado		
GERENTE DO PROJETO	 NOME: Maria Elvira Piñeiro Maceira TEL: (021) 598-6454 e-mail: elvira@cepel.br		COORDENADOR  NOME: Maria Elvira Piñeiro Maceira TEL: (21) 598-6454 FAX: (21) 598-6482		
APROVAÇÃO:	DIRETORIA DE PROGRAMAS DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO  NOME: Dr. Luiz Alberto da Silva Pilotto 26 de 10/1				

CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA

Sede: Av. Um s/nº - Ilha da Cidade Universitária - Rio de Janeiro - RJ - Brasil - Tel.: 021 598-2112 - Fax: 021 260-134
Unidade Adrianópolis: Av. Olinda s/n - Adrianópolis - Nova Iguaçu - RJ - Brasil - Tel.: 021 667-2111 - Fax: 021 667-351
End. Postal: CEPEL - Cx. Postal 68007 - 21944-970 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil / End. Telefônico: CEPELETRO - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

**Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos
Interligados com Acoplamento Hidráulico**

***Índice**

1. Introdução e Objetivo	1
2. O Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos.....	4
3. Representação do Modelo Equivalente de Energia para Sistemas Hidraulicamente Independentes.....	10
3.1. Energia Armazenada Máxima.....	10
3.2. Correção da Energia Armazenada devido a Mudanças de Configuração	12
3.3. Energia Afluente	15
3.4. Energia Afluente Controlável	15
3.5. Correção da Energia Afluente Controlável	15
3.6. Energia Afluente a Fio d'Água	17
3.7. Parcela da Energia Afluente Correspondente à Energia Afluente Controlável	18
3.8. Separação das Perdas da Energia Afluente a Fio d'Água, devido à Limitação do Engolimento Máximo	19
3.9. Energia Evaporada	21
3.10. Energia de Vazão Mínima.....	22
3.11. Energia para Enchimento de Volume Morto.....	24
3.12. Energia das Usinas Submotorizadas.....	24
3.13. Geração de Pequenas Usinas.....	25
3.14. Geração Hidráulica Máxima.....	25
4. Representação do Modelo Equivalente de Energia para Sistemas Hidraulicamente Dependentes.....	26
4.1. Energia Armazenada Máxima.....	29
4.2. Energia Afluente	31
4.3. Energia Afluente Controlável	32
4.4. Energia de Vazão Mínima.....	32
4.5. Energia para Enchimento de Volume Morto.....	33
5. Formulação do Problema sem Acoplamento Hidráulico	36
5.1. Resolução do Problema de Planejamento adotando Programação Dinâmica Dual Estocástica.....	36
5.2. Função Objetivo	36
5.3. Balanço Hídrico por Subsistema.....	37
5.4. Atendimento à Demanda	39
5.5. Função de Custo Futuro	40
5.6. Restrição Adicional de Geração Hidráulica Máxima.....	40
5.7. Restrição Adicional de Intercâmbio de Nó Fictício (Primeira Lei de Kirchhoff)	41
6. Formulação do Problema com Acoplamento Hidráulico	42
6.1. Alterações Decorrentes da Adoção do Acoplamento Hidráulico.....	42

6.2.	Função Objetivo	44
6.3.	Balanço Hídrico.....	44
6.4.	Atendimento à Demanda	45
6.5.	Função de Custo Futuro	46
6.6.	Restrição Adicional de Geração Hidráulica Máxima.....	46
6.7.	Restrição Adicional de Intercâmbio do Nó Fictício (Primeira Lei de Kirchhoff)	46
7.	<i>Alterações na Construção dos Cortes de Benders devido a Adoção do Acoplamento Hidráulico.....</i>	47
7.1.	Equação de Balanço Hídrico	47
7.2.	Equação de Atendimento à Demanda.....	50
7.3.	Restrição Adicional de Geração Hidráulica Máxima.....	52
8.	<i>Resultados.....</i>	54
8.1.	Configuração do Sistema Adotada nos Estudos	54
8.2.	Comparando a Metodologia Vigente com a Metodologia Proposta	59
8.2.1.	Custo Esperado Total de Operação.....	60
8.2.2.	Médias Anuais Históricas	61
8.2.3.	Custos Marginais de Operação	68
8.2.4.	Comparação da operação com adoção ou não do acoplamento hidráulico.....	69
9.	<i>Conclusão e Recomendações</i>	73
10.	<i>Referências Bibliográficas.....</i>	75
11.	<i>Apêndice A: Configuração Hidroelétrica Adotada</i>	77
11.1.	Usinas Hidrelétricas	77
11.1.1.	Sistema Sudeste (incluindo a Usina de Itaipu)	77
11.1.2.	Sistema Sul	79
11.1.3.	Sistema Nordeste	79
11.1.4.	Sistema Norte	80
11.2.	Usinas Térmicas	80
11.2.1.	Sistema Sudeste	80
11.2.2.	Sistema Sul	80
11.2.3.	Sistema Nordeste	81
12.	<i>Apêndice B: Quadro Demonstrativo das Parcelas.....</i>	82
13.	<i>Apêndice C: Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE).....</i>	84

1. Introdução e Objetivo

No Sistema Elétrico Brasileiro há participação majoritária da hidroeletricidade no atendimento ao consumo de energia elétrica. As usinas hidrelétricas, que compõem o parque gerador nacional, estão localizadas ao longo de cascatas em bacias hidrográficas, com grande variabilidade de comportamento hidrológico. Ademais há várias usinas que possuem capacidade de regularização plurianual.

Para viabilizar o trabalho do planejador, é necessário racionalizar a utilização dos recursos em diversos horizontes temporais, desde estudos de longo prazo, analisando secas de longa duração e sua probabilidade de ocorrência e a capacidade de regularização pluri-anual, até o despacho de curtíssimo prazo. Isto resultou na divisão do planejamento da operação em diversas etapas. A primeira etapa, com horizonte mais longo, é resolvida por um modelo de planejamento da operação de subsistemas hidrotérmicos de longo prazo, desenvolvido pelo CEPEL – Modelo NEWAVE [1], capaz de avaliar as estatísticas de desempenho do sistema no atendimento ao mercado. Este horizonte mais longo permite avaliar a operação do sistema analisando secas de longa duração e considerando a característica de regularização pluri-anual de alguns reservatórios.

Para viabilizá-lo é necessário admitir algumas simplificações do problema real: admitem-se conhecidos, para o período de planejamento, o mercado e as expansões do parque térmico, do parque hidráulico e do sistema de transmissão. Por outro lado, é considerada a estocasticidade das vazões. Outra simplificação adotada é o agrupamento das usinas hidrelétricas de um mesmo sistema em reservatórios equivalentes de energia. Estes reservatórios equivalentes são interligados eletricamente, representando os grandes troncos de linhas de transmissão entre os diversos subsistemas do Sistema Brasileiro.

O Modelo Equivalente de Energia [2,3] atualmente adotado no Setor Elétrico Brasileiro foi formulado para representar subsistemas sem vínculo hidráulico, ou seja, nesta representação, as bacias hidrográficas, onde estão localizadas as usinas que constituem um determinado subsistema, necessitam estar contidas em um e somente um

subsistema. Porém as fronteiras entre subsistemas determinadas pelo conceito de bacia hidrográfica limitam a possibilidade de representação do problema real.

O objetivo do presente trabalho é propor uma alternativa de metodologia para o Modelo Equivalente de Energia [2,3] que permita a representação de subsistemas com vínculo hidráulico. Neste caso, a operação de um determinado subsistema será dependente da operação de subsistemas localizados a montante. Este trabalho baseia-se no desenvolvimento de mestrado da Engenheira Cecilia Maria V. B. Mercio, sob supervisão de Leslie Afranio Terry e Maria Elvira P. Maceira de 1997 a 2000, tendo sido apresentado à COPPE/UFRJ [15].

Esta metodologia será empregada para representar explicitamente a interligação elétrica da Usina de Itaipu com os Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Sul, através do Elo de Corrente Contínua e do Circuito de Itaipu de 765 kV. Esta usina será separada do Sistema Sudeste/Centro-Oeste, onde atualmente é representada, dado que está localizada no Rio Paraná. Assim a operação hidráulica do novo Sistema Itaipu, formado apenas pela Usina de Itaipu, será dependente da operação hidráulica do Sistema Sudeste/Centro-Oeste, pois uma parte da defluência deste sistema é afluência ao Sistema Itaipu. Por outro lado, a operação energética dos Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Sul é dependente da operação de Itaipu

No segundo capítulo, faz-se uma introdução do problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, apresentando os conceitos básicos e introduzindo o Modelo Equivalente de Energia [2,3].

No terceiro capítulo, é apresentada a formulação do Modelo Equivalente de Energia como adotado atualmente. No capítulo seguinte, são propostas as alterações necessárias nesta metodologia para permitir a representação de sistemas hidráulicamente acoplados.

A partir do quinto capítulo, é apresentada a formulação do problema sem vínculo hidráulico e nos dois capítulos seguintes a formulação adotando a metodologia proposta e as conseqüentes alterações nos Cortes de Benders [4].

Os principais resultados, tais como: geração hidráulica, geração térmica, valor esperado da energia não suprida, vertimentos, são apresentados no oitavo capítulo. Finalmente, as conclusões e recomendações são objeto de análise do nono capítulo.

2. O Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos

A utilização de um sistema elétrico encerra um problema de planejamento [5], onde este planejamento é feito desde a elaboração do Plano de Expansão, passando pela avaliação das condições energéticas de atendimento ao mercado de energia no médio prazo, até a Programação Diária, com a definição do despacho de geração.

O objetivo deste planejamento é a utilização ótima dos recursos disponíveis para a geração de energia elétrica, propiciando à sociedade um serviço com alto grau de confiabilidade e custo reduzido. Os recursos disponíveis são o parque gerador instalado, composto de usinas hidrelétricas e termelétricas, e a rede elétrica, uma malha que interliga os geradores e os mercados consumidores de energia. O custo associado refere-se ao gasto com combustíveis das usinas térmicas e à penalização por eventuais interrupções no fornecimento de energia.

A resolução do problema de planejamento consiste na determinação de uma **estratégia** de operação, a cada **estágio** do horizonte de planejamento, conhecido o **estado** do sistema no início de cada estágio, fornecendo as **metas** de geração para cada unidade geradora.

Estágio	Cada etapa de discretização do horizonte de estudo
Estado	Descreve a situação energética do sistema (armazenamento e afluências passadas)
Metas	Quanto gerar em cada usina hidráulica e térmica e quanto intercambiar

Quadro 1. Glossário de termos usados no Planejamento Energético

Em sistemas elétricos, cujo parque de geração é composto apenas por fontes de geração térmica, o custo de operação das unidades é calculado diretamente pelo custo do combustível de cada unidade. Ou seja o problema consiste na determinação de um subgrupo de unidades térmicas que resulte no menor custo de operação, atendendo à demanda energética e respeitando os limites de geração em cada unidade.

Analisando o problema de forma simplificada, este será resolvido colocando-se as usinas em ordem crescente de custo para produzir uma unidade adicional de geração (custo incremental), e ajustando a operação às flutuações da demanda energética. Portanto, o atendimento será feito a partir das unidades de custo mais baixo. O último

gerador acionado é o gerador marginal, pois é o responsável pelo atendimento a qualquer possível acréscimo de demanda. Conseqüentemente, os geradores de custo inferior ao custo marginal operam em sua capacidade máxima e os geradores de custo superior ao marginal não entram em operação.

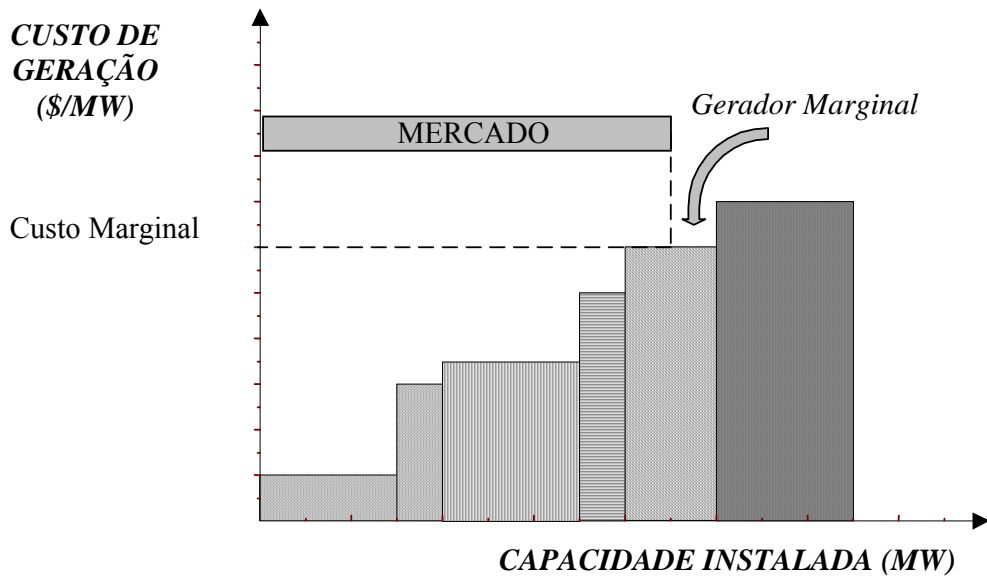


Figura 1. Problema de Operação Energética – Sistema Termelétrico

Mesmo que outros aspectos (custos de partida, limites de variação de geração, perdas, limites de transmissão etc) sejam considerados, as características básicas do problema de planejamento termelétrico são apresentadas a seguir:

- a) *Não Dependência Temporal:* Uma decisão operativa adotada no estágio presente não interfere no custo de operação dos estágios futuros;
- b) *Custo Direto de Operação das Unidades:* O custo operativo de uma determinada unidade independe do nível de geração e do estado das demais unidades. Adicionalmente, a geração de uma unidade não influencia a capacidade ou a disponibilidade das demais.
- c) *Maior Confiabilidade do Sistema:* A confiabilidade do sistema depende basicamente da capacidade de geração das unidades instaladas, e independe da estratégia de operação adotada.

No caso dos sistemas hidrotérmicos, é possível utilizar a energia “grátis” armazenada nos reservatórios das usinas hidrelétricas do sistema. Porém, esta energia possui um valor, que é representado pelo gasto futuro que a disponibilidade hídrica permite economizar. Para este tipo de sistema, o problema possui as seguintes características gerais:

a) *Dependência Temporal*: Os reservatórios das usinas hidrelétricas possuem capacidade limitada de armazenamento, surgindo uma dependência entre uma decisão operativa no presente estágio e decisões futuras. Por exemplo: se após grandes deplecionamentos, ocorrerem baixas afluências, as unidades hidráulicas não serão capazes de atender à demanda, sendo necessária a utilização intensiva de geração térmica, ainda com risco de interrupção do fornecimento. Por outro lado, se for mantido o nível dos reservatórios através do uso mais intenso da geração térmica e ocorrerem afluências altas no futuro, a capacidade dos reservatórios pode ser excedida, com vertimento no sistema. Portanto a solução ótima desejada é o ponto de equilíbrio entre o benefício presente do uso da água e o benefício futuro de seu armazenamento, medido em termos da economia esperada do custo dos combustíveis das usinas térmicas e de penalidades de racionamentos futuros.

b) *Não Determinístico*: Há grande incerteza em relação às afluências futuras, que variam sazonal e regionalmente. Um aspecto da série de afluências, que precisa ser avaliado, é a garantia de atendimento para séries secas, cuja permanência é grande. Outra grandeza com comportamento semelhante é o mercado a ser atendido.

c) *Dependência Espacial*: O parque hidrelétrico brasileiro é de grandes dimensões, com mais de 200 usinas hidrelétricas, muitas destas em cascata, onde a operação de usinas a montante afeta a operação das demais a jusante. Algumas destas usinas possuem reservatórios de regularização plurianual. Assim, a afluência que chega a um reservatório, armazenada, pode vir a ser turbinada anos mais tarde, o que obriga o planejador a analisar seqüências hidrológicas com alguns anos de duração. Há necessidade de otimização multi-período e representação da dependência entre as decisões operativas das usinas na mesma cascata.

d) *Não-Linearidade:* A geração hidrelétrica é resultante do produto entre a altura de queda e a vazão turbinada, e estas grandezas variam de acordo com o estoque de água armazenado no reservatório. A determinação destas grandezas é feita pelas curvas volume-cota, cota-área e pela função de produção da usina, que são relações não-lineares.

e) *Antagonismo dos Objetivos do Problema:* Os mais importantes objetivos do problema de operação são a minimização do custo de operação e o atendimento à demanda energética. Para minimizar o custo de operação, o que parece ser mais eficiente, à primeira vista, é o atendimento à demanda com geração hidráulica (custo mínimo). Deste modo, os reservatórios do sistema são deplecionados. Por outro lado, quanto mais cheios são mantidos estes mesmos reservatórios, mais certo é o atendimento à demanda no futuro, pois reduz-se a possibilidade de escassez de recursos no futuro. Ou seja: minimizar o custo de operação leva a deplecionamentos e a redução da possibilidade de déficit depende da manutenção do nível dos reservatórios, como mostrado na figura a seguir.

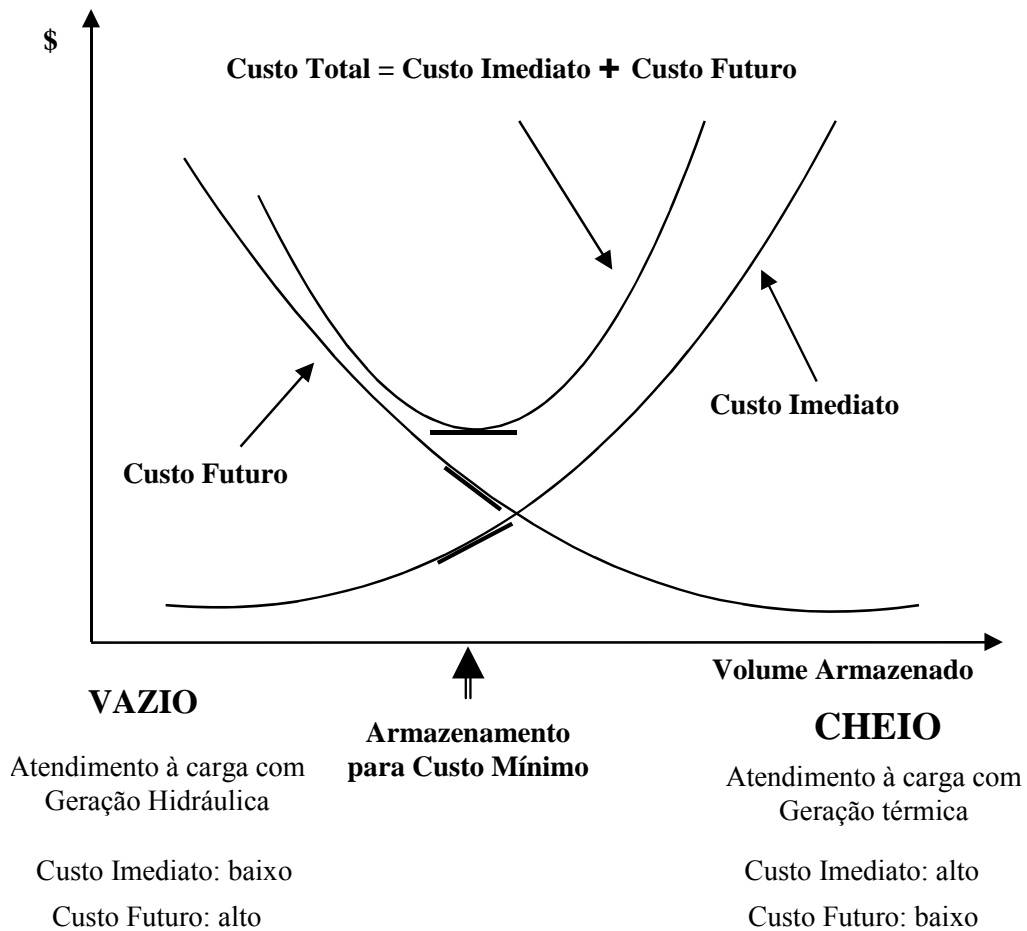


Figura 2. Custos de Operação em um Sistema Hidrotérmico

Quando há interligação entre os sistemas, a operação é otimizada em conjunto. Neste caso, o gerador marginal de um sistema pode estar sendo despachado em outro. Para que haja intercâmbio de energia, basta que o custo de operação do gerador marginal de um sistema (fornecedor) seja inferior ao custo de operação do gerador marginal de outro sistema (recebedor). Se a melhor opção for gerar energia hidráulica em um sistema, fornecendo para outro sistema, o primeiro deplecionará para atender este fornecimento e o segundo poderá recuperar o armazenamento do seu sistema.

Devido às características do Sistema Elétrico Brasileiro, a resolução do problema de planejamento energético é obtida através de uma cadeia de modelos matemáticos [6], baseados em Programação Dinâmica Dual Estocástica [7,8,9]. Cada modelo desta cadeia é utilizado para um determinado horizonte de planejamento e com um determinado grau de representação das características do problema real.

O primeiro modelo da cadeia, Modelo NEWAVE [1], com o mais longo horizonte de estudo, representa o sistema hidrotérmico de forma agregada, através do denominado Modelo Equivalente de Energia [2,3]. Este modelo representa as várias usinas hidrelétricas de um subsistema em um grande reservatório equivalente de energia. Estes reservatórios equivalentes possuem interligação entre si, representando os grandes troncos de linhas de transmissão entre os diversos subsistemas do Sistema Brasileiro.

O Modelo Equivalente de Energia atualmente adotado no Setor Elétrico Brasileiro foi formulado para representar subsistemas sem vínculo hidráulico, ou seja, nesta representação, as bacias hidrográficas, onde estão localizadas as usinas que constituem um determinado subsistema, necessitam estar contidas em um e somente um subsistema.

Será proposta uma metodologia de Modelo Equivalente de Energia que permita a representação de subsistemas com vínculo hidráulico. Neste caso, a operação de um determinado subsistema será dependente da operação de subsistemas localizados a montante.

3. Representação do Modelo Equivalente de Energia para Sistemas Hidraulicamente Independentes

Para a resolução de problemas de otimização em sistemas hidrotérmicos, com grande número de usinas, para diversos cenários de afluências possíveis, e considerando um horizonte muito extenso, adota-se a representação do parque gerador hidrelétrico por modelos a sistemas equivalentes de energia [2,3]. Esta simplificação permite a consideração da grande diversidade de cenários hidrológicos. A seguir é explicitada a metodologia para a determinação das grandezas desta representação.

3.1. Energia Armazenada Máxima

O objetivo de se calcular a energia armazenada máxima é determinar a capacidade de armazenamento do reservatório equivalente de energia do sistema, para o conjunto de usinas deste sistema.

Este cálculo considera a produtibilidade acumulada das usinas. A produtibilidade das usinas é função do nível de armazenamento do reservatório, e este é dependente da regra de operação adotada, ou seja de como serão realizados os deplecionamentos. Assim, para calcular a energia armazenada máxima, adota-se a hipótese de que os deplecionamentos ocorrem em paralelo, ou seja os armazenamentos e os deplecionamentos ocorrem paralelamente em volume, mantendo-se a proporção de volume útil armazenado entre os vários reservatórios. Adicionalmente, este cálculo é feito desconsiderando-se novas afluências.

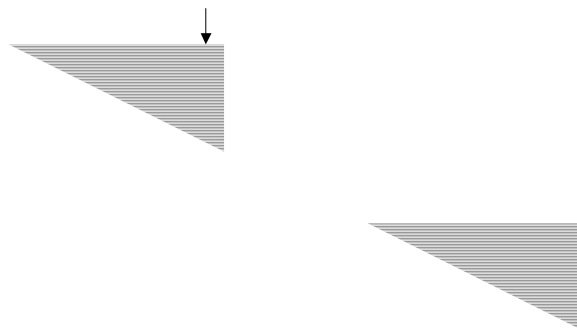


Figura 3. Representação da Operação em Paralelo dos Reservatórios de uma Cascata

Resumindo, a capacidade do reservatório equivalente de energia corresponde à energia que seria gerada pelo esvaziamento completo, entre o volume inicial (máximo) e o volume final (mínimo), em paralelo, dos reservatórios das usinas hidrelétricas, com a conseqüente geração de energia. Assim, esta energia corresponde ao somatório, para todas as usinas que possuem reservatório, do produto do volume útil, pela produtibilidade acumulada, função do armazenamento da usina considerada e dos armazenamentos das usinas de jusante. A produtibilidade de uma usina com reservatório é calculada pelo produto entre o rendimento do conjunto turbina-gerador e a altura equivalente do reservatório, calculada pela integração da curva cota-volume. A produtibilidade de uma usina fio d'água, por sua vez, é função do mesmo rendimento e da altura de queda, considerada constante.

Assim, tem-se:

$$EA_{max} = c_1 \sum_{i \in R} [V_{\text{útil}_i} \sum_{j \in J_i} \rho_j Heq_j] \quad (1)$$

onde:

EA_{max} - energia armazenada máxima no sistema

c_1 - coeficiente que depende do sistema de unidades adotado

R - conjunto de reservatórios pertencentes ao sistema

$V_{\text{útil}_i}$ - volume útil do reservatório i ($V_{\text{max},i} - V_{\text{min},i}$)

J_i - conjunto de usinas (fio d'água ou reservatório) a jusante do reservatório i , inclusive, até o mar

ρ_i - rendimento global do conjunto turbina-gerador da usina j

Heq_j - altura de queda equivalente¹ da usina j , entre os volumes mínimo e máximo, para usinas com reservatório, ou altura líquida, constante, para usinas a fio d'água. A altura de queda é a diferença entre as cotas do reservatório e do canal de fuga da usina, descontadas as perdas.

A energia armazenada máxima é função da configuração fornecida. Se houver alteração da configuração, haverá conseqüente alteração do seu valor.

¹ Altura equivalente corresponde a um valor médio, obtido pela integração da curva cota-volume, entre o volume mínimo e máximo do reservatório.

3.2. Correção da Energia Armazenada devido a Mudanças de Configuração

Será necessário corrigir a energia armazenada quando houver alteração da configuração das usinas do estudo, tais como: entrada em operação de uma usina hidrelétrica, entrada em operação de um reservatório, alteração de canal de fuga de uma usina hidrelétrica etc.

Por exemplo, com a entrada em operação de uma nova usina, a jusante de usinas anteriormente em operação, ocorre uma valorização da água armazenada nestas usinas. Isto ocorre pois ao haver deplecionamento em uma destas usinas, este é passível de ser gerado na usina de jusante, agora em operação. Por outro lado, com a entrada em operação de um reservatório na cabeceira de um rio, com usinas previamente em operação, estas usinas possuem agora maior capacidade de regularização, dado que o novo reservatório pode operar com o objetivo de suprir estas usinas em períodos secos.

Ou seja, a correção da energia armazenada para a nova configuração levará em conta esta valorização da capacidade de armazenamento de energia do sistema. Assim esta correção pode ser feita através de um fator que representa a razão entre as energias armazenáveis máxima depois e antes da alteração de configuração, descontando-se a parcela referente à energia armazenada na usina que está entrando em operação. Ou melhor, subtraindo-se da razão o produto do volume útil de cada usina nova, com reservatório, pelo somatório da produtibilidade da usina nova e as produtibilidades das usinas de jusante, anteriores à mudança de configuração. Este critério é utilizado para a mudança de configuração motivada pela entrada em operação de uma usina. Para os demais aspectos, o critério será um caso especial deste descrito.

A energia armazenada antes da mudança de configuração é dada por:

$$EA_0 = c_1 \sum_{i \in R} [V_i (\sum_{j \in J_i} \rho_j Heq_j)] \quad (2)$$

onde:

EA_0 - energia armazenada antes da mudança de configuração

V_i - volume armazenado no reservatório i no estágio em que ocorre a alteração na configuração

Sendo a metodologia determinada adotando-se a operação em paralelo, define-se λ como um fator de proporcionalidade entre os estados de armazenamento dos reservatórios. Deste modo, tem-se:

$$V_i = \lambda(V_{\max,i} - V_{\min,i}) \quad (3)$$

Substituindo (3) na expressão da energia armazenada antes da mudança de configuração (2):

$$EA_0 = \lambda c_1 \sum_{i \in R} [(V_{\max} - V_{\min}) (\sum_{j \in J_i} \rho_j Heq_j)] \quad (4)$$

Ou melhor:

$$EA_0 = \lambda EA_{\max_0} \quad (5)$$

Ou ainda:

$$\lambda = \frac{EA_0}{EA_{\max}} \quad (6)$$

Devido à entrada em operação das novas usinas, a nova energia armazenada será dada por:

$$EA_1 = c_1 \sum_{i \in R} [V_i (\sum_{j \in K_i} \rho_j Heq_j)] \quad (7)$$

onde:

K_i - conjunto de usinas a jusante do reservatório i , após a entrada em operação de novas usinas

Ou melhor:

$$EA_1 = \lambda c_1 \sum_{i \in R} [(V_{\max} - V_{\min}) (\sum_{j \in K_i} \rho_j Heq_j)] \quad (8)$$

Ou ainda:

$$EA_1 = c_1 \frac{EA_0}{EA_{\max}} \sum_{i \in R} [(V_{\max} - V_{\min}) (\sum_{j \in K_i} \rho_j Heq_j)] \quad (9)$$

Separando-se o conjunto de usinas novas do conjunto de usinas existentes, a expressão anterior fica:

$$EA_1 = c_1 \frac{EA_0}{EA_{\max}} \left[\sum_{i \in S} (V_{\max} - V_{\min}) \sum_{j \in K_i} \rho_j Heq_j - \sum_{i \in (S-R)} (V_{\max} - V_{\min}) \sum_{j \in K_i} \rho_j Heq_j \right] \quad (10)$$

onde:

S - conjunto de novas usinas, com reservatório.

Rearrmando:

$$EA_1 = EA_0 \left[\frac{EA_{\max_1}}{EA_{\max}} - \frac{c_1}{EA_{\max}} \sum_{i \in (S-R)} (V_{\max} - V_{\min}) \sum_{j \in K_i} \rho_j Heq_j \right] \quad (11)$$

onde:

EA_{\max_1} - energia armazenada máxima após a mudança de configuração

Finalmente, reformulando a expressão (11), tem-se:

$$EA_1 = FDIN_1 EA_0 \quad (12)$$

onde:

$FDIN_1$ - fator de correção da energia armazenada devido a mudanças de configuração.

Generalizando para qualquer mudança de configuração, a energia armazenada para a configuração k é dada por:

$$EA_k = FDIN_k EA_{k-1} \quad (13)$$

Esta correção não será alterada com a adoção do acoplamento hidráulico.

3.3. Energia Afluente

A série histórica de energias afluentes consiste no somatório da série histórica de energias afluentes controláveis e da série histórica de energia bruta afluente a fio d'água.

3.4. Energia Afluente Controlável

A energia afluente controlável corresponde à vazão natural afluente aos reservatórios, valorizada pela produtibilidade destas usinas com reservatório e pelas produtibilidades das usinas a fio d'água a jusante destes, até o próximo reservatório de jusante, exclusive.

Para um estágio t , a energia controlável é dada por:

$$EC_t = c_2 \sum_{i \in R} [Q_{i,t} (\sum_{j \in J_i} \rho_j Heq_j)] \quad (14)$$

onde:

EC_t - energia afluente controlável, no estágio t

c_2 - coeficiente que depende do sistema de unidades adotado

J_i - conjunto de usinas a fio d'água a jusante do reservatório i , inclusive, até o próximo reservatório exclusive

$Q_{i,t}$ - vazão afluente ao reservatório i , no estágio t

3.5. Correção da Energia Afluente Controlável

A série de energias afluentes controláveis é calculada utilizando-se a altura equivalente para os reservatórios, assim admite-se que o nível dos reservatórios seja o correspondente à altura equivalente. Durante a simulação da operação dos reservatórios, há uma evolução dos níveis de armazenamento, por isso é necessária a correção da energia afluente controlável para o armazenamento efetivo dos reservatórios.

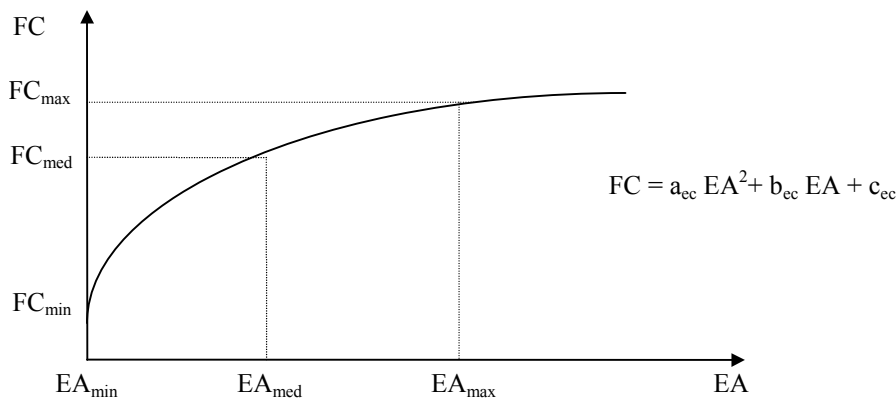


Figura 4. Coeficiente de Correção da Energia Afluente Controlável

O fator de correção da energia afluente controlável disponível é função de uma parábola do segundo grau, obtida a partir de três pontos. Cada um destes pontos relaciona a energia armazenada e o fator de correção da energia controlável, referentes às alturas mínima, média e máxima.

A energia controlável corrigida será:

$$EC'_t = FC(EA_t) EC_t \quad (15)$$

sendo:

$$FC(EA_t) = a_{ec} EA_t^2 + b_{ec} EA_t + c_{ec} \quad (16)$$

onde:

EC'_t - energia controlável afluente corrigida, para o estágio t .

EC_t - energia controlável afluente, para o estágio t , calculada para a altura equivalente.

$FC(EA_t)$ - fator de correção da energia controlável afluente para o estágio t , função da energia armazenada no mesmo estágio t .

a_{ec} , b_{ec} , c_{ec} - coeficientes da parábola de correção da energia controlável afluente, para o estágio t .

O fator de correção mensal da energia controlável afluente, a exemplo da energia armazenada, é função da configuração de usinas. A cada mudança de configuração, são calculados novos fatores de correção.

3.6. Energia Afluente a Fio d'Água

A energia afluente a fio d'água consiste na energia produzida pelas vazões incrementais afluentes às usinas fio d'água, não passíveis de armazenamento neste tipo de usina. A vazão incremental afluente a uma usina a fio d'água corresponde à vazão natural afluente à esta usina, descontando-se a vazão natural afluente aos reservatórios imediatamente a montante. Se a vazão incremental exceder a máxima capacidade de turbinamento, ou engolimento máximo, da usina, este excesso não é computado.

A energia a fio d'água, no estágio t , é dada por:

$$EFIO_t = c_2 \sum_{i \in F} \{ \min[(Q_{\max_i} - \sum_{m \in M_i} Q_{\min_{m,t}}), (Q_{i,t} - \sum_{m \in M_i} Q_{m,t})] \} \rho_i h_i \quad (17)$$

onde:

$EFIO_t$ - energia afluente fio d'água ao sistema, no estágio t

F - conjunto de usinas a fio d'água pertencentes ao sistema

Q_{\max_i} - engolimento máximo da usina a fio d'água i

M_i - conjunto de primeiras usinas com reservatório, a montante da usina a fio d'água i

$Q_{\min_{m,t}}$ - defluência mínima obrigatória do reservatório m , no estágio t .

$Q_{m,t}$ - vazão natural afluente à usina m , no estágio t

h_i - altura de queda da usina a fio d'água i

O engolimento máximo de uma usina a fio d'água corresponde à máxima vazão que pode ser turbinada e é dado por:

$$Q_{\max_i} = c_3 \frac{P_i}{\rho_j h_j} \quad (18)$$

onde:

P_i - potência instalada na usina i .

c_3 - coeficiente que depende do sistema de unidades adotado

Para o cálculo da série histórica de energias afluentes, utiliza-se a série de energia bruta afluente a fio d'água. Energia bruta afluente a fio d'água corresponde a energia

afluente a fio d'água, desconsiderando-se as perdas por engolimento máximo, e, para um estágio t , é dada por:

$$EFIOB_t = c_2 \sum_{i \in F} (Q_{i,t} - \sum_{m \in M_i} Q_{m,t}) \rho_i h_i \quad (19)$$

onde:

$EFIOB_t$ - energia bruta afluente fio d'água, para o estágio t .

3.7. Parcela da Energia Afluente Correspondente à Energia Afluente Controlável

A série gerada de energias afluentes corresponde à energia afluente total, ou seja, a energia afluente controlável mais energia bruta afluente a fio d'água. Para se calcular a energia afluente controlável, a partir da série gerada de energias afluente, faz-se o cálculo da parcela da energia afluente que corresponde à energia afluente controlável, para a série histórica. Deste modo, calcula-se a participação média em relação à série histórica.

Isto é feito relacionando-se, para as séries históricas, as energias afluentes totais e as energias afluentes controláveis. A participação média da energia afluente controlável, na energia afluente, para o estágio t , é dada por:

$$EC_t = \gamma EAF_t \quad (20)$$

onde:

EC_t - energia afluente controlável, para o estágio t

γ - participação da energia afluente controlável na energia afluente total.

EAF_t - energia natural afluente, para o estágio t

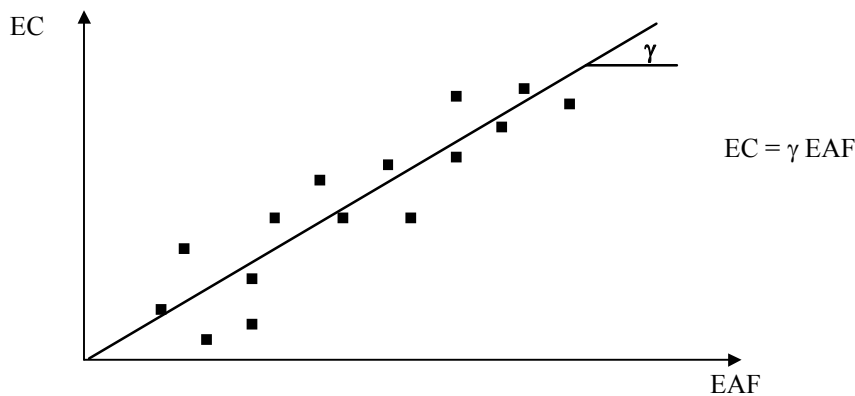


Figura 5. Relação entre a Energia Controlável e a Energia Natural Afluente

O coeficiente γ é estimado através do método dos mínimos quadrados.

$$S = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (EC - \gamma EAF)^2 \quad (21)$$

onde:

S - soma dos quadrados dos desvios

n - número total de observações

e_i - erro para a observação i

Derivando-se em relação ao coeficiente γ e igualando-se a zero, tem-se:

$$\frac{\partial S}{\partial \gamma} = -2 \sum_{i=1}^n EAF(EC - \gamma EAF) = 0 \quad (22)$$

Ou melhor:

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^n EAF \times EC}{\sum_{i=1}^n EAF^2} \quad (23)$$

3.8. Separação das Perdas da Energia Afluente a Fio d'Água, devido à Limitação do Engolimento Máximo

A série gerada de energia afluente corresponde à soma da energia afluente total e da energia bruta afluente a fio d'água, ou seja, sem considerar as limitações do

engolimento máximo das usinas a fio d'água. Conseqüentemente, é necessário separar-se as perdas decorrentes desta limitação para calcular a energia a fio d'água efetiva.

As perdas devidas à limitação do engolimento máximo são estimadas a partir de uma parábola que relaciona a diferença entre a energia bruta afluyente a fio d'água e a energia afluyente a fio d'água, considerando a limitação do engolimento máximo, com a própria energia bruta afluyente a fio d'água. Deste modo, ajusta-se uma parábola do segundo grau aos pontos que relacionam as perdas e a energia bruta afluyente a fio d'água:

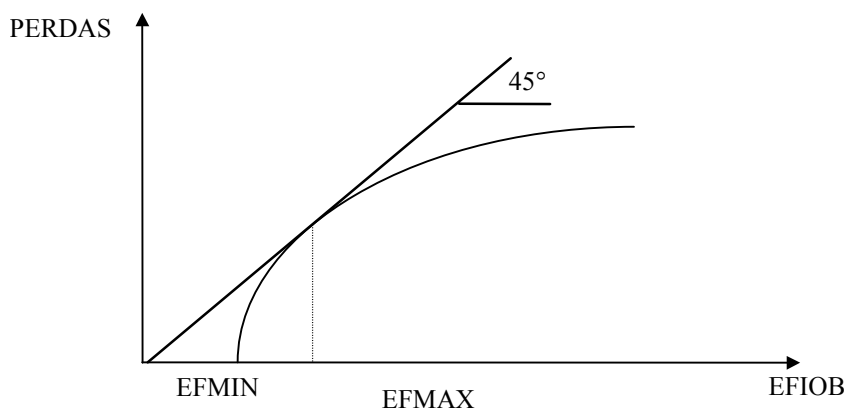


Figura 6. Relação entre as Perdas por Engolimento Máximo e a Energia Bruta Afluyente a Fio d'Água

$$\text{PERDAS} = a \text{EFIGB}^2 + b \text{EFIGB} + c \quad (24)$$

Caso o coeficiente a seja negativo, esta relação passa a ser descrita por uma reta. Adicionalmente, calculam-se dois pontos, a saber:

- valor mínimo de energia bruta afluyente a fio d'água, abaixo do qual a perda é nula (EFMIN)
- valor máximo de energia bruta afluyente a fio d'água, acima do qual a perda relativa a este excedente é total (EFMAX). Neste caso, a perda é dada por:

$$\text{PERDAS} = (a \text{EFMAX}^2 + b \text{EFMAX} + c) + (\text{EFIGB} - \text{EFMAX}) \quad (25)$$

O cálculo do valor mínimo EFMIN é feito conforme descrito a seguir:

- no caso de ajuste por parábola, é a maior raiz positiva ou, se não houver raiz, é o ponto de mínimo se este for positivo, caso contrário, é zero.
- no caso de ajuste por reta, é a raiz se esta for positiva, caso contrário, é zero.

Por sua vez, o valor máximo EFMAX corresponde ao valor a partir do qual a EAFIOB é igual a perda.

Concluindo, a partir da energia afluyente total, a energia afluyente controlável é calculada utilizando-se a parcela de separação γ . A diferença entre a afluyente total e a afluyente controlável corresponde à energia bruta afluyente a fio d'água. Para determinar a energia a fio d'água efetiva, calcula-se a perda a partir da metodologia descrita.

3.9. Energia Evaporada

Nas usinas com reservatório, há evaporação, decorrente da exposição da superfície do lago à insolação. Esta evaporação é representada pela energia evaporada, calculada pelo produto dos coeficientes de evaporação médios mensais, pela área da superfície do lago, função da energia armazenada, e pela produtividade acumulada nos reservatórios, das usinas a jusante deste, inclusive.

A energia evaporada, para o estágio t , é dada por:

$$EVP_t = c_4 \sum_{i \in R} e_{i,t} A_{i,t} \sum_{j \in J_i} \rho_j h_j \quad (26)$$

onde:

EVP_t - energia evaporada, para o estágio t .

c_4 - coeficiente que depende do sistema de unidades adotado.

$e_{i,t}$ - coeficiente de evaporação mensal da usina i , para o estágio t .

$A_{i,t}$ - área da superfície do lago do reservatório, calculada a partir do polinômio cota-área.

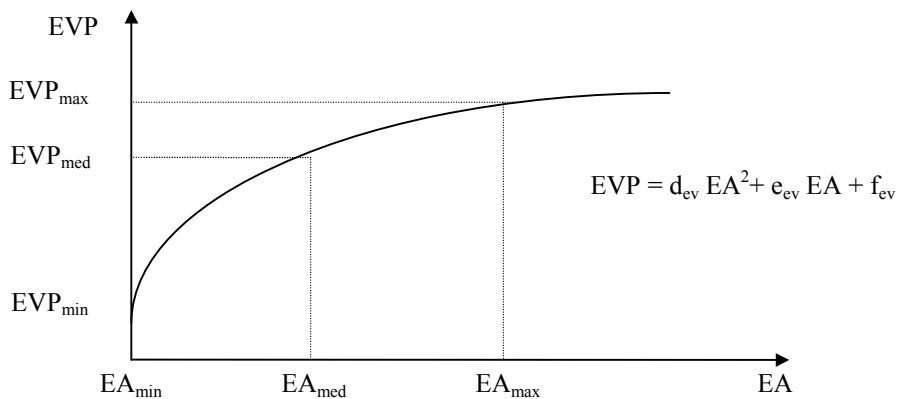


Figura 7. Parábola de Energia Evaporada em função da Energia Armazenada.

A energia evaporada é função dos armazenamentos dos reservatórios. Como o valor da energia evaporada é calculado previamente à sua utilização, constroem-se parábolas do segundo grau a partir de três pares de valores de energia armazenada e energia evaporada, referentes às alturas mínima, média e máxima.

A energia evaporada é dada por:

$$EVP_t = d_{ev} EA_t^2 + e_{ev} EA_t + f_{ev} \quad (27)$$

onde:

EVP_t - energia evaporada, para o estágio t .

d_{ev} , e_{ev} , f_{ev} - coeficientes da parábola energia evaporada.

A energia evaporada é função da configuração de usinas. A cada mudança de configuração, são calculadas novas parábolas de energia evaporada.

3.10. Energia de Vazão Mínima

A energia de vazão mínima é decorrente da obrigatoriedade de uma defluência mínima, constante ao longo do tempo, nas usinas com reservatório. A energia de vazão mínima corresponde à valorização da defluência mínima obrigatória das usinas com reservatório, pela produtibilidade desta usina e pelas produtibilidades das usinas a fio d'água a jusante, até o próximo reservatório, exclusive.

A energia de vazão mínima, para o estágio t , é dada por:

$$EVZ_t = c_2 \sum_{i \in R} [Q_{\min,i,t} (\rho_i h_{\max_i} + \sum_{j \in J_i} \rho_j h_j)] \quad (28)$$

onde:

- EVZ_t - energia de vazão mínima, no estágio t
- $Q_{\min,i,t}$ - vazão correspondente à defluência mínima obrigatória para o reservatório i , no estágio t
- J_i - usinas a fio d'água a jusante da usina com reservatório I
- H_j - altura de queda líquida da usina a fio d'água j

A altura de queda das usinas a fio d'água é constante. Contudo, nas usinas com reservatório, esta altura é função do nível de armazenamento. Como o valor da energia de vazão mínima é calculado previamente à sua utilização, constroem-se parábolas de correção da energia de vazão mínima em função do nível de armazenamento do sistema equivalente. Estas parábolas são definidas em função de três pontos, correspondentes aos armazenamentos referentes às alturas mínima, média e máxima dos reservatórios.

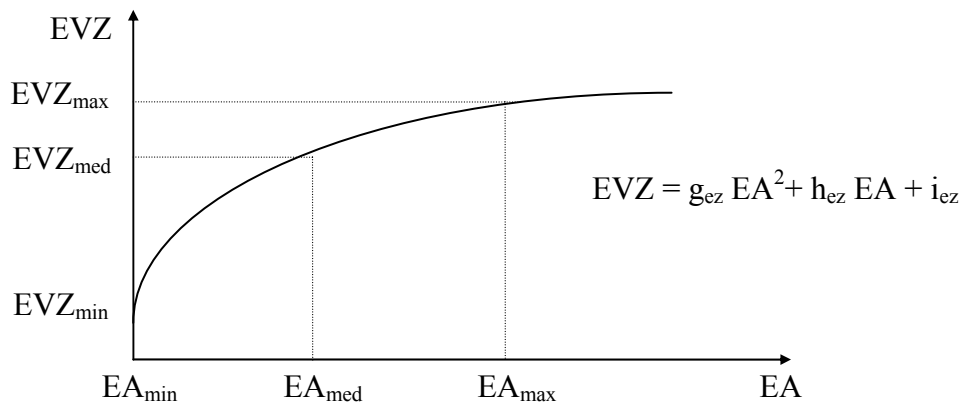


Figura 8. Parábola de Correção da Energia de Vazão Mínima em Função da Energia Armazenada.

A energia de vazão mínima será dada por:

$$EVZ_t = g_{ez} EA_t^2 + h_{ez} EA_t + i_{ez} \quad (29)$$

onde:

- EVZ_t - energia de vazão mínima, para o estágio t .

g_{ez} , h_{ez} , i_{ez} - coeficientes da parábola de vazão mínima.

A energia de vazão mínima é somente função da configuração de usinas. A cada mudança de configuração, são calculadas novas parábolas de energia de vazão mínima.

3.11. Energia para Enchimento de Volume Morto

Para a entrada em operação de uma usina com reservatório, é necessário o enchimento do volume morto do reservatório. Conseqüentemente, ao se fechar a barragem, uma parte da afluência será retida para preencher este volume e não mais será liberada. A energia de volume morto é uma perda para o sistema.

A energia de volume morto, para o estágio t , é dada por:

$$EVM_t = c_5 \sum_{i \in V} \frac{V_{\min,i}}{\Delta t_{vm,i}} \sum_{j \in L_i} \rho_j h_{eq,j} \quad (30)$$

onde:

EVM_t - energia de volume morto, para o estágio t .

c_5 - coeficiente que depende do sistema de unidades adotado

V - conjunto de usinas com enchimento de volume morto, no estágio t .

$V_{\min,i}$ - volume mínimo da usina i . Corresponde ao volume morto.

$\Delta t_{vm,i}$ - duração da operação de enchimento do volume morto da usina i .

L_i - conjunto de usinas a jusante da usina i , exclusive.

3.12. Energia das Usinas Submotorizadas

A energia de submotorização corresponde à energia gerada pelas unidades das novas usinas que estão entrando no sistema, que contudo ainda não possuem capacidade disponível para gerar a potência de base. Antes deste marco, a usina é considerada submotorizada. A geração das usinas submotorizadas é fornecida como um recurso externo, e considerada igual a 90% de sua capacidade instalada até o estágio que está sendo considerado.

3.13. Geração de Pequenas Usinas

Corresponde à energia gerada pelas pequenas usinas não simuláveis. É fornecida externamente ao programa e é abatida do mercado de energia que será atendido.

3.14. Geração Hidráulica Máxima

A geração hidráulica máxima de um sistema, somatório para todas as usinas de sua capacidade de geração disponível², é função do nível de armazenamento em que se encontra o sistema, e é calculada por uma parábola determinada a partir de três pontos definidos pelas energias armazenadas mínima, média (65% do volume útil) e máxima, como mostrado na figura a seguir.

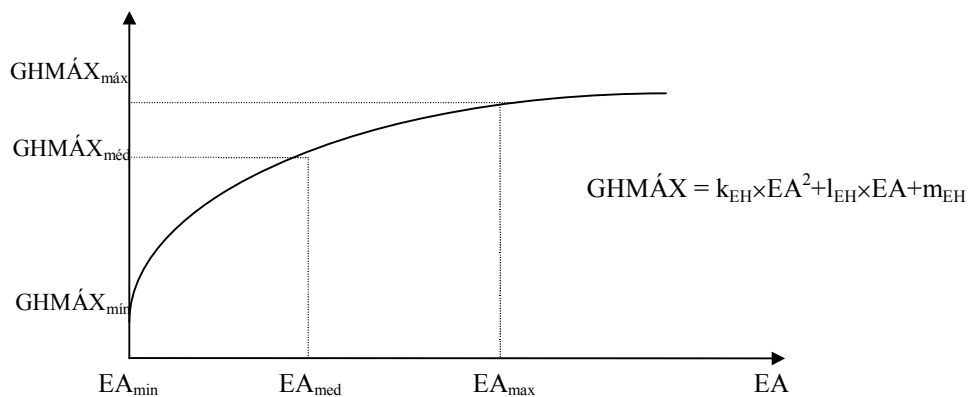


Figura 9. Parábola de Cálculo da Geração Hidráulica Máxima em função da Energia Armazenada do Sistema

Esta grandeza será alterada a cada nova entrada de máquina das usinas hidrelétricas a partir da unidade de base, inclusive.

² A geração disponível de uma usina corresponde à sua capacidade instalada, descontadas a taxa equivalente de indisponibilidade forçada (TEIF) e a indisponibilidade programada (IP).

4. Representação do Modelo Equivalente de Energia para Sistemas Hidraulicamente Dependentes

Um dos principais objetivos deste trabalho é propor uma metodologia de representação do Modelo Equivalente de Energia [2,3] cujos subsistemas possuam vínculo hidráulico, permitindo que haja mais de um sistema com usinas em uma mesma cascata.

Para explicar a alteração imposta pela consideração do acoplamento hidráulico no Modelo Equivalente de Energia, será analisado a montagem do Reservatório Equivalente de Energia para o Sistema Y cuja topologia é descrita na figura a seguir.

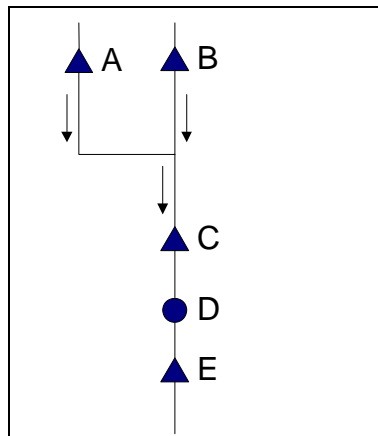


Figura 10. Topologia do Sistema Hipotético Y

Analisando a topologia fornecida, a Energia Armazenada do Sistema Y será, conforme (1), igual a:

$$EA_Y = c_1 \{ V_A (\rho_A H_A + \rho_C H_C + \rho_D h_D + \rho_E H_E) + V_B (\rho_B H_B + \rho_C H_C + \rho_D h_D + \rho_E H_E) + V_C (\rho_C H_C + \rho_D h_D + \rho_E H_E) + V_E \rho_E H_E \},$$

onde H_R é a altura equivalente da usina, com reservatório, R e h_F é a altura de queda da usina a fio d'água F .

Supor que o sistema Y será dividido em dois sistemas, Y_1 e Y_2 , e que a fronteira entre estes dois sistemas esteja localizada entre as usinas C e D, de tal modo que as usinas A, B e C compõem o sistema Y_1 e as usinas D e E compõem o sistema Y_2 . Assim, os dois sistemas resultantes da divisão do primeiro estão acoplados

hidraulicamente. Analisando a expressão fornecida anteriormente, pode-se separar a Energia Armazenada de Y, calculando a Energia Armazenada para os dois novos sistemas:

$$EA_{Y_1} = c_1 \{ V_A (\rho_A H_A + \rho_C H_C + \rho_D h_D + \rho_E H_E) + V_B (\rho_B H_B + \rho_C H_C + \rho_D h_D + \rho_E H_E) + V_C (\rho_C H_C + \rho_D h_D + \rho_E H_E) \}$$

e

$$EA_{Y_2} = c_1 V_E \rho_E H_E$$

Contudo parte da energia armazenada no sistema Y_1 será gerada em Y_2 (referente às usinas D e E) ou, de outra forma, uma parte da energia estocada no primeiro “pertence” ao segundo. Portanto, quando Y_1 desestocar uma certa quantidade de energia, uma parcela corresponderá à geração no próprio Y_1 , uma segunda parcela será gerada na usina a fio d’água D de Y_2 e uma terceira parcela será controlada pela usina com reservatório E, de Y_2 . As parcelas citadas, considerando o exemplo em estudo, serão calculadas conforme fornecido abaixo:

a) parcela da energia armazenada em Y_1 correspondente à geração própria de Y_1 :

$$c_1 \{ V_A (\rho_A H_A + \rho_C H_C) + V_B (\rho_B H_B + \rho_C H_C) + V_C (\rho_C H_C) \}$$

b) parcela da energia armazenada em Y_1 afluyente a fio d’água a Y_2 :

$$c_1 \{ V_A (\rho_D h_D) + V_B (\rho_D h_D) + V_C (\rho_D h_D) \}$$

c) parcela da energia armazenada em Y_1 afluyente controlável a Y_2 :

$$c_1 \{ V_A (\rho_E h_E) + V_B (\rho_E h_E) + V_C (\rho_E h_E) \}$$

Estas considerações podem ser estendidas para as demais grandezas do Modelo Equivalente, como por exemplo a Energia Afluyente Controlável dada por (14), que para o sistema original corresponde a:

$$EC_Y = c_2 \{ Q_A \rho_A H_A + Q_B \rho_B H_B + Q_C (\rho_C H_C + \rho_D h_D) + Q_E \rho_E H_E \}$$

Esta expressão pode ser reformulada, adotando as vazões incrementais entre reservatórios, como segue:

$$EC_Y = c_2 \{ Q_A (\rho_A H_A + \rho_C H_C + \rho_D h_D + \rho_E H_E) + Q_B (\rho_B H_B + \rho_C H_C + \rho_D h_D + \rho_E H_E) + (Q_C - Q_A - Q_B) (\rho_C H_C + \rho_D h_D + \rho_E H_E) + (Q_E - Q_C) \rho_E H_E \}$$

Para os sistemas Y_1 e Y_2 resultantes da divisão do sistema original, a energia afluente controlável é dada pelas expressões a seguir:

$$EC_{Y_1} = c_2 \{ Q_A (\rho_A H_A + \rho_C H_C + \rho_D h_D + \rho_E H_E) + Q_B (\rho_B H_B + \rho_C H_C + \rho_D h_D + \rho_E H_E) + (Q_C - Q_A - Q_B) (\rho_C H_C + \rho_D h_D + \rho_E H_E) \}$$

$$EC_{Y_2} = c_2 \{ (Q_E - Q_C) \rho_E H_E \}$$

A metodologia proposta permite representar sistemas cujo acoplamento seja adotado para os sistemas completos, ou seja é possível representar o acoplamento entre sistemas que estejam única e diretamente a montante de outro.

Algumas grandezas não serão alteradas pela metodologia proposta, quer sejam:

- correção da energia armazenada máxima devido a mudanças de configuração
- correção da energia afluente controlável
- energia afluente a fio d'água
- parcela da energia afluente correspondente à energia afluente controlável
- energia evaporada
- separação das perdas da energia afluente a fio d'água devido à limitação do engolimento máximo
- energia das usinas submotorizadas
- geração de pequenas usinas
- geração hidráulica máxima

A seguir são identificadas as alterações necessárias na metodologia atualmente adotada.

4.1. Energia Armazenada Máxima

Ao se permitir o acoplamento hidráulico dos sistemas hidrotérmicos, as usinas constantes de uma cascata podem pertencer a sistemas distintos. Assim, no reservatório equivalente de energia de um sistema, pode estar armazenada energia que será produzida em outro sistema, que encontra-se totalmente a jusante do sistema considerado. Por outro lado, a energia a ser gerada em um sistema pode estar armazenada em reservatórios de sistemas a montante do primeiro.

O desafio é definir quanto da energia armazenada no reservatório equivalente de um sistema, ao ser desestocada, será energia gerada em sistemas a jusante. Para isto é proposto separar a energia armazenada máxima de um sistema em parcelas distintas de energia, de modo que ao haver um desestoque do reservatório equivalente de energia deste sistema, seja possível representar a conseqüente afluência ou produção de energia nos sistemas a jusante deste. Como conseqüência, a energia armazenada é decomposta em três tipos de parcelas distintas, a saber:

a. parcela própria da energia armazenada

Como já foi dito, o que se propõe é que haja mais de um sistema com usinas em uma mesma cascata. Neste caso, em um reservatório equivalente de energia será armazenada energia que será produzida no próprio sistema e nos sistemas a jusante. Portanto a parcela própria consiste na energia armazenada no reservatório equivalente de um sistema, que, quando desestocada, será gerada no próprio sistema, dada por:

$$c_1 \sum_{i \in R} [V_{\text{útil}_i} (\sum_{j \in J_i^a} \rho_j H_{\text{eq}_j})] \quad (31)$$

onde:

J_i^a - conjunto de usinas (fio d'água ou com reservatório), a jusante do reservatório i , até o mar, pertencentes ao sistema analisado.

A fração da energia armazenada correspondente à parcela própria é dada por:

$$A = \frac{c_1 \sum_{i \in R} [V_{\text{útil}_i} (\sum_{j \in J_i^a} \rho_j H_{\text{eq}_j})]}{\text{EA max}} \quad (32)$$

b. parcela controlável da energia armazenada de um sistema nos sistemas a jusante

Se imediatamente a jusante de um sistema houver usinas com reservatório de outro sistema a jusante, a energia desestocada do primeiro será energia afluyente controlável ao sistema de jusante, dado que é passível de armazenamento. Deste modo, a parcela controlável da energia armazenada consiste na parcela da energia armazenada em um sistema, que, quando desestocada será controlada pelas usinas com reservatório dos sistemas a jusante do sistema analisado. É dada por:

$$c_1 \sum_{i \in R} [V_{\text{útil}_i} (\sum_{j \in J_i^b} \rho_j \text{Heq}_j)] \quad (33)$$

onde:

J_i^b - conjunto de usinas, a partir do primeiro reservatório a jusante do reservatório i , até o mar, pertencente a sistemas de jusante.

A fração da energia armazenada correspondente à parcela controlável nos sistemas de jusante é dada por:

$$B_J = \frac{c_1 \sum_{i \in R} [V_{\text{útil}_i} (\sum_{j \in J_i^b} \rho_j \text{Heq}_j)]}{EA \text{ max}} \quad (34)$$

onde:

J - qualquer sistema a jusante do sistema analisado.

c. parcela a fio d'água nos sistemas a jusante

Finalmente, se imediatamente a jusante de um sistema houver usinas a fio d'água do sistema a jusante, a energia desestocada pelo primeiro será energia afluyente a fio d'água no segundo. Consiste na energia armazenada em um sistema, que, quando desestocada, será produzida em usinas a fio d'água nos sistemas a jusante do sistema analisado. Esta parcela é dada por:

$$c_1 \sum_{i \in R} [V_{\text{útil}_i} (\sum_{j \in J_i^c} \rho_j \text{Heq}_j)] \quad (35)$$

onde:

J_i^c - conjunto de usinas a fio d'água consecutivas, até o primeiro reservatório

exclusive, que estão a jusante do reservatório i , pertencentes a sistemas de jusante.

A fração da energia armazenada correspondente à parcela a fio d'água nos sistemas de jusante é dada por:

$$C_J = \frac{c_1 \sum_{i \in R} [V_{\text{útil}_i} (\sum_{j \in J_i^c} \rho_j \text{Heq}_j)]}{EA \text{ max}} \quad (36)$$

A participação de cada parcela é calculada e os valores resultantes são adotados como coeficientes de ponderação do desestoque de um sistema na resolução do problema de operação, podendo resultar em geração no próprio sistema onde está armazenada, em energia afluyente controlável ou em energia afluyente a fio d'água nos sistemas de jusante. Importante ressaltar que a soma das parcelas própria, controlável e afluyente a fio d'água corresponde à energia armazenável máxima do sistema equivalente original.

A energia armazenada máxima é função da configuração fornecida. Se houver alteração da configuração, haverá conseqüente alteração do seu valor, assim como dos valores das parcelas citadas da energia armazenada.

4.2. Energia Afluyente

A série histórica de energias afluyentes consiste no somatório da série histórica de energias afluyentes controláveis e da série histórica de energia bruta afluyente a fio d'água. Com a adoção do acoplamento hidráulico, será alterada a forma de calcular a energia afluyente controlável, o que será feito a partir da energia afluyente incremental, sem contudo haver alteração do valor afluyente total. A adoção da vazão incremental permite determinar antecipadamente as parcelas da energia afluyente controlável que aflui a cada um dos sistemas acoplados hidráulicamente.

A adoção do acoplamento hidráulico entre sistemas não afeta o cálculo da energia afluyente a fio d'água pois esta é calculada a partir da vazão incremental entre reservatórios, e mesmo que haja reservatórios em sistemas consecutivos em uma cascata, a vazão incremental desde o último reservatório, da cascata em análise, do

sistema de montante, até o primeiro reservatório, desta mesma cascata, do sistema de jusante, será considerada para o cálculo da energia afluyente a fio d'água do sistema de jusante.

4.3. Energia Afluyente Controlável

A energia afluyente controlável corresponde à vazão natural afluyente aos reservatórios, valorizada pela produtibilidade destas usinas com reservatório e pelas produtibilidades das usinas a fio d'água a jusante destes, até o próximo reservatório de jusante, exclusive. De outra forma, corresponde à vazão *incremental* afluyente aos reservatórios, valorizada pela produtibilidade das usinas, a fio d'água ou reservatório, a jusante deste, até o mar.

Para um estágio t , a energia controlável é dada por:

$$EC_t = c_2 \sum_{i \in R} [QI_{i,t} (\sum_{j \in J} \rho_j Heq_j)] \quad (37)$$

onde:

EC_t - energia afluyente controlável, no estágio t

$QI_{i,t}$ - vazão incremental, entre reservatórios, afluyente ao reservatório i , no estágio t

Não haverá alteração do cálculo da energia afluyente a fio d'água.

4.4. Energia de Vazão Mínima

A energia de vazão mínima é decorrente da obrigatoriedade de uma defluência mínima, constante ao longo do tempo, nas usinas com reservatório. A energia de vazão mínima corresponde à valorização da defluência mínima obrigatória das usinas com reservatório, pela produtibilidade desta usina e pelas produtibilidades das usinas a fio d'água a jusante, até o próximo reservatório, exclusive. De outra forma, corresponde à valorização da vazão incremental, calculada entre reservatórios, desta vazão mínima obrigatória, valorizada pela produtibilidade da própria usina e pelas produtibilidades das usinas a jusante até o mar.

A energia de vazão mínima, para o estágio t , é dada por:

$$EVZ_t = c_2 \sum_{i \in R} [QI_{\min,i,t} (\sum_{j \in J_i} \rho_j h_j)] \quad (38)$$

onde:

- EVZ_t - energia de vazão mínima, no estágio t
- QI_{min,i,t} - vazão incremental, entre reservatórios, correspondente à defluência mínima obrigatória para o reservatório i , no estágio t
- J_i - usinas a jusante da usina com reservatório i , inclusive, até o mar.
- H_j - altura de queda efetiva nas usinas

As parábolas de energia de vazão mínima, calculadas para permitir a definição desta grandeza de acordo com a evolução da energia armazenada, são calculadas do mesmo modo que o adotado para o modelo equivalente sem acoplamento hidráulico.

4.5. Energia para Enchimento de Volume Morto

Para a entrada em operação de uma usina com reservatório, é necessário o enchimento do volume morto do reservatório. Conseqüentemente, ao se fechar a barragem, uma parte da afluência será retida para preencher este volume e não mais será liberada. A energia de volume morto é uma perda para o sistema.

A energia de volume morto, para o estágio t , é dada por:

$$EVM_t = c_5 \sum_{i \in V} \frac{V_{\min,i}}{\Delta t_{vm,i}} \sum_{j \in L_i} \rho_j h_{eqj} \quad (39)$$

onde:

- EVM_t - energia de volume morto, para o estágio t .
- V - conjunto de usinas com enchimento de volume morto, no estágio t .
- V_{min,i} - volume mínimo da usina i . Corresponde ao volume morto.
- Δt_{vm,i} - duração da operação de enchimento do volume morto da usina i .
- L_i - conjunto de usinas a jusante da usina i , exclusive.

Ao se adotar o acoplamento hidráulico, a perda decorrente da operação de enchimento do volume morto de uma usina representará perda nos sistemas a jusante desta usina. Deste modo, é necessário calcular as parcelas que representarão estas perdas por sistema, função das produtibilidades das usinas afetadas.

a. parcela própria do enchimento de volume morto

É a parcela de energia de enchimento de volume morto que será perdida no próprio sistema. A fração da energia de volume morto que corresponde a esta parcela é dada por:

$$AVM = \frac{c_5 \sum_{i \in V} \frac{V_{\min,i}}{\Delta t_{vm,i}} \sum_{j \in L_i^a} \rho_j h_{eq,j}}{EVM} \quad (40)$$

onde:

AVM - fração da energia de volume morto que será perdida no próprio sistema ao qual pertence a usina i .

L_i^a - conjunto de usinas a jusante da usina i , exclusive, pertencentes ao mesmo sistema que a usina i .

b. parcela controlável do enchimento de volume morto

É a parcela de energia de enchimento de volume morto que será abatida da energia afluente controlável dos sistemas de jusante. A fração da energia de volume morto que corresponde a esta parcela é dada por:

$$BVM_J = \frac{c_5 \sum_{i \in V} \frac{V_{\min,i}}{\Delta t_{vm,i}} \sum_{j \in L_i^b} \rho_j h_{eq,j}}{EVM} \quad (41)$$

onde:

BVM_J - fração da energia de volume morto que será abatida da energia afluente controlável dos sistemas de jusante da usina i .

J - sistema a jusante da usina i .

L_i^b - conjunto de usinas, a partir do primeiro reservatório a jusante da usina i ,

até o mar, pertencente a sistemas de jusante.

c. parcela fio d'água do enchimento de volume morto

É a parcela de energia de enchimento de volume morto que será abatida da energia afluenta a fio d'água dos sistemas de jusante. A fração da energia de volume morto que corresponde a esta parcela é dada por:

$$CVM_J = \frac{c_5 \sum_{i \in V} \frac{V_{\min,i}}{\Delta t_{vm,i}} \sum_{j \in L_i^b} \rho_j h e q_j}{EVM} \quad (42)$$

onde:

CVM_J - fração da energia de volume morto que será abatida da energia afluenta a fio d'água dos sistemas de jusante da usina i .

L_i^a - conjunto de usinas a fio d'água consecutivas, até o primeiro reservatório exclusive, a jusante da usina i , pertencentes a sistemas de jusante.

5. Formulação do Problema sem Acoplamento Hidráulico

5.1. Resolução do Problema de Planejamento adotando Programação Dinâmica Dual Estocástica

O problema de planejamento energético é representado por um problema de otimização e resolvido através de uma técnica específica de programação linear: a Programação Dinâmica Dual Estocástica.

A função objetivo consiste na minimização do custo total de operação, representado pelo gasto com combustíveis e eventuais penalizações por cortes no fornecimento de energia. Como adota-se a Programação Dinâmica, o problema é dividido em vários subproblemas, um para cada estágio. A função objetivo do subproblema, para um determinado estágio t corresponde a minimizar o custo de operação presente, associado a este estágio t , e o custo futuro, que vai desde o estágio seguinte, $t+1$, até o último estágio do horizonte de estudo. A Função de Custo Futuro é representada por uma função linear por partes, aproximada pelos Cortes de Benders [4]. Esta função, para o estágio t , representa o valor esperado do custo de operação desde o estágio seguinte, $t+1$, até o fim do horizonte de estudo, em função do estado dos diversos subsistemas. Deste modo não há necessidade de discretizar os estados dos diversos subsistemas, o que dificultaria a resolução do problema devido ao grande número de subproblemas que haveria para resolver.

As restrições do problema de programação linear [10] limitam o conjunto de soluções possíveis e são representadas pelas equações de balanço e pelas restrições de capacidade, quer sejam Equação de Balanço Hídrico, Equação de Atendimento à Demanda, Restrição de Geração Hidráulica Máxima e Equação dos Nós Fictícios. A Função de Custo Futuro é representada pelos Cortes de Benders [4], supondo-se como variáveis de estado apenas o armazenamento.

5.2. Função Objetivo

Corresponde ao objetivo do planejamento dos sistemas hidrotérmicos, quer seja atender com o menor custo de operação total. Corresponde a minimizar o custo

esperado de operação do estágio em que o planejador se encontra até o fim do horizonte de planejamento, o que é feito para todos os estágios deste horizonte.

$$z_t = \min \alpha_t = E \left(\sum_{NSIS} \sum_{NPMC} \left[\sum_{NCLT} c_T g_T + \sum_{NPDF} c_D g_D \right] + \frac{1}{1+\beta} \alpha_{t+1} \right) \quad (43)$$

variáveis:

- α_t - custo esperado de operação dos subsistemas, a partir do estágio em que se encontra o planejador até o fim do horizonte de estudo
- g_T - geração das usinas térmicas por patamar de demanda
- g_D - mercado de energia não atendido, por patamar de demanda e de déficit

grandezas definidas *a priori*:

- NPMC - número total de patamares de mercado
- NSIS - número total de subsistemas hidrotérmicos
- c_T - custo de operação das usinas térmicas
- NCLT - número total de usinas térmicas
- c_D - custo de penalização pelo não atendimento ao mercado
- NPDF - o número total de patamares de discretização da função de custo de penalização pelo não atendimento
- β - taxa de desconto por estágio

5.3. Balanço Hídrico por Subsistema³

$$ea(t+1) + \sum_{NPMC} g_H + evert = EA(t) + EC - EVP - EVZ - EVM \quad (44)$$

variáveis:

- $ea(t+1)$ - energia armazenada final para o estágio t

³ Para melhor entendimento das equações, as grandezas cujo valor é conhecido no estágio em análise são expressas em letras maiúsculas; as grandezas cujo valor ainda será definido são expressas em letras minúsculas.

- g_H - energia de geração hidráulica controlável por patamar de mercado
 $evert$ - energia vertida

grandezas definidas *a priori*:

EA(t) - energia armazenada inicial para o estágio t

Fornecida pelo planejador, para o primeiro estágio, ou definida no estágio anterior, para os demais estágios. Neste segundo caso, deve-se considerar possíveis mudanças de configuração. Assim, a energia armazenada será corrigida por um fator de configuração dinâmica.

$$EA(t) = FDIN \times EA(t-1)$$

EC - energia afluyente controlável

A parcela da energia afluyente correspondente à energia controlável é calculada através de um fator de separação (γ), definido em função do histórico de energias afluyentes totais e energias afluyentes controláveis.

$$EC_{heq} = \gamma \times EAF,$$

onde $EAF = \varphi_{(t-1)} \times EAF_{(t-1)} + \varphi_{(t-2)} \times EAF_{(t-2)} + \dots + \varphi_{(t-p)} \times EAF_{(t-p)}$,

sendo p a ordem do Modelo Auto-Regressivo Periódico – Modelo PAR(p) [11,12].

A energia afluyente controlável é calculada considerando que os reservatórios analisados estejam em níveis de armazenamento correspondentes à altura equivalente. Ao operar os sistemas, o armazenamento dos reservatórios equivalentes evoluem, contribuindo para a conseqüente variação da produtibilidade e da energia controlável disponível. Portanto é necessário corrigir a energia afluyente controlável, em função da energia armazenada, através de um fator de correção FC.

$$EC = FC \times EC_{heq},$$

sendo $FC = a_{EC} \times [FDIN \times EA(t-1)]^2 + b_{EC} \times [FDIN \times EA(t-1)] + c_{EC}$.

Os coeficientes a_{EC} , b_{EC} e c_{EC} são definidos em função de valores de energia afluyente controlável e energia armazenada referentes aos níveis mínimo, médio e máximo.

EVP - energia evaporada

Corresponde à parcela da energia armazenada referente à evaporação, calculada a partir de uma parábola em função da energia armazenada inicial.

$$EVP = d_{EV} \times [FDIN \times EA(t-1)]^2 + e_{EV} \times [FDIN \times EA(t-1)] + f_{EV}$$

Os coeficientes d_{EV} , e_{EV} e f_{EV} são definidos em função de valores de energia evaporada e energia armazenada referentes aos níveis mínimo, médio e máximo.

EVZ - energia de vazão mínima.

Corresponde à parcela da energia controlável referente à vazão defluente mínima obrigatória das usinas com reservatório.

$$EVZ = g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t-1)]^2 + h_{EZ} \times [FDIN \times EA(t-1)] + i_{EZ}$$

Os coeficientes d_{EV} , e_{EV} e f_{EV} são definidos em função de valores de energia de vazão mínima e energia armazenada referentes aos níveis mínimo, médio e máximo.

EVM - Energia de volume morto. Corresponde à energia que será perdida para enchimento de volume morto.

5.4. Atendimento à Demanda

Para NPMC patamares de mercado:

$$g_H + \sum^{NCLT} g_T + \sum^{NPDF} g_D \pm \text{inter} = (\text{DEMANDA} \times PC - \text{EFIO} - \text{EVMIN}) \times \text{FPENG} \quad (45)$$

variáveis:

inter - Intercâmbio entre os subsistemas. Os intercâmbios recebidos abatem o DEMANDA e os intercâmbios fornecidos funcionam como demanda adicional.

grandezas definidas *a priori*:

DEMANDA - Demanda a ser atendido pelo sistema.

Corresponde ao demanda total, considerando os abatimentos devido à geração de pequenas usinas e à energia de submotorização.

EFIO - Energia líquida afluenta a fio d'água.

Por não ser passível de armazenamento, esta energia funciona como geração hidráulica obrigatória, já que deve ser utilizada no estágio em que é produzida. Corresponde à parcela da energia afluyente total referente às usinas a fio d'água, descontadas as perdas de engolimento máximo, que são calculadas em função da energia bruta afluyente a fio d'água $EFIOB$, onde $EFIOB = EAF - EC$ e $EFIO = EFIOB - PERDAS$

FPENG - fator de duração do patamar de demanda

PC - fator de valoração do mercado para o patamar de mercado

5.5. Função de Custo Futuro

Para NCOR equações de cortes de Benders [4]:

$$\alpha_{t+1} - \sum^{NSIS} \pi_{ea(t+1)} \times ea(t+1) \geq \delta_{t+1}, \quad (46)$$

variáveis:

α_{t+1} - variável escalar que representa o valor esperado do custo futuro associado à tomada de decisão do estágio t

grandezas definidas *a priori*:

$\pi_{ea(t+1)}$ - coeficiente do corte em relação à energia armazenada final

δ_{t+1} - termo da restrição linear, função das afluências passadas

5.6. Restrição Adicional de Geração Hidráulica Máxima

Para NPMC patamares de mercado:

$$g_H \leq (GHMAX - EFIO - EVMIN) \times FPENG, \quad (47)$$

variáveis:

g_H - energia hidráulica controlável

grandezas definidas *a priori*:

GHMAX - Geração hidráulica máxima, calculada em função da energia armazenada.

$$GHMAX = k_{EH} \times [FDIN \times EA(t-1)]^2 + l_{EH} \times [FDIN \times EA(t-1)] + m_{EH}$$

Os coeficientes k_{EH} , l_{EH} e m_{EH} são definidos em função de valores de geração hidráulica máxima para alturas e energias armazenadas mínima, média e máxima.

5.7. Restrição Adicional de Intercâmbio de Nó Fictício (Primeira Lei de Kirchhoff)

Para NPMC patamares de mercado:

$$\sum_{\forall i \neq k} inter_{k,i} - \sum_{\forall i \neq k} inter_{i,k} = 0 \quad (48)$$

onde:

variáveis:

$inter_{k,i}$ - fornecimento de energia do nó fictício k para o subsistema i .

$inter_{i,k}$ - fornecimento de energia do subsistema i para o nó fictício k .

6. Formulação do Problema com Acoplamento Hidráulico

6.1. Alterações Decorrentes da Adoção do Acoplamento Hidráulico

Com a adoção do acoplamento hidráulico, surge uma dependência entre as operações dos subsistemas, pois a decisão operativa de um sistema pode afetar a operação dos demais, dado que a energia desestocada de um sistema pode atender demanda do sistema na qual está armazenada, ou pode ser convertida em energia afluyente controlável ou afluyente a fio d'água nos sistemas a jusante.

O desestoque de um sistema é o total de energia correspondente à geração hidráulica controlável, à geração de vazão mínima e ao vertimento. Este desestoque é o deplecionamento do reservatório equivalente de energia de um sistema, e atende a demanda do próprio sistema no qual a energia está armazenada, em uma razão correspondente à parcela própria das gerações hidráulica controlável e de energia de vazão mínima. Nos sistemas a jusante, o desestoque total pode ser considerado energia afluyente controlável, através da parcela controlável da energia desestocada. E por analogia, pode ser considerado energia afluyente a fio d'água, através da parcela a fio d'água do desestoque, descontada deste a energia vertida. Neste último caso, a não-consideração da energia vertida como afluyente a fio d'água a sistemas de jusante é decorrente do fato de que, se um sistema a montante está vertendo, considera-se que o engolimento máximo das usinas a fio d'água do sistema a jusante já tenha sido atingido.

O desestoque de um sistema corresponde à energia gerada no nível de armazenamento deste sistema. Assim este desestoque deve ser corrigido, sendo que o novo valor corresponderá à altura equivalente do sistema ao qual este desestoque está associado. Quando o desestoque for considerado como energia afluyente controlável ao sistema de jusante, deve ser corrigido em função do nível de armazenamento deste sistema de jusante. Este cálculo não será feito quando o desestoque for considerado energia afluyente a fio d'água em sistemas de jusante, pois esta energia não é função do nível de armazenamento do sistema ao qual aflui.

Resumindo, a formulação do problema será descrita segundo os seguintes critérios e considerando as alterações associadas:

- Na equação de Balanço Hídrico, o desestoque do próprio sistema é totalmente considerado como deplecionamento do armazenamento deste sistema;
- Na equação de Atendimento à Demanda, a parcela do desestoque que atende ao mercado do próprio sistema corresponde à parcela própria aplicada à geração hidráulica controlável e à energia de vazão mínima. Da mesma forma, na restrição de Geração Hidráulica Máxima, devem-se descontar estes valores da capacidade máxima de geração hidráulica do sistema.
- Na equação de Balanço Hídrico, a parcela controlável do desestoque dos sistemas de montantes contribui para o armazenamento, correspondendo a uma energia afluyente controlável;
- Na equação de Atendimento à Demanda de sistemas a jusante, a parcela fio d'água do desestoque, descontado o vertimento dos sistemas de montante, abate diretamente a demanda deste sistema de jusante, pois corresponde a uma geração aproveitável apenas no estágio em que é produzida. Na restrição de Geração Hidráulica Máxima, devem-se descontar estes valores da capacidade de geração do sistema de jusante.
- O desestoque deve ser corrigido, de tal forma que corresponda à altura equivalente deste sistema. Ou seja o desestoque será dividido pelo fator de correção da energia afluyente controlável do sistema, referente ao seu nível de armazenamento.
- O desestoque, ao ser considerado energia afluyente controlável a um novo sistema a jusante, deve ser corrigido, de tal forma que corresponda ao nível de armazenamento deste sistema. Isto é feito multiplicando esta parcela do desestoque pelo fator de correção da energia controlável correspondente ao nível de armazenamento deste sistema. Isto não será feito para a parcela afluyente a fio d'água do desestoque, pois esta não é função do armazenamento do sistema.

As alterações na resolução do problema são expostas a seguir.

6.2. Função Objetivo

$$z_t = \min \alpha_t = E \left(\sum_{NSIS} \sum_{NPMC} \left[\sum_{NCLT} c_T g_T + \sum_{NPDF} c_D g_D \right] + \frac{1}{1+\beta} \alpha_{t+1} \right) \quad (43)$$

6.3. Balanço Hídrico

Considerando-se a expressão (44), e incluindo as parcelas decorrentes do acoplamento, tem-se:

$$ea(t+1) + \sum^{nPMC} g_H + evert =$$

$$(FDIN \times EA(t) + \gamma \times FC_i \times EAF - EVZ - EVP - AVM_i \times EVM)_{\text{sistema } i}$$

$$+ \{ \Sigma [B_{j,i} (\sum^{nPMC} g_{Hj} + evert_j + EVZ_j) \times \frac{FC_i}{FC_j} - BVM_{j,i} \times EVM_j] \}_{\text{sistema } j \neq i}, \quad (49)$$

onde:

- j - Qualquer sistema totalmente a montante do sistema i .
- $B_{j,i}$ - Parcela do desestoque total do sistema j correspondente à energia afluyente controlável ao sistema i .
- AVM_i - Parcela da energia de volume morto do sistema i , que representa perda de energia armazenada no próprio sistema i .
- $BVM_{j,i}$ - Parcela da energia de volume morto do sistema j que representa perda de energia afluyente controlável no sistema i .
- FC_i - Fator de Correção da Energia Afluyente Controlável, calculado em função do armazenamento inicial do sistema i .

Re-escrevendo:

$$ea(t+1) + \sum^{nPMC} g_H + evert - \Sigma [B_{j,i} \times \frac{FC_i}{FC_j} \times (\sum^{nPMC} g_{Hj} + evert_j)]_{\text{sistema } j \neq i} =$$

$$(FDIN \times EA(t) + \gamma \times FC_i \times EAF - EVZ - EVP - AVM_i \times EVM)_{\text{sistema } i} +$$

$$\left\{ \sum [B_{j,i} \times EVZ_j - BVM_{j,i} \times EVM_j] \times \frac{FC_i}{FC_j} \right\}_{\text{sistema } j \neq i} \quad (50)$$

6.4. Atendimento à Demanda

Considerando-se a expressão (45), e incluindo as parcelas decorrentes do acoplamento, tem-se:

$$A_i \times g_H + \sum^{NCLT} g_T + \sum^{NPDF} g_D \pm \text{inter} =$$

$$(\text{DEMANDA} \times PC - \text{EFIO} - A_i \times \text{EVZ}) \times \text{FPENG}_{\text{sistema } i}$$

$$- \left\{ \sum [C_{j,i} \times (g_{Hj} + \text{EVZ}_j)] \times \frac{1}{FC_j} - CVM_{j,i} \times EVM_j \right\} \times \text{FPENG}_{\text{sistema } j \neq i}, \quad (51)$$

para os patamares de mercado, onde:

- j - Qualquer sistema totalmente a montante do sistema i .
- A_i - Parcela do desestoque total do sistema i , que corresponde à geração no próprio sistema.
- $C_{j,i}$ - Parcela do desestoque total do sistema j , que corresponde à energia afluenta a fio d'água no sistema i .
- $CVM_{j,i}$ - Parcela da energia de volume morto do sistema i que representa perda de energia afluenta a fio d'água no sistema i .

Re-escrevendo:

$$A_i \times g_H + \sum^{nclt} g_T + \sum^{npdf} \text{déficit} \pm \text{inter} + \sum [C_{j,i} \times \frac{1}{FC_j} \times g_{Hj}]_{\text{sistema } j \neq i} =$$

$$(\text{DEMANDA} \times PC - \text{EFIO} - A_i \times \text{EVZ}) \times \text{FPENG}_{\text{sistema } i}$$

$$- \sum [C_{j,i} \times \text{EVZ}_j \times \frac{1}{FC_j} - CVM_{j,i} \times EVM_j] \times \text{FPENG}_{\text{sistema } j \neq i} \quad (52)$$

6.5. Função de Custo Futuro

As Equações de Cortes de Benders [4] não sofrerão alterações, dado que as grandezas que compõem o desestoque não fazem parte de sua formulação. Por outro lado, haverá alteração no cálculo dos coeficientes da Função de Custo Futuro, o que será demonstrado no próximo capítulo. Por outro lado, não haverá alteração dos coeficientes associados às energias afluentes passadas.

6.6. Restrição Adicional de Geração Hidráulica Máxima

Considerando-se a expressão (47), e incluindo as parcelas decorrentes do acoplamento, tem-se, para NPMC patamares de mercado:

$$\begin{aligned}
 & A_i \times g_H \leq \\
 & \{(A_i \times GHMAX - EFIO - A_i \times EVZ)_{\text{sistema } i} \\
 & - \Sigma[C_{j,i} \times (g_{Hj} + EVZ_j) \times \frac{1}{FC_j} - CVM_{j,i} \times EVM_j]_{\text{sistema } j \neq i}\} \times FPENG, \quad (53)
 \end{aligned}$$

Reformulando:

$$\begin{aligned}
 & A_i \times g_H + \Sigma[C_{j,i} \times g_{Hj} \times \frac{1}{FC_j}] \times FPENG_{\text{sistema } j \neq i} \leq \\
 & [(A_i \times GHMAX - EFIO - A_i \times EVZ)_{\text{sistema } i} \\
 & - \Sigma[C_{j,i} \times EVZ_j \times \frac{1}{FC_j} - CVM_{j,i} \times EVM_j]_{\text{sistema } j \neq i} \times FPENG \quad (54)
 \end{aligned}$$

6.7. Restrição Adicional de Intercâmbio do Nó Fictício (Primeira Lei de Kirchhoff)

As Equações Adicionais de Intercâmbio do Nó Fictício sofrerão alterações, pois as grandezas que compõem o desestoque não fazem parte de sua formulação.

7. Alterações na Construção dos Cortes de Benders devido a Adoção do Acoplamento Hidráulico

A introdução do acoplamento hidráulico irá alterar os coeficientes de corte relativos aos níveis de armazenamento. Isto ocorrerá pois aparecerão parcelas referentes à energia de vazão mínima de um sistema nas equações de Balanço Hídrico, Atendimento à Demanda e Restrição Adicional de Geração Hidráulica Máxima de outro sistema. Adicionalmente, o desestoque, gerado no nível de armazenamento do sistema de montante, deve ser referenciado à altura equivalente deste sistema. Haverá, conseqüentemente, a correção desta mesma energia, quando afluyente controlável ao sistema de jusante, em relação ao nível do sistema de jusante. Por outro lado, não haverá correção desta energia defluyente quando for afluyente fio d'água ao sistema de jusante.

Estas alterações decorrem do fato de que tanto a energia de vazão mínima quanto o fator de correção da energia controlável de um sistema serem calculados por parábolas definidas em função da energia armazenada dos sistemas.

Não haverá alteração dos coeficientes dos cortes associados às energias afluentes passadas, pois as parcelas introduzidas pelo acoplamento independem das energias afluentes passadas.

7.1. Equação de Balanço Hídrico

É dada por:

$$ea(t+1) + \sum^{n_{pmc}} g_H + evert =$$

$$(FDIN \times EA(t) + \gamma \times FC_i \times EAF - EVZ - EVP - AVM_i \times EVM)_{\text{sistema } i}$$

$$+ \left\{ \sum^{n_{pmc}} [B_{j,i} (\sum g_{Hj} + evert_j + EVZ_j) \times \frac{FC_i}{FC_j} - BVM_{j,i} \times EVM_j] \right\}_{\text{sistema } j \neq i}, \quad (49)$$

Colocando-se do lado esquerdo da equação as parcelas que são variáveis de decisão do estágio t, tem-se:

$$\begin{aligned}
 &ea(t+1) + \sum^{n_{pmc}} g_H + evert - \Sigma [B_{j,i} \times \frac{FC_i}{FC_j} \times (\sum^{n_{pmc}} g_{H_j} + evert_j)]_{\text{sistema } j \neq i} = \\
 &(FDIN \times EA(t) + \gamma \times FC_i \times EAF - EVZ - EVP - AVM_i \times EVM)_{\text{sistema } i} + \\
 &\{ \Sigma [B_{j,i} \times EVZ_j - BVM_{j,i} \times EVM_j] \times \frac{FC_i}{FC_j} \}_{\text{sistema } j \neq i} \quad (50)
 \end{aligned}$$

Sabendo que:

$$FC = a_{EC} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + b_{EC} \times FDIN \times EA(t) + c_{EC}$$

$$EVP = d_{EV} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + e_{EV} \times FDIN \times EA(t) + f_{EV}$$

$$EVZ = g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}$$

E substituindo na expressão (50):

$$\begin{aligned}
 &ea(t+1) + \sum^{n_{pmc}} g_H + evert - \Sigma [B_{j,i} \times \frac{\{a_{ec}[FDINEA(t)]^2 + b_{ec} FDINEA(t) + c_{ec}\}_i}{\{a_{ec}[FDINEA(t)]^2 + b_{ec} FDINEA(t) + c_{ec}\}_j} \times \\
 &(\sum^{n_{pmc}} g_{H_j} + evert_j)]_{\text{sistema } j \neq i} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &FDIN \times EA(t) + \gamma \times \{a_{ec} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + b_{ec} \times FDIN \times EA(t) + c_{ec}\} \times EAF - \\
 &\{g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}\} - \{d_{EV} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + \\
 &e_{EV} \times FDIN \times EA(t) + f_{EV}\} - AVM_i \times EVM \quad \text{sistema } i
 \end{aligned}$$

+

$$\begin{aligned}
 &\Sigma \{ B_{j,i} \times \{g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}\} \\
 &\times \{a_{ec} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + b_{ec} \times FDIN \times EA(t) + c_{ec}\} \}_{\text{sistema } i} \\
 &\div \{a_{ec} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + b_{ec} \times FDIN \times EA(t) + c_{ec}\} \}_{\text{sistema } j} \\
 &- BVM_{j,i} \times EVM_j \}_{\text{sistema } j \neq i}
 \end{aligned}$$

Observando que as variações de EA dentro do mês resultam em variações muito pequenas em FC, estes fatores, por simplicidade, podem ser aproximados por valores constantes no lado esquerdo da equação.

$$\begin{aligned}
 &ea(t+1) + \sum^{n_{pmc}} g_H + evert - \Sigma [B_{j,i} \times \frac{FC_i}{FC_j} \times (\sum^{n_{pmc}} g_{H_j} + evert_j)]_{\text{sistema } j \neq i} = \\
 &FDIN \times EA(t) + \gamma \times \{a_{EC} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + b_{EC} \times FDIN \times EA(t) + c_{EC}\} \times EAF - \\
 &\{g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}\} - \{d_{EV} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + \\
 &e_{EV} \times FDIN \times EA(t) + f_{EV}\} - AVM_i \times EVM \quad \text{sistema } i \\
 &+ \\
 &\Sigma \{ B_{j,i} \times \{g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}\} \\
 &\times \{a_{EC} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + b_{EC} \times FDIN \times EA(t) + c_{EC}\} \text{ sistema } i \\
 &\div \{a_{EC} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + b_{EC} \times FDIN \times EA(t) + c_{EC}\} \text{ sistema } j \\
 &- BVM_{j,i} \times EVM_j \} \quad \text{sistema } j \neq i \quad (55)
 \end{aligned}$$

Fazendo $\frac{\partial BH_{\text{sistema } i}}{\partial EA(t)_{\text{sistema } i}}$, tem-se:

FDIN	energia armazenada inicial
+ $\gamma \times \{2 \times a_{EC} \times FDIN^2 \times EA(t) + b_{EC} \times FDIN\} \times EAF$	energia afluyente
- $\{2 \times g_{EZ} \times FDIN^2 \times EA(t) + h_{EZ} \times FDIN\}$	energia de vazão mínima
- $\{2 \times d_{EV} \times FDIN^2 \times EA(t) + e_{EV} \times FDIN\}$	energia evaporada
	sistema i
+	
$\Sigma \{ B_{j,i} \times \frac{EVZ_j}{FC_j} \times (2 \times a_{EC} \times FDIN^2 \times EA(t) + b_{EC} \times FDIN) \}$	energia de vazão mínima

E fazendo $\frac{\partial BH_{\text{sistema } i}}{\partial EA(t)_{\text{sistema } j}}$, tem-se (suprimindo os índices):

$$\Sigma \{ B_{j,i} \times FC_i \times \frac{(bg - ah)FDIN^3 EA(t)^2 + 2(CG - ai)FDIN^2 EA(t) + (ch - bi)FDIN}{a^2 FDIN^4 EA(t)^4 + 2ab FDIN^3 EA(t)^3 + (2ac + b^2)FDIN^2 EA(t)^2 + 2bc FDIN EA(t) + c^2} \}$$

sistema $j \neq I$ (57)

7.2. Equação de Atendimento à Demanda

É dada por, para NPMC patamares de mercado:

$$A_i \times g_H + \sum^{NCLT} g_T + \sum^{NPDF} g_D \pm \text{inter} =$$

$$(\text{DEMANDA} \times PC - \text{EFIO} - A_i \times \text{EVZ}) \times \text{FPENG}_{\text{sistema } i}$$

$$- \{ \Sigma [C_{j,i} \times (g_{Hj} + \text{EVZ}_j)] \times \frac{1}{FC_j} - \text{CVM}_{j,i} \times \text{EVM}_j \} \times \text{FPENG}_{\text{sistema } j \neq i}, \quad (51)$$

Colocando-se do lado esquerdo da equação as parcelas que são variáveis de decisão do estágio t , tem-se:

$$A_i \times g_H + \sum^{nclt} g_T + \sum^{npdf} \text{déficit} \pm \text{inter} + \Sigma [C_{j,i} \times \frac{1}{FC_j} \times g_{Hj}]_{\text{sistema } j \neq i} =$$

$$(\text{DEMANDA} \times PC - \text{EFIO} - A_i \times \text{EVZ}) \times \text{FPENG}_{\text{sistema } i}$$

$$- \Sigma [C_{j,i} \times \text{EVZ}_j \times \frac{1}{FC_j} - \text{CVM}_{j,i} \times \text{EVM}_j] \times \text{FPENG}_{\text{sistema } j \neq i}, \quad (52)$$

Substituindo as expressões de FC e EVZ:

$$A_i \times g_H + \sum^{nclt} g_T + \sum^{npdf} \text{déficit} \pm \text{inter} + \Sigma [C_{j,i} \times \frac{1}{\{a_{ec} [FDINEA(t)]^2 + b_{ec} FDINEA(t) + c_{ec}\}_j} \times g_{Hj}]_{\text{sistema } j \neq i} = \text{FPENG} \times \{\text{DEMANDA} \times \text{PC} - \text{EFIO} - A_i \times \{g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}\}_{\text{sistema } i} - \text{FPENG} \times \{\Sigma [C_{j,i} \times \{g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}\} \div \{a_{ec} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + b_{ec} \times FDIN \times EA(t) + c_{ec}\} - \text{CVM}_{j,i} \times \text{EVM}_{j,i}\}_{\text{sistema } j \neq i}$$

Novamente, observando que as variações de EA dentro do mês resultam em variações muito pequenas em FC, estes fatores, por simplicidade, podem ser aproximados por valores constantes no lado esquerdo da equação.

$$A_i \times g_H + \sum^{nclt} g_T + \sum^{npdf} \text{déficit} \pm \text{inter} + \Sigma [C_{j,i} \times \frac{1}{FC_j} \times g_{Hj}]_{\text{sistema } j \neq i} = \text{FPENG} \times \{\text{DEMANDA} \times \text{PC} - \text{EFIO} - A_i \times \{g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}\}_{\text{sistema } i} - \text{FPENG} \times \{\Sigma [C_{j,i} \times \{g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}\} \div \{a_{ec} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + b_{ec} \times FDIN \times EA(t) + c_{ec}\} - \text{CVM}_{j,i} \times \text{EVM}_{j,i}\}_{\text{sistema } j \neq i}$$

(58)

E fazendo $\sum_{ipat=1}^{NPMC} \frac{\partial AD_{\text{sistema } i}}{\partial EA(t)_{\text{sistema } i}}$, tem-se:

$$- A_i \times [2 \times g_{EZ} \times FDIN^2 \times EA(t) + h_{EZ} \times FDIN]_{\text{sistema } I} \quad (59)$$

E fazendo $\sum_{ipat=1}^{NPMC} \frac{\partial AD_{\text{sistema } i}}{\partial EA(t)_{\text{sistema } j}}$, tem-se:

$$- \Sigma [C_{j,i} \times \frac{(bg - ah)FDIN^3 EA(t)^2 + 2(CG - ai)FDIN^2 EA(t) + (ch - bi)FDIN}{a^2 FDIN^4 EA(t)^4 + 2ab FDIN^3 EA(t)^3 + (2ac + b^2)FDIN^2 EA(t)^2 + 2bc FDIN EA(t) + c^2}]_{\text{sistema } j \neq i} \quad (60)$$

7.3. Restrição Adicional de Geração Hidráulica Máxima

É dada por, para NPMC patamares de mercado:

$$A_i \times g_H \leq$$

$$\{(A_i \times GHMAX - EFIO - A_i \times EVZ)_{\text{sistema } i} - \Sigma[C_{j,i} \times (g_{Hj} + EVZ_j) \times \frac{1}{FC_j} - CVM_{j,i} \times EVM_j]_{\text{sistema } j \neq i}\} \times FPENG, \quad (53)$$

Colocando-se do lado esquerdo da equação as parcelas que são variáveis de decisão do estágio t, tem-se, para NPMC patamares de mercado:

$$A_i \times g_H + \Sigma[C_{j,i} \times g_{Hj} \times \frac{1}{FC_j}] \times FPENG_{\text{sistema } j \neq i} \leq$$

$$[(A_i \times GHMAX - EFIO - A_i \times EVZ)_{\text{sistema } i} - \Sigma[C_{j,i} \times EVZ_j \times \frac{1}{FC_j} - CVM_{j,i} \times EVM_j]_{\text{sistema } j \neq i} \times FPENG \quad (54)$$

As grandezas FC e EVZ foram, anteriormente, expressas em função das variáveis que as definem, faltando a grandeza expressa a seguir:

$$GHMAX = k_{EH} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + l_{EH} \times FDIN \times EA(t) + m_{EH}$$

Substituindo em (54), tem-se:

$$A_i \times g_H + \Sigma[C_{j,i} \times g_{Hj} \times \frac{1}{\{a_{ec} [FDINEA(t)]^2 + b_{ec} FDINEA(t) + c_{ec}\}_j}] \times FPENG_{\text{sistema } j \neq i} \leq$$

$$\{A_i \times k_{EH} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + l_{EH} \times FDIN \times EA(t) + m_{EH} - EFIO - A_i \times g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}\}_{\text{sistema } i} \times FPENG$$

$$-$$

$$\Sigma\{C_{j,i} \times \{g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}\}$$

$$\div \{a_{EC} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + b_{EC} \times FDIN \times EA(t) + c_{EC}\}$$

$$- CVM_{j,i} \times EVM_j \} \times FPENG \quad \text{sistema } j \neq i$$

Mais uma vez, observando que as variações de EA dentro do mês resultam em variações muito pequenas em FC, estes fatores, por simplicidade, podem ser aproximados por valores constantes no lado esquerdo da equação.

$$A_i \times g_H + \Sigma [C_{j,i} \times g_{Hj} \times \frac{1}{FC_j}] \times FPENG_{\text{sistema } j \neq i} \leq \{A_i \times k_{EH} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + l_{EH} \times FDIN \times EA(t) + m_{EH} - EFIO - A_i \times g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}\} \times FPENG_{\text{sistema } i}$$

—

$$\Sigma \{C_{j,i} \times \{g_{EZ} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + h_{EZ} \times FDIN \times EA(t) + i_{EZ}\}$$

$$\div \{a_{EC} \times [FDIN \times EA(t)]^2 + b_{EC} \times FDIN \times EA(t) + c_{EC}\}$$

$$- CVM_{j,i} \times EVM_j \} \times FPENG \quad \text{sistema } j \neq i \quad (61)$$

E fazendo $\sum_{ipat=1}^{NPMC} \frac{\partial GHMAX_{\text{sistema } i}}{\partial EA(t)_{\text{sistema } i}}$, tem-se:

$$A_i \times \{ 2 \times k_{EH} \times FDIN^2 \times EA(t) + l_{EH} \times FDIN - 2 \times g_{EZ} \times FDIN^2 \times EA(t) + h_{EZ} \times FDIN \} \quad \text{sistema } i \quad (62)$$

E fazendo $\sum_{ipat=1}^{NPMC} \frac{\partial GHMAX_{\text{sistema } i}}{\partial EA(t)_{\text{sistema } j}}$, tem-se:

$$- \Sigma [C_{j,i} \times$$

$$\frac{(bg - ah)FDIN^3 EA(t)^2 + 2(CG - ai)FDIN^2 EA(t) + (ch - bi)FDIN}{a^2 FDIN^4 EA(t)^4 + 2ab FDIN^3 EA(t)^3 + (2ac + b^2)FDIN^2 EA(t)^2 + 2bc FDIN EA(t) + c^2}]$$

$$\text{sistema } j \neq i \} \quad (63)$$

8. Resultados

A metodologia de representação do sistema eletro-energético por Modelo Equivalente de Energia [2,3] é empregada no Modelo NEWAVE [1], desenvolvido pelo CEPEL. Este modelo, com discretização do horizonte de planejamento em estágios mensais, emprega a Programação Dinâmica Dual Estocástica. A metodologia proposta foi empregada na formulação deste modelo e a seguir são apresentados os resultados com e sem adoção do acoplamento hidráulico entre sistemas eletricamente interligados.

A metodologia sugerida foi aplicada a um estudo de caso onde são representadas explicitamente as restrições de transmissão da Usina de Itaipu com os Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Sul, através do Elo de Corrente Contínua e do Circuito de 765 kV, incluindo a Subestação de Ivaiporã. Esta usina é representada como sendo integrante do Sistema Sudeste/Centro-Oeste devido ao acoplamento hidráulico com as usinas de montante na bacia do rio Paraná.

8.1. Configuração do Sistema Adotada nos Estudos

A configuração adotada (Apêndice A) corresponde ao ano de 1999⁴, com armazenamento inicial do primeiro estágio igual a 50% da energia armazenável máxima para os sistemas Sudeste/Centro-Oeste (SE), Sul (S), Nordeste (NE) e Norte (N). Contém 75 usinas hidrelétricas, sendo 41 com reservatório. Destas usinas, 54 pertencem ao Sudeste/Centro-Oeste (incluindo Itaipu), doze pertencem ao Sul, seis pertencem ao Nordeste (incluindo Três Marias Fictícia⁵) e as restantes três pertencem ao Norte (incluindo Serra da Mesa Fictícia). Estão representadas dezenove usinas térmicas, sendo oito pertencentes ao Sudeste, dez pertencentes ao Sul e a restante pertencente ao Nordeste; o Sistema Norte não possui usinas térmicas. Não foi representada restrição de geração mínima para estas usinas térmicas.

⁴ Os dados correspondem ao caso do Cálculo dos Contratos Iniciais para o ano de 1999, sem considerar período estático inicial para estabilização dos níveis de armazenamento.

⁵ Usinas que estão eletricamente interligadas a um sistema, atendendo mercado deste, e hidraulicamente acopladas a outro sistema são duplamente representadas, sendo que no primeiro são representadas a capacidade de geração e o reservatório, e no segundo apenas o reservatório. Esta última usina é denominada usina fictícia.

Na figura a seguir, é representada a configuração estática adotada para o caso sem acoplamento hidráulico. Neste caso, a Usina Itaipu está considerada dentro do Sudeste/Centro-Oeste e o Sistema Elétrico Brasileiro é representado por quatro grandes sistemas e um nó fictício, correspondente à Subestação de Imperatriz (MA). Adicionalmente, são fornecidos os limites de intercâmbio entre os sistemas, junto às flechas indicativas do sentido.

Ressalta-se que os limites de intercâmbio entre os quatro subsistemas são calculados considerando condições de estabilidade e confiabilidade do Sistema Interligado Nacional e o carregamento operativo das linhas de transmissão utilizadas para interligação elétrica dos sistemas.

Como a interligação entre os sistemas Sul e Sudeste/Centro-Oeste é feita, entre outros, através do trecho entre Ivaiporã (PR) e Tijuco Preto (SP), do Circuito de 765 kV de Itaipu, os limites de intercâmbio entre estes dois sistemas é calculado considerando uma geração típica da Usina de Itaipu, que utiliza o citado trecho para escoar parte de sua energia para o Sistema Sudeste/Centro-Oeste. Deste modo, os limites nos dois sentidos são distintos, sendo que no sentido Sul para Sudeste/Centro-Oeste é mais restritivo. Os demais trechos utilizados nesta interligação são o trecho a partir de Ivaiporã do Circuito de 500 kV do Sistema Sul, para transmitir a cota-parte de Itaipu destinada ao Sistema Sul, e o trecho do Circuito de 230 kV entre empresas dos estados Paraná e São Paulo, com menor capacidade de intercâmbio.

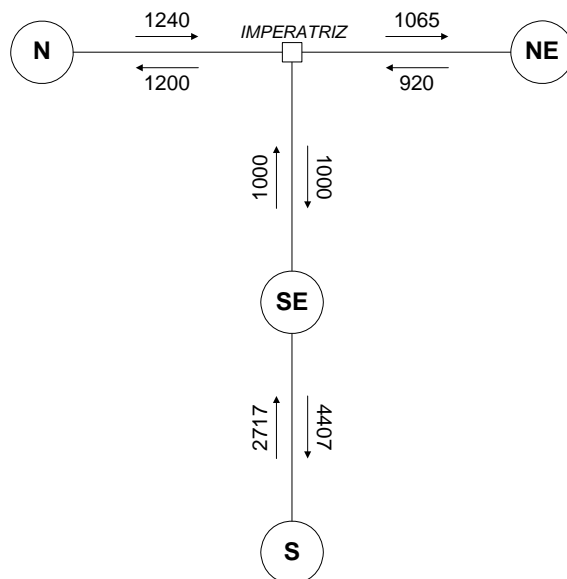


Figura 11. Representação por Modelo Equivalente do Sistema Interligado Brasileiro, sem adoção do Acoplamento Hidráulico

A interligação entre o Sistema Sudeste/Centro-Oeste e os Sistemas Norte e Nordeste é feita pela Interligação Norte-Sul, entre as subestações da Usina de Serra da Mesa (GO) e a de Imperatriz (MA), sendo que, neste estudo, não foi considerada a influência da operação elétrica do Circuito de Itaipu nesta interligação. O intercâmbio entre os Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Nordeste para e do Sistema Norte é limitado pelo trecho Tucuruí-Marabá, no Sistema Norte. Por outro lado, o limite de intercâmbio entre os Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Norte para e do Sistema Norte é representado pelo trecho Presidente Dutra-Boa Esperança, no Sistema Nordeste.

Nesta representação, o mercado de energia a ser atendido por cada sistema, a energia armazenável máxima, a capacidade máxima de geração térmica e hidráulica correspondentes ao armazenamento máximo e mínimo, encontram-se citados no quadro a seguir:

<i>Sistemas</i>	<i>Mercado</i> (MW _{méd})	<i>Energia Armazenável Máxima</i> (MW _{mês})	<i>Geração Máxima Hidráulica</i> (MW _{méd})		<i>Geração Térmica Máxima</i> (MW _{méd})
			<i>EA=máx</i>	<i>EA=0</i>	
Sudeste	25.400	159.165	35.601	31.530	2.952
Sul	5.300	14.074	6.920	5.953	1.679
Nordeste	5.700	49.446	8.719	8.138	232
Norte	3.000	10.631	3.645	1.905	0

Quadro 2. Mercado e Capacidade de Geração para o Caso sem Acoplamento Hidráulico

Ao se adotar a metodologia proposta, é possível separar algumas usinas de um sistema, compondo um outro sistema, mesmo que haja vínculo hidráulico entre as usinas do novo sistema e as usinas do sistema original. Para esta análise, foi separada a Usina de Itaipu do Sistema Sudeste/Centro-Oeste, compondo um novo subsistema (IT). Deste modo, o Sistema Elétrico Brasileiro será representado por cinco grandes sistemas elétricos e dois nós fictícios, sendo o novo nó correspondente à Subestação de Ivaiporã (PR). O objetivo desta representação é explicitar o intercâmbio entre a Usina Itaipu e os Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Sul, através do Elo de Corrente Contínua e do Circuito de 765 kV de Itaipu, passando por Ivaiporã. O limite de transmissão do Elo de Corrente Contínua e dos trechos Foz do Iguaçu-Ivaiporã-Tijuco Preto é 6.300 MW [13]. As grandezas desta representação encontram-se nas figura e quadro a seguir.

Adotando o acoplamento entre os sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Itaipu, é necessário calcular as frações da energia armazenada do sistema Sudeste/Centro-Oeste correspondentes às parcelas própria no Sistema Sudeste e afluente a fio d'água ao Sistema Itaipu. Para a configuração fornecida, estas parcelas são, respectivamente, 0,7487 e 0,2513 (Apêndice B).

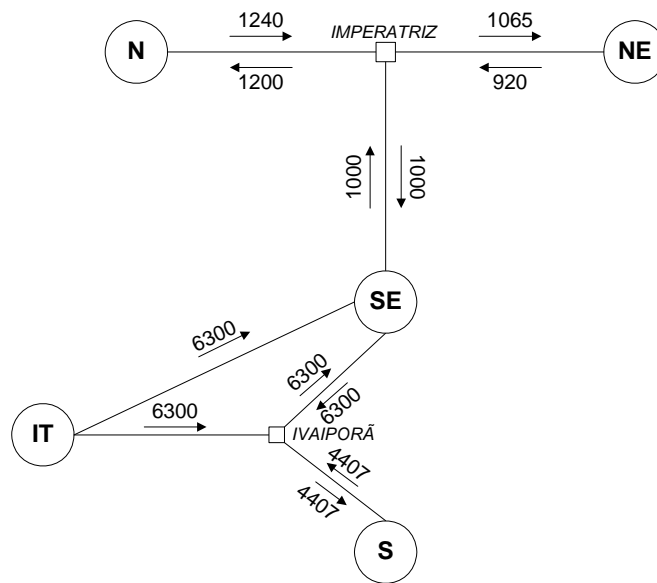


Figura 12. Representação por Modelo Equivalente do Sistema Interligado Brasileiro, com adoção do Acoplamento Hidráulico

Sistemas	Mercado (MW _{méd})	Energia Armazenável Máxima (MW _{mês})	Geração Máxima Hidráulica (MW _{méd})		Geração Térmica Máxima (MW _{méd})
			EA=máx	EA=0	
Sudeste	25.070	159.165	24.704	20.633	2.952
Sul	5.300	14.074	6.920	5.953	1.679
Nordeste	5.700	49.446	8.719	8.138	232
Norte	3.000	10.631	3.645	1.905	0
Itaipu	330	0	10.897	10.897	0

Quadro 3. Mercado e Capacidade de Geração para o Caso com Acoplamento Hidráulico

A demanda energética do Sistema Sudeste/Centro-Oeste foi reduzida do valor correspondente à demanda da ANDE, sendo este correspondente à demanda do Sistema Itaipu.

Em ambos os casos, cada sistema possui uma térmica déficit fictícia, cujo custo associado corresponde a R\$540/MWh⁶ para qualquer profundidade de déficit.

A taxa de desconto adotada foi de 10% ao ano.

O Cálculo da Política ou a Construção da Função de Custo Futuro é efetuada com 60 séries sintéticas para as simulações *forward* e 20 aberturas para a recursão *backward*. Foi adotado um mínimo de três iterações para convergência do processo, com intervalo de confiança de 95%.

A simulação final dos casos é feita com Séries Históricas com varredura, considerando o histórico de 1931 a 1994, resultando em 63 séries mensais (63 séries por 12 meses = 7560 valores), pois descarta-se a série de 1931 dado que o Modelo PAR(p) [11,12], cuja ordem máxima é igual a seis, necessita de uma série para compor a tendência hidrológica. A adoção das séries históricas objetivou analisar um conjunto comparável de séries nos dois casos, anulando a variância amostral resultante da geração de séries sintéticas.

Finalmente, cabe ressaltar que a simulação final foi efetuada com adoção de racionamento preventivo.

A seguir são mostrados os resultados obtidos.

8.2. Comparando a Metodologia Vigente com a Metodologia Proposta

A análise dos resultados permite verificar o efeito da adoção da nova metodologia, tomando como referência a metodologia em uso. Previamente à análise, é possível indicar que a metodologia proposta permite a representação explícita dos limites de intercâmbio entre a Usina de Itaipu e os Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Sul. Anteriormente, a Usina de Itaipu fazia parte do Sistema Sudeste, e sua geração estava completamente contida neste sistema. Adicionalmente, na nova metodologia,

⁶Dado que a configuração refere-se ao ano de 1999, o custo associado ao déficit está desvalorizado. A atualização deste valor levaria aos mesmos resultados e conclusões.

considerando a configuração adotada, é possível verificar vertimentos a fio d'água na Usina de Itaipu.

8.2.1. Custo Esperado Total de Operação

- Caso sem Acoplamento Hidráulico - Metodologia Vigente (Caso NW1)

Custo Esperado Total de Operação (10⁶ R\$): 3541.21 Desvio Padrão: 1161.44

Ano	Sudeste		Sul		Nordeste		Norte	
	Risco (%)	EENS (MWméd)	Risco (%)	EENS (MWméd)	Risco (%)	EENS (MWméd)	Risco (%)	EENS (MWméd)
1999	0	0	0	0	1.6	1.3	0	0
2000	4.8	109.6	0	0	6.3	25.2	7.9	2.6
2001	4.8	151.4	1.6	5.6	4.8	23.1	4.8	2.6
2002	6.3	134.2	3.2	15.3	4.8	25.8	6.3	2.9
2003	7.9	149.5	3.2	10.7	4.8	26.5	6.3	5.8

Quadro 4. Risco de déficit e valor esperado da energia não suprida - Caso NW1

- Caso com Acoplamento Hidráulico - Metodologia Proposta (Caso NW2)

Custo Esperado Total de Operação (10⁶ R\$) 3483.95 Desvio Padrão: 1017.81

Ano	Sudeste		Sul		Nordeste		Norte	
	Risco (%)	EENS (MWméd)	Risco (%)	EENS (MWméd)	Risco (%)	EENS (MWméd)	Risco (%)	EENS (MWméd)
1999	4.8	13.5	0	0	1.6	1	1.6	0.3
2000	11.1	93.6	0	0	6.3	24.6	7.9	2.9
2001	9.5	138.0	1.6	3.7	4.8	28.0	4.8	3.7
2002	9.5	135.9	3.2	8.0	4.8	25.1	4.8	3.2
2003	9.5	129.7	1.6	3.7	4.8	26.9	4.8	7.6

Quadro 5. Risco de déficit e valor esperado da energia não suprida - Caso NW2

No caso com adoção do acoplamento hidráulico, o Sistema Itaipu não apresentou déficit.

Analisando os custos esperados totais de operação para os casos sem e com adoção do acoplamento, houve uma diminuição de 1,6% no custo total. Isto ocorre pois, quando adota-se o acoplamento, é possível representar explicitamente o Circuito de 765 kV de Itaipu, e conseqüentemente os limites de interligação entre os Sistemas Sul e Sudeste/Centro-Oeste. Os recursos do Sistema Sul são otimizados, diminuindo o vertimento deste sistema, e intensificam-se as trocas energéticas entre os dois sistemas. O Sistema Sudeste/Centro-Oeste (sem Itaipu) tem dificuldade de atingir os mesmos níveis de geração hidráulica do caso sem acoplamento, onde a Usina de Itaipu estava totalmente contida neste sistema. Para compensar, há incremento da geração térmica neste sistema e nos demais. Adicionalmente é possível constatar que o valor esperado da energia não suprida no caso com adoção do acoplamento foi menor para todos os sistemas, concorrendo para a diminuição do custo de operação devido à penalização pelo não atendimento, o que compensa o aumento do custo relacionado ao despacho mais intensa da geração térmica. A influência na operação dos demais sistemas, além dos Sistemas Sul, Sudeste/Centro-Oeste e Itaipu, é resultado da otimização global dos recursos.

Houve aumento do risco de déficit para qualquer profundidade do mercado no Sistema Sudeste/Centro-Oeste. Entretanto este aumento do risco é acompanhado de uma diminuição do valor esperado da energia não suprida (EENS) de 6,4%, na média dos cinco anos do período de planejamento, sendo que para o primeiro ano houve um aumento expressivo (de zero, no caso sem acoplamento, para 13.5 Mwméd, no caso adotando o acoplamento), e nos anos seguintes houve descrescimos de 14,5% (2000), 8,9% (2002) e 13,2 (2003); a exceção foi o ano de 2002 que apresentou um aumento de 1,2%. Para este mesmo sistema, os riscos acima de 10% do mercado total foram os mesmos nos dois casos (zero para o primeiro ano e 4,8% para os demais anos).

8.2.2. Médias Anuais Históricas

Ao se comparar a média anual histórica para cada sistema das variáveis geração hidráulica total, geração térmica, valor esperado da energia não suprida (EENS), vertimento e intercâmbio entre os Sistemas Sul e Sudeste/Centro-Oeste e entre este e a Subestação de Imperatriz, verifica-se que, tomando-se como referência o caso NW1:

- O caso NW2 é mais restritivo, em relação à geração hidráulica do Sistema Sudeste/Centro-Oeste, devido inclusive ao aumento do vertimento deste sistema. Por outro lado há um aumento de geração hidráulica para os demais sistemas.
- Há aumento da geração térmica para os sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Sul.
- Há menores valores de energia não suprida devido à intensificação das trocas energéticas entre os sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Sul. Há aumento do fornecimento de energia dos Sistemas Norte e Nordeste para o Sistema Sudeste/Centro-Oeste.

Importante ressaltar que para permitir a comparação entre os resultados dos dois casos, os valores do Sistema Sudeste/Centro-Oeste do caso NW1 são comparados à soma dos respectivos valores dos Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Itaipu do caso NW2. Isto é justificável pelo fato de que, no caso NW1, a Usina de Itaipu, que compõe única e exclusivamente o Sistema Itaipu, no caso NW2, estava contida no Sistema Sudeste/Centro-Oeste.

A Geração Hidráulica Total é equivalente à soma da Geração Hidráulica Controlável, Geração de Vazão Mínima e Geração em Usinas a Fio d'Água, onde esta é equivalente a energia afluenta a fio d'água, descontado o vertimento a fio d'água.

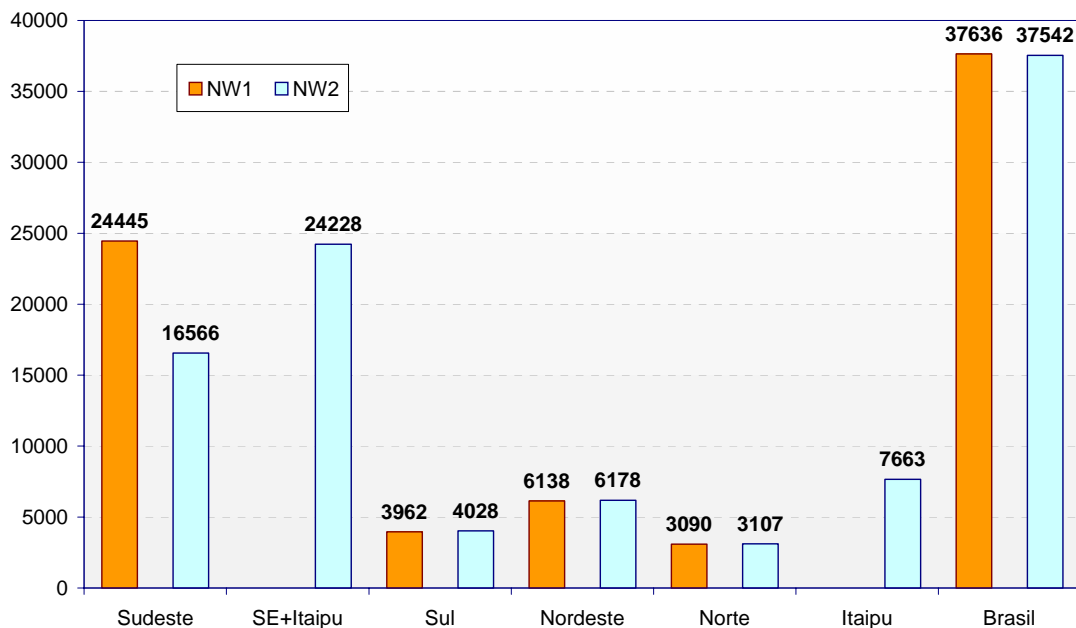


Figura 13. Geração Hidráulica Total Média Anual Histórica (MWmed)

Ao se adotar o acoplamento hidráulico, para o sistema Sudeste/Centro-Oeste, incluindo Itaipu há um decréscimo da geração hidráulica média anual de 217 MW_{méd}, correspondendo a um desvio de 0.9%. Concomitantemente, há impacto nos demais sistemas, sendo que nestes há um acréscimo do nível de geração na tentativa de compensar a separação da Usina de Itaipu do Sistema Sudeste/Centro-Oeste. Para os sistemas Sul, Nordeste e Norte há um acréscimo de 66, 40 e 17 MW_{méd}, respectivamente, na geração hidráulica média anual. No total, há um decréscimo de 94 MW_{méd}.

Dado que a Geração Hidráulica Total do caso NW1 é maior que o caso NW2, é esperado que haja uma compensação deste decréscimo de geração hidráulica pela geração térmica.

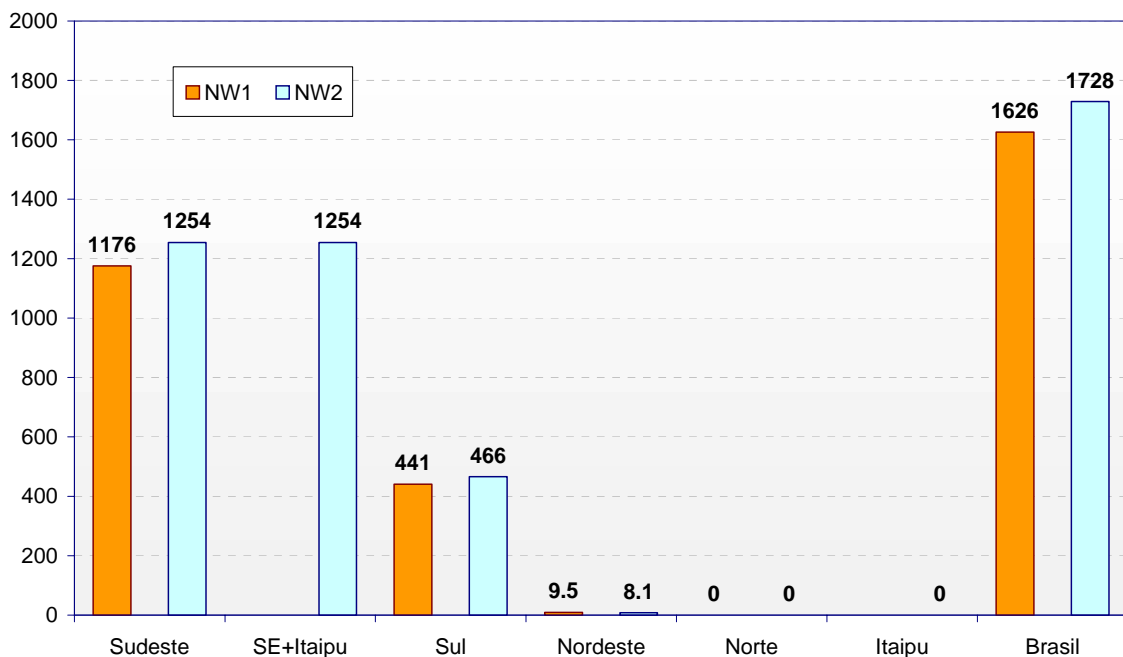


Figura 14. Geração Térmica Total Média Anual Histórica (MW_{méd})

Ao analisar a geração térmica, o impacto da adoção do acoplamento resulta em acréscimo de 102 MW_{méd} na média anual total. Para o Sistema Sudeste/Centro-Oeste, o acréscimo é de 78 MW_{méd}, correspondendo a incremento de 6,6%. Para o Sistema Sul, há acréscimo de 25 MW_{méd} (+5,7%). Já para o Sistema Nordeste, o impacto é no sentido contrário, correspondendo a um decréscimo de 15% na geração térmica total, ou de 1.4 MW_{méd}.

Além do incremento da Geração Térmica do caso NW1 para o caso NW2, houve maiores trocas energéticas entre os sistemas, e o modelo consegue atender com maior grau de confiabilidade o mercado. Deste modo, verifica-se menores déficits no caso NW2 do que no caso original.

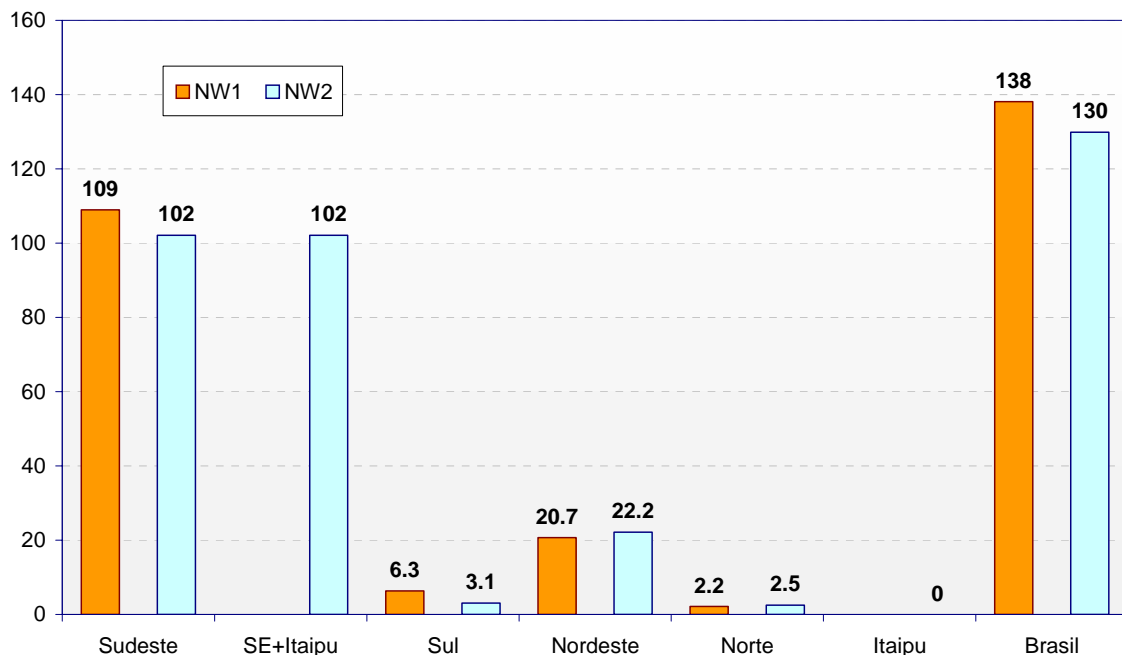


Figura 15. Valor Esperado da Energia Não Suprida Média Anual Histórica (MWh_{méd})

Analisando cada sistema, verifica-se um decréscimo do valor esperado da energia não suprida no Sudeste, correspondente a 6,4% e um decréscimo significativo no Sistema Sul (51%), devido a maior intensidade de trocas energéticas entre estes dois sistemas. Já para os sistemas Nordeste e Norte, houve acréscimos são de 7,2% e 13,6% respectivamente.

A influência nos resultados do modelo ao se adotar o acoplamento, em relação ao caso sem acoplamento, pode ser explicada pelo aumento do vertimento, como mostrado a seguir. Isto ocorre pois com o acoplamento, o modelo é capaz de considerar os vertimentos localizados entre as usinas do Sistema Sudeste e a Usina de Itaipu, e portanto há maior intensidade e freqüência dos mesmos. Por outro lado, houve redução dos vertimentos dos demais sistemas devido ao aumento da geração hidráulica e maior intensidade das trocas energéticas.

Quanto ao vertimento, é possível verificar para o sistema Sudeste, um incremento de 6,1%, correspondente a 157 MW_{méd}. Para os sistemas Sul, Nordeste e Norte, houve decréscimo de 10%, 2,4% e 0,6% respectivamente. Considerando a média total, o acréscimo foi de 56 MW_{méd} (+0,7%).

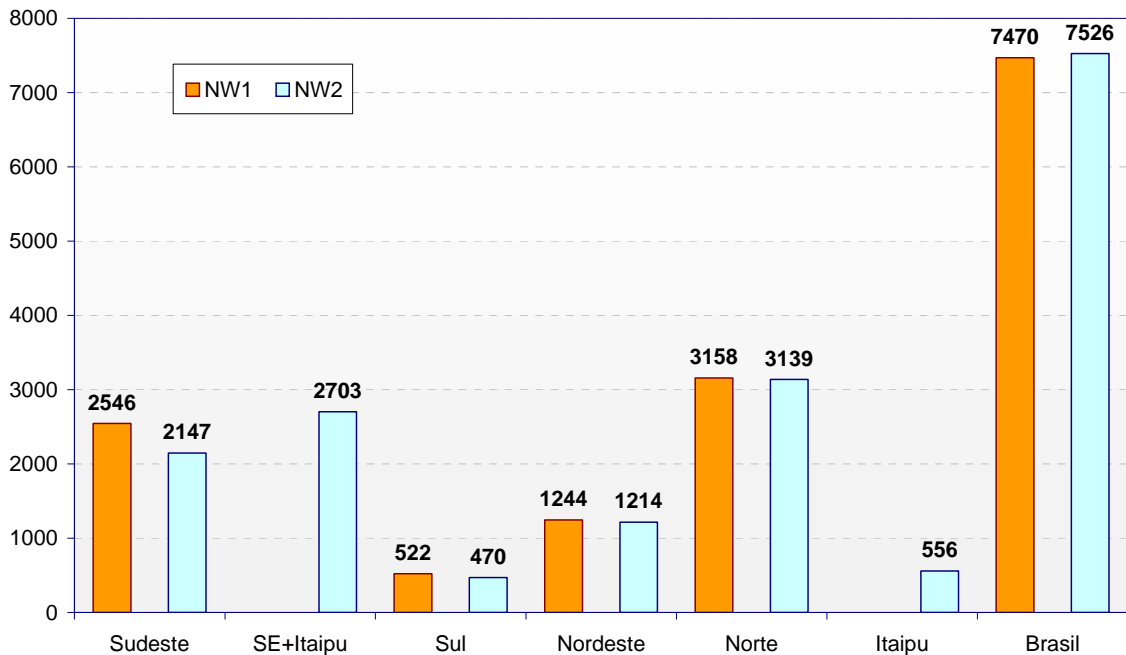


Figura 16. Vertimento Médio Anual Histórico (MW_{méd})

Com a adoção do acoplamento hidráulico, a Usina de Itaipu é separada do Sistema Sudeste/Centro-Oeste, e representada em um sistema separado. Esta nova representação permite verificar vertimentos localizados entre as usinas do Rio Paraná e Itaipu, o que já foi verificado com o aumento do vertimento para a soma dos Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Itaipu. Ademais, foi representado de forma explícita o Circuito de 765 kV de Itaipu e o Elo CC, permitindo representar corretamente o limite de intercâmbio do Sistema Sul para o Sistema Sudeste/Centro-Oeste, sem a necessidade de abater um valor pré-definido de geração da Usina de Itaipu deste limite, dado que seu despacho de geração hidráulica estava sendo definido conjuntamente com a decisão de intercâmbio S/SE.

Analisando as médias anuais históricas dos intercâmbios é possível verificar que houve aumento das trocas energéticas entre os Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Sul, e maior exportação dos Sistemas Norte e Nordeste para o Sistema Sudeste/Centro-Oeste.

O fornecimento de energia do Sistema Sudeste/Centro-Oeste para o Sistema Sul foi pouco alterado. Em compensação, o fornecimento no sentido contrário sofreu acréscimo de 92 MW_{méd} ou 15%. Isto resultou em um decréscimo do intercâmbio entre os Sistemas SE e S, neste sentido, de 87 MW_{méd} ou 9,8%. Importante ressaltar que, para a compatibilização dos resultados, o intercâmbio entre os Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Sul do caso NW1 foi comparado ao intercâmbio correspondente ao fluxo no trecho Ivaiporã-Sul, do caso NW2.

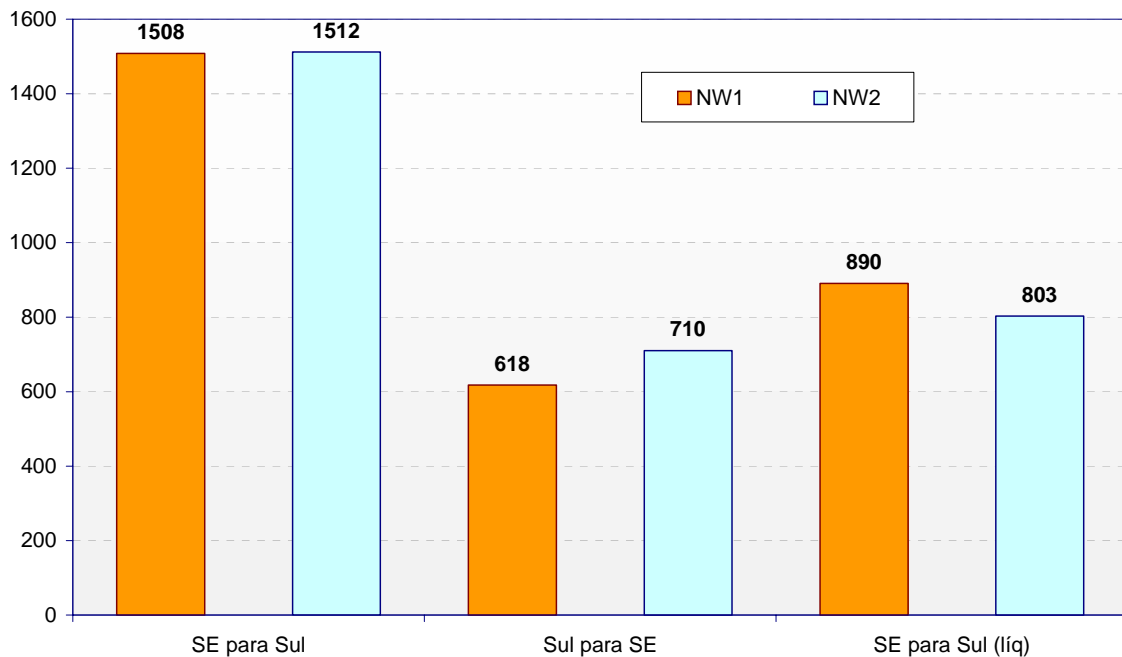


Figura 17. Intercâmbios entre os Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Sul (MW_{méd})

Verifica-se uma redução do intercâmbio líquido SE/CO→S nos meses referentes ao período seco do Sistema Sudeste/Centro-Oeste e ao período chuvoso do Sistema Sul, devido ao maior limite de transmissão deste último para o primeiro, e assim melhor aproveitamento dos excedentes do Sistema Sul.

A seguir será analisado o intercâmbio entre o Sistema Sudeste/Centro-Oeste e os Sistemas Norte e Nordeste: verificou-se redução do fornecimento do Sistema

Sudeste/Centro-Oeste para os Sistemas Norte e Nordeste (26 MW_{méd} ou 23%), e aumento do recebimento por parte do Sistema Sudeste/Centro-Oeste (32 MW_{méd} ou 4,8%). Para o valor líquido, no sentido Imperatriz→Sudeste/Centro-Oeste, o aumento, no caso NW2, foi de 58 MW_{méd} ou 10%.

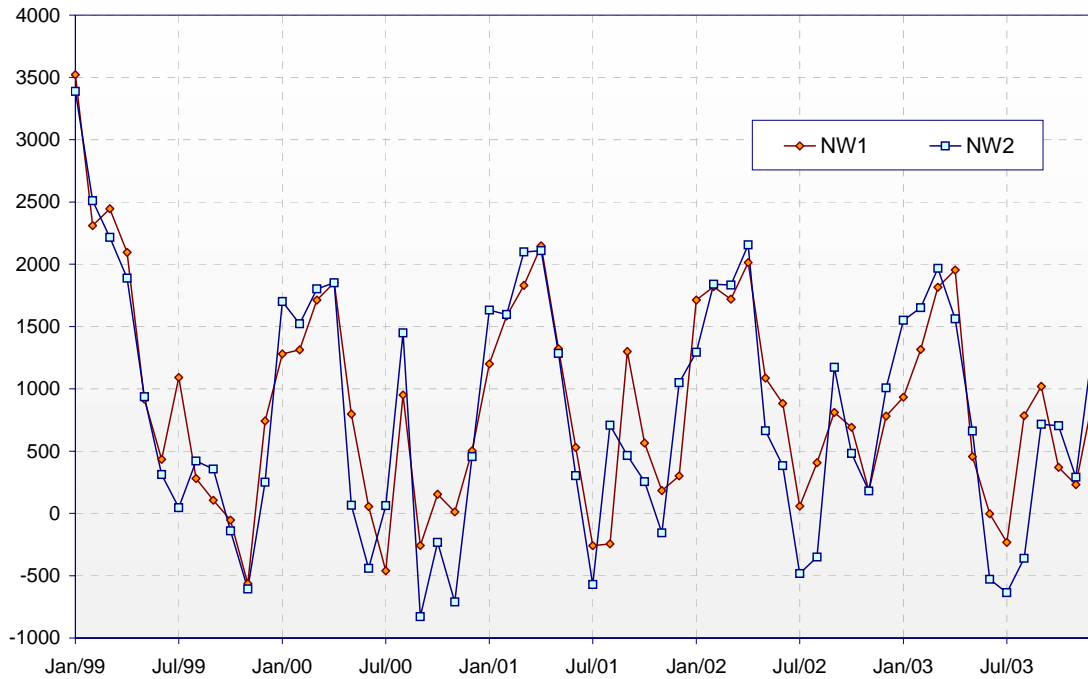


Figura 18. Evolução dos Intercâmbios Líquidos do Sistema Sudeste/Centro-Oeste para o Sistema Sul ao longo do horizonte de estudo (MW_{méd})

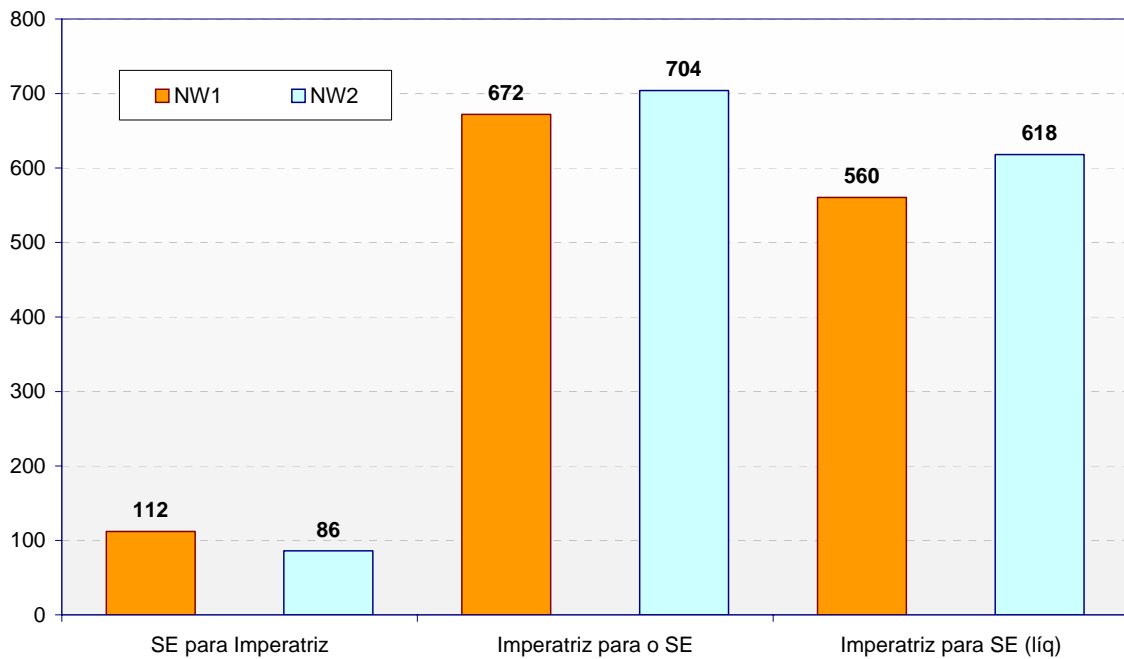


Figura 19. Intercâmbios entre o Sistema Sudeste/Centro-Oeste e os Sistemas Norte e Nordeste (MW méd)

8.2.3. Custos Marginais de Operação

Considerando o que já foi exposto, em relação à influência, nos resultados, da modificação na metodologia do Modelo Equivalente, pode-se esperar que o custo marginal de operação do Sistema Sudeste/Centro-Oeste seja maior no caso NW2, o que pode ser verificado na figura a seguir.

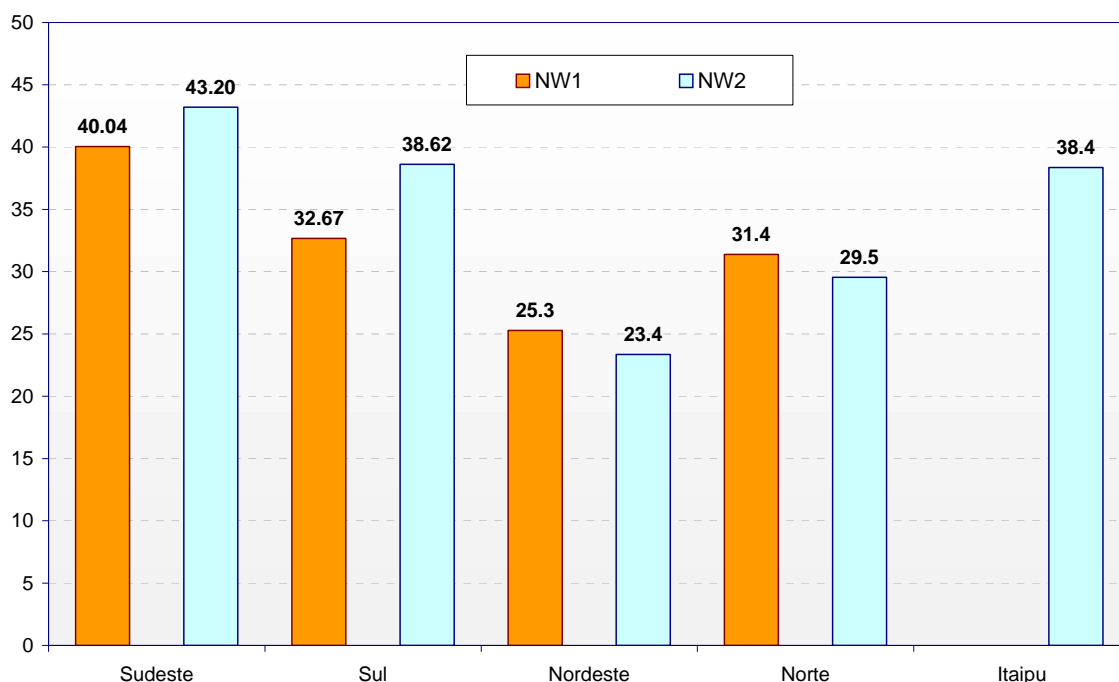


Figura 20. Custos Marginais Médios Anuais (R\$/MWh)

O aumento do custo marginal para o Sistema Sul é justificado pelo aumento do despacho de térmicas e pela interligação com o Sistema Sudeste/Centro-Oeste e assim estes sistemas estão grande parte das séries com os custos marginais de operação iguais, o que é comprovado pela redução da diferença entre a média anual histórica dos custos marginais dos dois sistemas sem (R\$7,37/MWh) e com acoplamento hidráulico (R\$4,58/MWh).

Os demais sistemas apresentaram redução do custo marginal de operação de R\$1,90/MWh, sendo que para o Nordeste o desvio é de 7,5% e para o Norte é de 6%.

8.2.4. Comparação da operação com adoção ou não do acoplamento hidráulico

Para fazer a comparação entre a operação resultante nos casos NW1 e NW2, foi escolhida a série de 1971, para o primeiro estágio do período de planejamento (janeiro de 1999), quando o armazenamento inicial de partida é igual nos dois casos em todos os sistemas.

Os resultados obtidos para cada um dos casos são mostrados nas figuras a seguir, sendo que os valores de intercâmbio em MW_{méd} entre os sistemas são fornecidos junto às setas indicativas do sentido do intercâmbio e os valores d'água e custos marginais de operação são ambos fornecidos em R\$/MWh.

Na primeira figura, tem-se o resultado da operação para o caso NW1, sem adoção do acoplamento hidráulico. Neste caso, o mercado dos sistemas foi atendido integralmente, sem ocorrência de *déficit*. O Sistema Norte apresenta menor valor d'água porém atingiu o seu limite de geração hidráulica, e portanto está recebendo energia do Sistema Nordeste, o seguinte mais baixo valor d'água. O Nordeste fornece, através de Imperatriz, energia para o Norte o suficiente para atender o mercado deste. O Sistema Sudeste por apresentar o maior valor d'água está recebendo energia dos sistemas Sul e Nordeste, sendo que o primeiro igualou o valor d'água e o segundo está fornecendo o máximo possível, dado que atingiu o limite de transmissão.

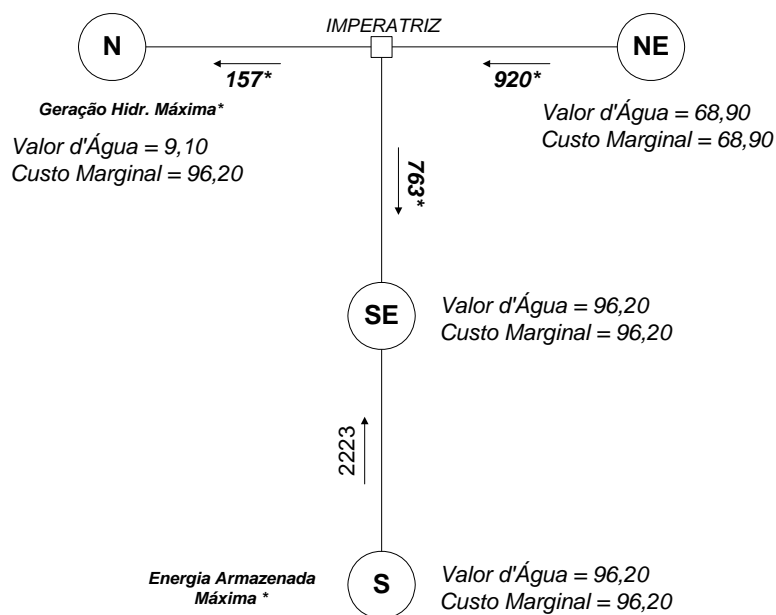


Figura 21. Operação adotada para Janeiro/1971 – Caso NW1

A figura a seguir apresenta a operação para janeiro de 1971, para o Caso NW2, com adoção do acoplamento hidráulico. Nesta situação, o atendimento é semelhante ao caso NW1, sendo que, para o caso NW2, o valor d'água do Sistema Norte é mais baixo, o Sul exporta para o Sudeste a máxima capacidade de transmissão e o Sistema Itaipu

atingiu sua capacidade máxima de geração. Esta última análise não é possível de ser avaliada no caso NW1.

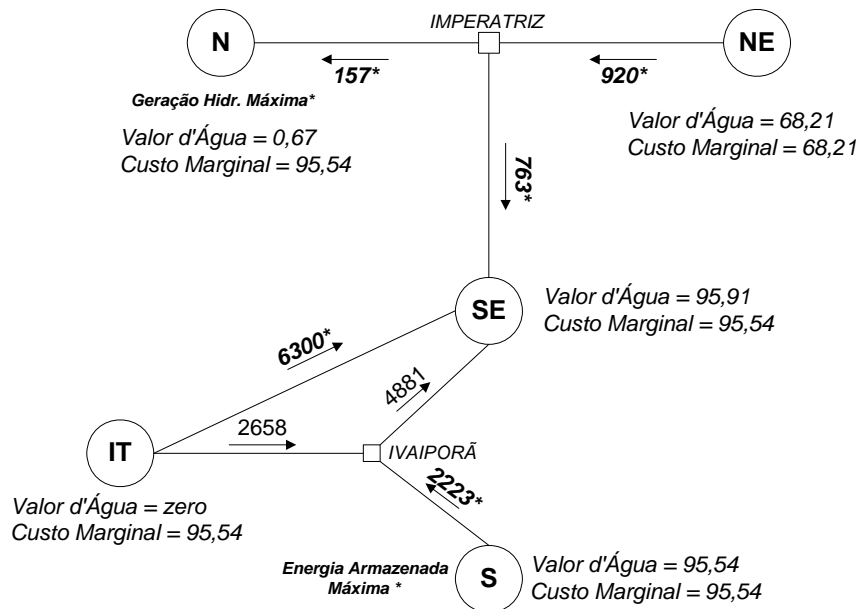


Figura 22. Operação adotada para Janeiro/1971 – Caso NW1

Devido à forma como foi atendido o mercado de cada sistema e à forma como a energia fluiu entre eles, o custo marginal de operação dos sistemas Itaipu e Norte é igual ao do Sistema Sudeste, apesar do seu valor d'água ser distinto. Contudo, analisando a operação pode-se verificar que o valor d'água do Sistema Sudeste representa o seu custo marginal. Apesar de numericamente os valores serem distintos, o valor d'água do Sudeste (R\$95,91/MWh) corresponde ao custo marginal de operação deste sistema (R\$95,54/MWh). Se houver o desestoque de uma unidade do sistema Sudeste, consequência do incremento de uma unidade na disponibilidade hídrica deste sistema, este será dividido em duas parcelas: uma correspondente a geração hidráulica no próprio sistema (0,7487) e outra afluenta a fio d'água ao sistema Itaipu (0,2513), que tem que ser dividida pelo fator de correção da energia controlável do sistema Sudeste (0,9847). A parcela afluenta a fio d'água ao Sistema Itaipu seria gerada neste sistema e transmitida para o Sudeste, dado que não foram atingidos os limite de transmissão entre o Sistema Itaipu e a Subestação de Ivaiporã e entre este e o Sistema Sudeste.

Concluindo, se houver o desestoque de uma unidade do Sistema Sudeste, este corresponderá a $0,7487 + 0,2513/0,9847 = 1,0039$ unidades de geração hidráulica total.

Assim, o valor d'água igual a R\$ 95,91/MWh, corresponde, para esta situação, a um custo marginal de operação de R\$ 95,54/MWh ($95,91/1,0039 = 95,54$).

9. Conclusão e Recomendações

No planejamento da operação eletroenergética, adota-se uma cadeia de modelos. O primeiro destes modelos [1], com horizonte mais longo, representa o parque gerador hidráulico através do Modelo Equivalente de Energia [2,3]. Esta metodologia, atualmente adotada no Setor Elétrico Brasileiro, é capaz de representar subsistemas interligados eletricamente, contudo sem vínculo hidráulico, ou seja, nesta representação, as bacias hidrográficas, onde estão localizadas as usinas que constituem um determinado subsistema, necessitam estar contidas em apenas um subsistema.

Propõe-se uma metodologia de Modelo Equivalente de Energia que permita a representação de subsistemas com vínculo hidráulico, sendo que, neste caso, a operação hidráulica de um determinado subsistema é dependente da operação hidráulica de subsistemas localizados a montante.

Foi feito um estudo a partir de uma configuração do Sistema Elétrico Brasileiro de 1999, com 75 usinas hidrelétricas e 19 usinas térmicas. Em um primeiro caso, as usinas foram separadas em 4 sistemas (Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte), que estão interligados eletricamente, mas não possuem vínculo hidráulico entre si. No segundo caso, aplicando a metodologia proposta, a Usina de Itaipu, originalmente considerada no Sistema Sudeste/Centro-Oeste, constituiu o quinto sistema, permitindo a representação da interligação elétrica desta usina com os sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Sul, através do Elo de Corrente Contínua e do Circuito de 765 kV de Itaipu, que contém a subestação Ivaiporã, com conseqüente acoplamento hidráulico entre o Sudeste e Itaipu, dado que parte da defluência do primeiro é afluência ao segundo.

Comparando os resultados dos dois casos e tomando como referência o segundo caso, adotando o vínculo hidráulico, é possível concluir que:

- houve redução do custo total de operação decorrente da diminuição dos valores esperados de déficit para todos os sistemas;
- houve redução da geração hidráulica total dos Sistemas Sudeste/Centro-Oeste e Itaipu, incremento da geração dos demais sistemas, contudo, na média total do Sistema Brasileiro, há redução de 1%;

- houve incremento de geração térmica média total, com incremento para os Sistemas Sudeste e Sul e redução no Sistema Nordeste.
- houve redução significativa (66%) do valor esperado de energia não suprida para o Sistema Sul.
- houve incremento do vertimento do sistema Sudeste e decréscimo para os sistemas Sul, Nordeste e Norte, resultando em acréscimo para o total do Sistema Brasileiro.

Recomenda-se que a metodologia proposta seja revista de forma a permitir a representação de sistemas a jusante em paralelo. Deste modo espera-se tornar desnecessária a dupla representação de usinas que estão eletricamente situadas em um sistema, atendendo demanda deste, porém hidraulicamente acopladas a rios pertencentes a outros sistemas, como é o caso das Usinas Três Marias, no rio São Francisco, e Serra da Mesa, no rio Tocantins, cuja geração atende o Sistema Sudeste/Centro-Oeste, contudo estando hidraulicamente acopladas aos sistemas Nordeste e Norte, respectivamente.

10. Referências Bibliográficas

- [1] MACEIRA, M.E.P., SUANNO, C.M., COSTA, J.P. DA, *et al.*, *Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica a Subsistemas - NEWAVE – Especificação Funcional*, Relatório Técnico CEPEL 1003/93, 1993.
- [2] TERRY, L. A., GOMES, F.B.M., PEREIRA, M.V.F., *et al.*, *Modelo a Sistema Equivalente - Descrição Geral*, Relatório Técnico CEPEL 1705/80, 1980.
- [3] MACEIRA, M.E.P., SUANNO, C.M., *Representação do Sistema Hidroelétrico, Patamares de Mercado e Evolução da Configuração Hidrotérmica no Modelo Newave – Versão 2*, Relatório Técnico CEPEL, 1995.
- [4] BENDERS, J.F., "Partitioning Procedures for Solving Mixed Variables Programming Problems", *Numerische Mathematik*, v. 4, pp. 238-252, 1962.
- [5] ROSENTHAL, R.D., *The Status of Optimization Models for The Operation of Multireservoir Systems with Stochastic Inflows and Nonseparable Benefits*, Report 75, Tenn. Water Res. Cent., Knoxville, 1985.
- [6] KLIGERMAN, A.S., *et al.*, "Making Hydro More Competitive through Integrated Technologies – The Brazilian Case", *Hydro2000*, Bern, Switzerland, 2000
- [7] PEREIRA, M.V.F., PINTO, L.M.V.G., "Stochastic Optimization of a Multireservoir Hydroelectric System: A Decomposition Approach", *Water Resources Research*, v.21, n.6, pp.779-792, Jun.1985.
- [8] PEREIRA, M.V.F., "Optimal Stochastic Operations of Large Hydroelectric Systems", *Electrical Power & Energy Systems*, v.11, n.3, pp.161-169, Jul.1989.
- [9] GORESTIN, B., *et al.*, "Stochastic Optimization of a Hydro-Thermal System Including Network Constraints", *IEEE Transactions on PS*, v.7, n.2, May 1992.
- [10] LASDON, L.S., *Optimization Theory for Large Systems*, 1st.ed, London, The MacMillan Company, Collier-MacMillan Limited, 1970.
- [11] KELMAN, J., "Modelos Estocásticos no Gerenciamento de Recursos Hídricos", In: BARTH, F.T., *et al.*, *Modelos para Gerenciamento de Recursos Hídricos*, Coleção ABRH de Recursos Hídricos, Vol. 1, Capítulo 4, São Paulo, Nobel/ABRH, 1987.

- [12] MACEIRA, M.E.P., MERCIO, C.M., “Stochastic Streamflow Model for Hydroelectric Systems”, *5th Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, Vancouver, Canadá, 1997.
- [13] OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA INTERLIGADO - ONS *Estudo de Planejamento Elétrico da Operação do Sistema Interligado Brasileiro - Janeiro/Abril de 2000 - Volume I - Regiões Sul/Sudeste/Centro – Oeste – Relatório Técnico ONS*, Dezembro/1999.
- [14] MACEIRA, M.E.P., *Programação Dinâmica Dual Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos com Representação do Processo Estocástico de Afluências por Modelos Auto-regressivos Periódicos*, Relatório Técnico CEPEL 237/93, 1993.
- [15] MERCIO, C.M.V.B., *Resolução De Problemas De Planejamento De Sistemas Hidrotérmicos Com Representação Do Sistema Por Modelo Equivalente De Energia Adotando Acoplamento Hidráulico*, Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Novembro 2000.

11. Apêndice A: Configuração Hidroelétrica Adotada

11.1. Usinas Hidrelétricas

11.1.1. Sistema Sudeste (incluindo a Usina de Itaipu)

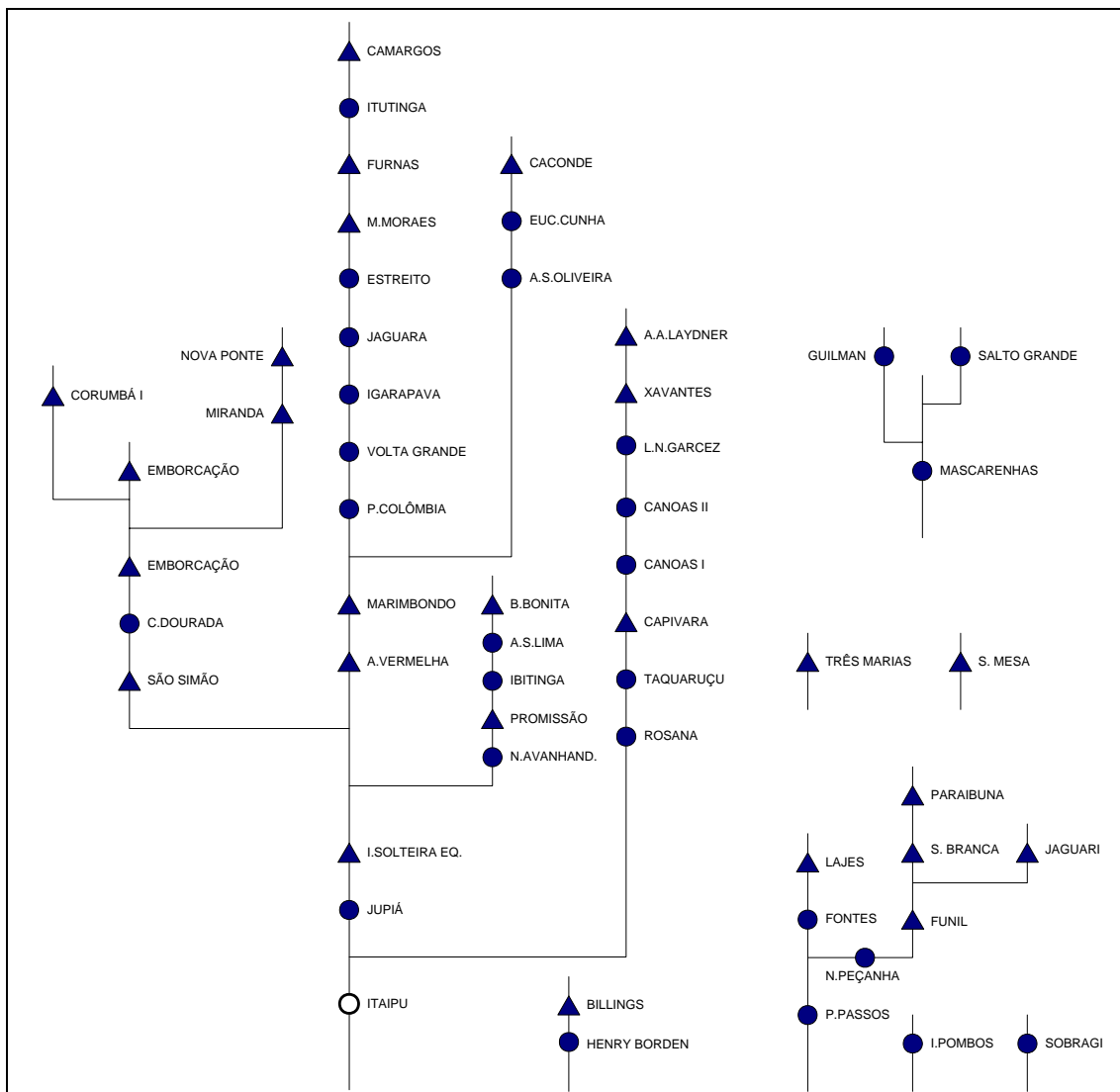


Figura 23. Topologia das usinas hidrelétricas do Sistema Sudeste

Usina	Nome	Código	Volume Útil (hm ³)	Pot. Instalada (MW)
1	Camargos	1	672	48
2	Itutinga	2	0	52
3	Furnas	6	17217	1312
4	Mascarenhas de Moraes	7	2500	478
5	Estreito	8	0	1104
6	Jaguara	9	0	424
7	Igarapava	10	0	210

Usina	Nome	Código	Volume Útil (hm³)	Pot. Instalada (MW)
8	Volta Grande	11	0	380
9	Porto Colômbia	12	0	328
10	Caconde	14	504	80
11	Euclides da Cunha	15	0	108
12	A.S. Oliveira	16	0	32
13	Marimbondo	17	4997	1488
14	A. Vermelha	18	5169	1396
15	Nova Ponte	25	10380	510
16	Miranda	26	146	390
17	Corumbá I	30	1030	375
18	Emborcação	24	13056	1192
19	Itumbiara	31	12454	2280
20	Cachoeira Dourada	32	0	658
21	São Simão	33	5540	1710
22	Barra Bonita	37	2566	140
23	A.S.Lima	38	0	144
24	Ibitinga	39	0	132
25	Promissão	40	2128	264
26	Nova Avanhandava	42	0	347
27	Ilha Solteira Equivalente	44	8965	4251
28	Jupia	45	0	1551
29	A.A.Laydner	47	3165	98
30	Xavantes	49	3041	416
31	L.N. Garcez	50	0	72
32	Canoas II	51	0	72
33	Canoas I	52	0	82
34	Capivara	61	5724	640
35	Taquaruçu	62	0	555
36	Rosana	63	0	372
37	Itaipu	66	0	12600
38	Billings	118	1166	0
39	Henry Borden	119	0	887
40	Jaguari	120	793	28
41	Paraibuna	121	2636	86
42	Santa Branca	122	308	49
43	Funil	123	605	222
44	Lajes	124	365	0
45	Sobragi	127	0	60
46	I. Pombos	130	0	164
47	Nilo Peçanha	131	0	380
48	Fontes	132	0	132
49	Pereira Passos	133	0	100
50	Salto Grande	134	0	102
51	Mascarenhas	144	0	135
52	Três Marias	156	15278	396
53	Guilman Amorim	192	0	140
54	Serra da Mesa	251	43250	1275

Quadro 6. Principais características das usinas hidrelétricas do Sistema Sudeste

11.1.2. Sistema Sul

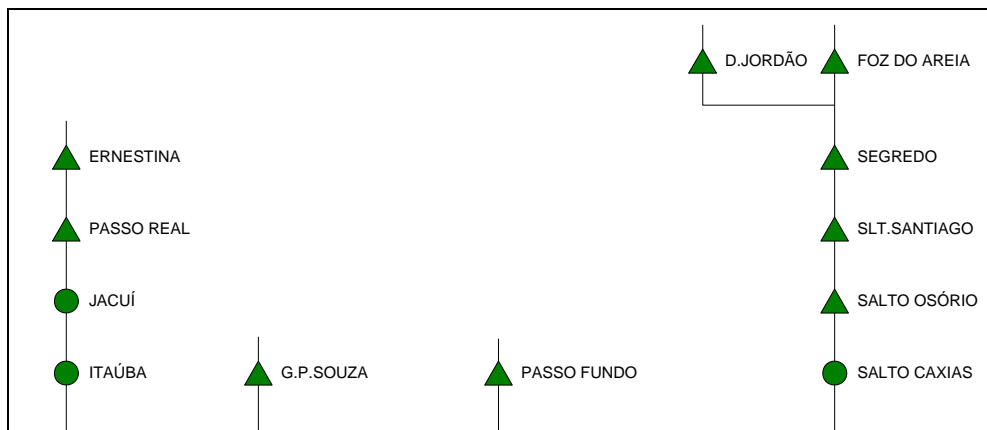


Figura 24. Topologia das usinas hidrelétricas do Sistema Sul

Usina	Nome	Código	Volume Útil (hm ³)	Pot. Instalada (MW)
55	G.B.Munhoz (Foz do Areia)	74	3805	1676
56	Desvio Jordão	73	25	0
57	Segredo	76	388	1260
58	Salto Santiago	77	4113	1420
59	Salto Osório	78	0	1078
60	Salto Caxias	82	0	1240
61	Passo Fundo	93	1404	228
62	Ernestina	110	238	0
63	Passo Real	111	3357	150
64	Jacuí	112	0	180
65	Itaúba	113	0	500
66	G.P.Souza (Cap. Cachoeira)	115	156	252

Quadro 7. Principais características das usinas hidrelétricas do Sistema Sul

11.1.3. Sistema Nordeste

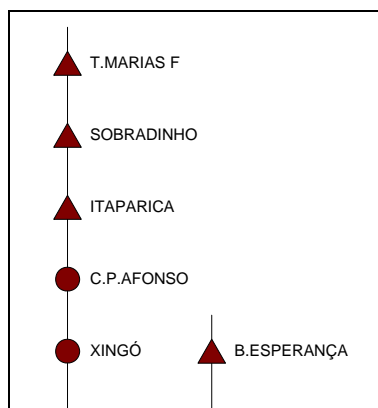


Figura 25. Topologia das usinas hidrelétricas do Sistema Nordeste

Usina	Nome	Código	Volume Útil (hm ³)	Pot. Instalada (MW)
67	Três Marias Fictícia	295	15278	0
68	Sobradinho	169	28669	1050
69	Itaparica	172	3548	1500
70	Complexo Paulo Afonso	176	0	4285
71	Xingó	178	0	3000
72	Boa Esperança	190	1912	225

Quadro 8. Principais características das usinas hidrelétricas do Sistema Nordeste

11.1.4. Sistema Norte

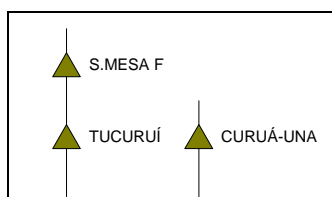


Figura 26. Topologia das usinas hidrelétricas do Sistema Norte

Usina	Nome	Código	Volume Útil (hm ³)	Pot. Instalada (MW)
73	Serra da Mesa Fictícia	291	23788	0
74	Tucuruí	275	32013	4240
75	Curuá-Una	272	400	30

Quadro 9. Principais características das usinas hidrelétricas do Sistema Norte

11.2. Usinas Térmicas

11.2.1. Sistema Sudeste

Número	Nome	Geração Térmica Máxima (MW _{méd})	Custo de Combustível (R\$/MWh)
1	Angra 1 e 2	1514.32	8.50
2	Igarapé	120.52	21.94
3	Santa Cruz	546.56	43.30
4	Piratininga	435.6	46.72
5	Carioba	34.56	46.51
6	Roberto Silveira	14.72	87.52
7	Campos	15.68	44.49
8	Cuiabá	270.00	26.40

11.2.2. Sistema Sul

Número	Nome	Geração Térmica Máxima (MW _{méd})	Custo de Combustível (R\$/MWh)
1	P.Medici	356.80	21.90
2	J.Lacerda C + B	594.76	38.68

Número	Nome	Geração Térmica Máxima (MW_{méd})	Custo de Combustível (R\$/MWh)
3	J.Lacerda A	173.80	47.08
4	Figueira	18.40	63.88
5	Charqueadas	61.92	52.58
6	Nutepa	19.20	51.54
7	Alegrete	56.10	97.41
8	São Jeronimo	13.60	88.10
9	Corumba+CG	69.75	18.68
10	Uruguiana	315.00	15.84

11.2.3. Sistema Nordeste

Número	Nome	Geração Térmica Máxima (MW_{méd})	Custo de Combustível (R\$/MWh)
1	Camaçari	232	113.19

12. Apêndice B: Quadro Demonstrativo das Parcelas

A seguir, é demonstrado o cálculo das parcelas da Energia Armazenada do Sistema Sudeste/Centro-Oeste referentes à parcela própria e parcela afluenta a fio d'água ao Sistema Itaipu, para a configuração adotada

	Nome	reservatório	Volume Mínimo (hm³)	Volume Máximo (hm³)	Volume Útil (hm³) (A)	Produtibilidade (MW/m³/s)	Produtibilidade Acumulada (MW/m³/s) (B)	Energia Armazenável (MWmês) (A) × (B) / 2,628	Produtibilidade Acumulada sem Itaipu (MW/m³/s) (C)	Energia Armazenável Própria do Sudeste (MWmês) (A) × (C) / 2,628	Produtibilidade devido a Itaipu (MW/m³/s) (D)	Energia Armazenável Parcela Fio d'Água de Itaipu (MWmês) (A) × (D) / 2,628
1	Camargos	sim	120	792	672	0.18	5.61	1433	4.55	1163	1.06	271
2	Itutinga	não	11	11	0	0.24	0	0	0	0	0	0
3	Furnas	sim	5733	22950	17217	0.75	5.19	33976	4.13	27037	1.06	6939
4	M. de Moraes	sim	1540	4040	2500	0.32	4.44	4221	3.38	3213	1.06	1008
5	Estreito	não	1423	1423	0	0.56	0	0	0	0	0	0
6	Jaguara	não	450	450	0	0.4	0	0	0	0	0	0
7	Igarapava	não	480	480	0	0.15	0	0	0	0	0	0
8	Volta Grande	não	2244	2244	0	0.25	0	0	0	0	0	0
9	Porto Colômbia	não	1524	1524	0	0.2	0	0	0	0	0	0
10	Caconde	sim	51	555	504	0.78	4.3	824	3.24	621	1.06	203
11	Euclides da Cunha	não	14	14	0	0.75	0	0	0	0	0	0
12	A.S. Oliveira	não	25	25	0	0.21	0	0	0	0	0	0
13	Marimondo	sim	890	5887	4997	0.46	2.56	4864	1.5	2850	1.06	2014
14	A. Vermelha	sim	5856	11025	5169	0.46	2.1	4127	1.04	2044	1.06	2083
15	Nova Ponte	sim	2412	12792	10380	0.94	4.71	18589	3.65	14406	1.06	4184
16	Miranda	sim	974	1120	146	0.59	3.77	209	2.71	150	1.06	59
17	Corumbá I	sim	470	1500	1030	0.57	3.75	1469	2.69	1053	1.06	415
18	Emborcação	sim	4669	17725	13056	1.04	4.22	20949	3.16	15687	1.06	5262
19	Itumbiara	sim	4573	17027	12454	0.65	3.18	15058	2.12	10039	1.06	5019
20	Cachoeira Dourada	não	460	460	0	0.28	0	0	0	0	0	0
21	São Simão	sim	7000	12540	5540	0.61	2.25	4740	1.19	2507	1.06	2233
22	Barra Bonita	sim	569	3135	2566	0.16	2.64	2576	1.58	1542	1.06	1034
23	A.S.Lima	não	544	544	0	0.19	0	0	0	0	0	0
24	Ibitinga	não	985	985	0	0.19	0	0	0	0	0	0
25	Promissão	sim	5280	7408	2128	0.2	2.1	1699	1.04	841	1.06	858
26	Nova Avanhandava	não	2720	2720	0	0.26	0	0	0	0	0	0
27	Ilha Solteira Eq.	sim	25467	34432	8965	0.38	1.64	5590	0.58	1977	1.06	3613

	Nome	reservatório	Volume Mínimo (hm³)	Volume Máximo (hm³)	Volume Útil (hm³) (A)	Produtibilidade (MW/m³/s)	Produtibilidade Acumulada (MW/m³/s) (B)	Energia Armazenável (MWmês) (A) × (B) / 2,628	Produtibilidade Acumulada sem Itaipu (MW/m³/s) (C)	Energia Armazenável Própria do Sudeste (MWmês) (A) × (C) / 2,628	Produtibilidade devido a Itaipu (MW/m³/s) (D)	Energia Armazenável Parcela Fio d'Água de Itaipu (MWmês) (A) × (D) / 2,628
28	Jupiá	não	3354	3354	0	0.2	0	0	0	0	0	0
29	A.A.Laydner	sim	3843	7008	3165	0.28	3.12	3755	2.06	2479	1.06	1276
30	Xavantes	sim	5754	8795	3041	0.61	2.84	3284	1.78	2058	1.06	1226
31	L.N. Garcez	não	45	45	0	0.15	0	0	0	0	0	0
32	Canoas II	não	151	151	0	0.13	0	0	0	0	0	0
33	Canoas I	não	212	212	0	0.15	0	0	0	0	0	0
34	Capivara	sim	4816	10540	5724	0.35	1.8	3918	0.74	1611	1.06	2307
35	Taquaruçu	não	677	677	0	0.22	0	0	0	0	0	0
36	Rosana	não	1918	1918	0	0.17	0	0	0	0	0	0
37	Itaipu	não	29000	29000	0	1.06	0	0	0	0	0	0
38	Billings	sim	1	1167	1166	0	5.65	2505	5.65	2505	0	0
39	Henry Borden	não	1	1	0	5.65	0	0	0	0	0	0
40	Jaguari	sim	443	1236	793	0.48	3.92	1182	3.92	1182	0	0
41	Paraibuna	sim	2096	4732	2636	0.67	4.44	4450	4.44	4450	0	0
42	Santa Branca	sim	131	439	308	0.33	3.77	442	3.77	442	0	0
43	Funil	sim	283	888	605	0.5	3.44	791	3.44	791	0	0
44	Lajes	sim	102	467	365	0	2.91	404	2.91	404	0	0
45	Sobragi	não	1	1	0	0.63	0	0	0	0	0	0
46	I. Pombos	não	8	8	0	0.26	0	0	0	0	0	0
47	Nilo Peçanha	não	38	38	0	2.63	0	0	0	0	0	0
48	Fontes A+BC	não	467	467	0	2.6	0	0	0	0	0	0
49	Pereira Passos	não	17	17	0	0.31	0	0	0	0	0	0
50	Salto Grande	não	78	78	0	0.78	0	0	0	0	0	0
51	Mascarenhas	não	42	42	0	0.19	0	0	0	0	0	0
52	Três Marias	sim	4250	19528	15278	0.4	0.4	2324	0.4	2324	0	0
53	Guilman Amorim	não	12	12	0	1.02	0	0	0	0	0	0
54	Serra da Mesa	sim	11150	54400	43250	0.96	0.96	15787	0.96	15787	0	0

Energia Armazenável Máxima do Sistema Sudeste ⇒ 159165

119162

40004

Parcela Própria ⇒

0.7487

Parcela Fio ⇒

0.2513

13. Apêndice C: Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE)

Seja o problema de operação hidrotérmica [5] em que a afluência a cada usina hidroelétrica, em qualquer estágio do período de planejamento, é conhecida. Este problema em apenas dois estágios pode ser representado por:

$$z = \text{Min } c_1 x_1 + c_2 x_2 \quad (64)$$

$$\text{s.a. } A_1 x_1 \geq b_1$$

$$E_1 x_1 + A_2 x_2 \geq b_2$$

Podendo ser interpretado como um processo de decisão em dois estágios.

1º estágio escolhe-se-se uma decisão x_1 viável, x_1^* , tal que $A x_1^* \geq b_1$.

2º estágio dada a decisão x_1^* , resolve-se o problema de otimização do 2º estágio:

$$\text{Min } c_2 x_2 \quad (65)$$

$$\text{s.a. } A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1^*$$

onde x_1^* , por ser conhecido, passa para o lado direito do conjunto de restrições do problema.

Os vetores x_1 e x_2 representam os volumes finais das usinas hidroelétricas, as vazões turbinadas, as gerações térmicas, etc., no primeiro e segundo estágio respectivamente. E o objetivo do processo é minimizar $c_1 x_1 + c_2 x_2$.

Observa-se que $c_2 x_2^*$, onde x_2^* é a solução ótima do problema de 2º estágio, é uma função da decisão x_1^* , do problema de 1º estágio. Logo, podemos escrever:

$$\alpha_1(x_1) = \text{Min } c_2 x_2 \quad (66)$$

$$\text{s.a.} \quad A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1$$

E sendo $\alpha_1(x_1)$ a solução ótima do problema (66), reescreve-se o problema original (64) como:

$$\text{Min } c_1 x_1 + \alpha_1(x_1) \quad (67)$$

$$\text{s.a. } A_1 x_1 \geq b_1$$

Dessa forma, pode-se entender $\alpha_1(x_1)$ como uma função que fornece informações sobre as consequências da decisão x_1 no futuro.

O princípio de decomposição de Benders [4] é uma técnica que permite construir, de forma iterativa, aproximações para a função $\alpha_1(x_1)$, baseada na solução do problema de 2º estágio. De forma simplificada, os problemas de 1º estágio e 2º estágio são resolvidos, como se segue:

1. Adote uma aproximação para $\hat{\alpha}_1(x_1)$
2. Resolva o problema de 1º estágio, obtendo-se x_1^*
3. Dado x_1^* , resolva o problema de 2º estágio, cuja solução é dada por x_2^*
4. Associados a solução do problema de 2º estágio, existem os multiplicadores de Lagrange, que medem variações na função objetivo devido a variações marginais em x_1 . Esses multiplicadores são usados para construir uma aproximação mais precisa $\hat{\alpha}_1(x_1)$
5. Retorne ao passo (2)

O comportamento da função custo futuro, $\alpha_1(x_1)$, pode ser caracterizado a partir do dual do problema de 2º estágio, sob a hipótese de linearidade deste problema. Seja o dual do problema (6):

$$\alpha_1(x_1) = \text{Max } \pi (b_2 - E_1 x_1) \quad (68)$$

$$\text{s.a. } \pi A_2 \leq c_2$$

onde o vetor π representa as variáveis duais.

O conjunto de restrições $\pi A_2 \leq c_2$ define uma região viável para o problema (68) que não depende da decisão de 1º estágio x_1 . Da teoria de programação linear [10], sabe-se que esta região é um poliedro convexo, e pode ser caracterizada pelo conjunto de pontos extremos ou vértices $\pi = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^p\}$. Como a solução ótima de um problema de programação linear sempre corresponde a um vértice da região viável, o problema (68) pode ser resolvido por enumeração:

$$\text{Max } \pi^i (b_2 - E_1 x_1) \quad (69)$$

$$\pi^i \in \pi$$

O problema (69) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\text{Min } \alpha$$

$$\text{s.a. } \alpha \geq \pi^1 (b_2 - E_1 x_1)$$

$$\alpha \geq \pi^2 (b_2 - E_1 x_1)$$

$$\vdots$$

$$\alpha \geq \pi^p (b_2 - E_1 x_1)$$

(70)

sendo α uma variável escalar.

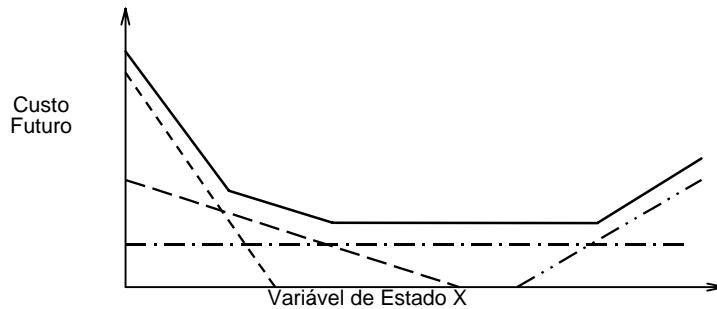
Por ser α maior ou igual a cada $\pi^i (b_2 - E_1 x_1)$, $i = 1, \dots, p$, será maior ou igual ao maior deles. Como a função objetivo do problema (70) é minimizar α , pelo menos uma restrição estará ativa na solução ótima. Portanto, a solução deste problema é igual a

solução ótima do problema (69), e conseqüentemente, igual à solução ótima do problema (68).

Em um problema de programação linear, o valor da função objetivo do problema primal e do problema dual coincidem na solução ótima. Como o problema (70) é equivalente ao problema (68), pode-se concluir que as restrições $\alpha \geq \pi^i (b_2 - E_1 x_1)$ do problema (70) definem a função $\alpha_1(x_1)$ do problema original (67). Este problema pode então ser reescrito como:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } c_1 x_1 + \alpha \\
 & \text{s.a. } A_1 x_1 \geq b_1 \\
 & \quad \pi^1 (b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0 \\
 & \quad \pi^2 (b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0 \\
 & \quad \quad \quad \vdots \\
 & \quad \pi^p (b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0
 \end{aligned} \tag{71}$$

onde α corresponde ao valor de uma função convexa definida por restrições lineares do tipo $\pi^i (b_2 - E_1 x_1)$, e os $\{\pi^i\}$ são os coeficientes dos hiperplanos suporte:



$$\begin{aligned} & \pi^1 (b - Ex) \\ & \pi^2 (b - Ex) \\ & \pi^3 (b - Ex) \\ & \pi^4 (b - Ex) \\ & \alpha = \text{Max } \pi^i (b - Ex) \end{aligned}$$

Figura 2 - Interpretação Geométrica da Função Custo Futuro

Logo, o problema original (64) pode ser escrito somente em função das variáveis do problema de 1º estágio mais a variável escalar α .

O conjunto de restrições $\pi^i (b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0, i = 1, \dots, p$, pode ter grandes dimensões, porém somente algumas delas estarão ativas na solução ótima. Isto sugere o uso de técnicas de relaxação, base do algoritmo de decomposição de Benders. A idéia é obter, iterativamente, um subconjunto desses vértices e construir, a cada iteração, uma aproximação mais precisa, para a função custo futuro.

O algoritmo *programação dinâmica dual (PDD)* em dois estágios é, então descrito pelos seguintes passos:

- a) Faça $J = 0$; limite superior $\bar{z} = +\infty$; aproximação inicial da função custo futuro $\hat{\alpha}_1(x_1) = 0, \forall x_1$ (isto significa que não está disponível nenhuma informação sobre o conjunto de pontos extremos ou vértices π)
- b) Resolva o problema relaxado

$$\text{Min } c_1 x_1 + \hat{\alpha}$$

$$A_1 x_1 \geq b_1 \quad (72)$$

$$\pi^j (b_2 - E_1 x_1) - \hat{\alpha} \leq 0 \quad j = 1, \dots, J$$

c Seja (x_1^*, α^*) a solução ótima do problema (72). Definindo:

$$\underline{z} = c_1 x_1^* + \hat{\alpha}^* \quad (73)$$

Pode-se concluir que \underline{z} é um limite inferior para a solução do problema original (67), pois o problema (72) é uma versão relaxada do problema (71).

d De posse da decisão x_1^* , resolva o problema de 2º estágio

$$\alpha_1(x_1^*) = \text{Min } c_2 x_2 \quad (74)$$

$$\text{s.a. } A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1^*$$

e Seja x_2^* a solução ótima do problema (74). O par (x_1^*, x_2^*) é uma solução viável do problema (67), mas não necessariamente a solução ótima. Portanto,

$$\bar{z} = \text{Min } \{\bar{z}, c_1 x_1^* + c_2 x_2^*\} \quad (75)$$

é um limite superior da solução ótima.

f Seja TOL uma tolerância pré-especificada. Verifique se $(\bar{z} - \underline{z} \leq \text{TOL})$. Em caso afirmativo, a solução ótima é o par (x_1^*, x_2^*) associado a \bar{z} . Caso contrário, vá para (g).

g Seja π^* o vetor de multiplicadores simplex associados às restrições do problema (74). Sabe-se da teoria de programação linear que este vetor é uma solução básica

viável do problema dual (68), e portanto um vértice da região viável $\pi A_2 \leq c_2$. Este vértice pode ser usado para formar uma nova restrição do tipo $\pi^* (b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0$, denominada *corte de Benders*, que será adicionada ao problema relaxado (72).

Seja w^* o valor da solução ótima do problema (74) e π^* o vetor de multiplicadores simplex associado. Da igualdade de soluções ótimas dos problemas primal e dual podemos escrever:

$$w^* = \pi^* (b_2 - E_1 x_1^*) \quad (76)$$

Colocando $(\pi^* b_2)$ em evidência, obtem-se:

$$\pi^* b_2 = w^* + \pi^* E_1 x_1^*$$

Substituindo na expressão $\pi^* (b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0$, obtem-se uma expressão alternativa para o corte de Benders:

$$w^* + \pi^* E_1 (x_1^* - x_1) - \alpha \leq 0 \quad (77)$$

h Faça $J = J + 1$; $\pi^J = \pi^*$; Vá para (b).

É importante observar que neste algoritmo não há necessidade da discretização do espaço de estados x . A cada iteração, uma nova aproximação da função custo futuro é gerada em torno do ponto obtido a partir da solução do problema de 1º estágio, x_1^* . Isto significa que, a cada iteração, uma nova restrição linear (com coeficiente dado por π^*) é adicionada à aproximação $\hat{\alpha}_1(x_1)$.

No caso de problemas multi-estágios o algoritmo PDD pode ser estendido da seguinte forma:

$$\text{Min } c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_T x_T \quad (78)$$

$$\begin{aligned}
 \text{s.a. } A_1 x_1 & \geq b_1 \\
 E_1 x_1 + A_2 x_2 & \geq b_2 \\
 E_2 x_2 + A_3 x_3 & \geq b_3 \\
 & \vdots \\
 E_{T-1} x_{T-1} + A_T x_T & \geq b_T
 \end{aligned}$$

O problema anterior pode ser representado por:

$$\text{Min } c_1 x_1 + \alpha_1(x_1) \tag{79}$$

$$\text{s.a. } A_1 x_1 \geq b_1$$

onde $\alpha_1(x_1)$ representa as consequências da decisão de 1º estágio, x_1 , nas decisões dos demais estágios.

A função $\alpha_1(x_1)$ é calculada através de:

$$\alpha_1(x_1) = \text{Min } c_2 x_2 + \dots + c_T x_T \tag{80}$$

$$\text{s.a. } A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1$$

$$E_2 x_2 + A_3 x_3 \geq b_3$$

⋮

$$E_{T-1} x_{T-1} + A_T x_T \geq b_T$$

Repetindo este procedimento (T-2) vezes obtem-se:

$$\alpha_{T-2}(x_{T-2}) = \text{Min } c_{T-1} x_{T-1} + \alpha_{T-1}(x_{T-1}) \tag{81}$$

$$\text{s.a.} \quad A_{T-1} x_{T-1} \geq b_{T-1} - E_{T-2} x_{T-2}$$

onde $\alpha_{T-1}(x_{T-1})$ é a função do T-ésimo estágio:

$$\alpha_{T-1}(x_{T-1}) = \text{Min } c_T x_T \quad (82)$$

$$\text{s.a.} \quad A_T x_T \geq b_T - E_{T-1} x_{T-1}$$

Dessa forma uma estratégia de solução do problema multi-estágios é:

- a) Faça $J = 0$; limite superior $\bar{z} = +\infty$; aproximação inicial da função custo futuro ($\hat{\alpha}_t(x_t) = 0$, $t = 1, \dots, T$), $\forall x_t$ (isto significa que não está disponível nenhuma informação sobre o conjunto de pontos extremos ou vértices π associados a cada estágio).
- b) Resolva o problema aproximado de 1º estágio:

$$\text{Min } c_1 x_1 + \hat{\alpha}_1 \quad (83)$$

$$\text{s.a.} \quad A_1 x_1 \geq b_1$$

$$\pi_2^j (b_2 - E_1 x_1) - \hat{\alpha}_1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, J$$

solução ótima: $(x_1^*, \hat{\alpha}_1^*)$

- c) calcule \underline{z} pela expressão (73).
- d) Repita para $t = 2, \dots, T$ (simulação "forward")

Dado x_{t-1}^* , resolva o problema aproximado do t-ésimo estágio:

$$\hat{\alpha}_{t-1}(x_{t-1}) = \text{Min } c_t x_t + \hat{\alpha}_t \quad (84)$$

$$\text{s.a.} \quad A_t x_t \geq b_t - E_{t-1} x_{t-1}^* \quad (\text{representam restrições do estágio } t)$$

$$\pi_{t+1}^j (b_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0$$

ou
$$w_{t+1}^j + \pi_{t+1}^j E_t (x_t^* - x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0 \quad j = 1, \dots, J$$

(representam a aproximação da função custo futuro $\hat{\alpha}_t(x_t)$)

(exceto para $t = T$, onde $\hat{\alpha}_T$ é sempre igual a zero)

solução ótima: $(x_t^*, \hat{\alpha}_t^*)$

- e O vetor (x_1^*, \dots, x_T^*) é uma solução viável do problema (78), mas não necessariamente a solução ótima. Portanto,

$$\bar{z} = \text{Min} \left\{ \bar{z}, \sum_{t=1}^T c_t x_t^* \right\} \quad (85)$$

é um limite superior da solução ótima.

- f Seja TOL uma tolerância pré-especificada. Verifique se $(\bar{z} - \underline{z} \leq \text{TOL})$. Em caso afirmativo, a solução ótima é o par (x_1^*, \dots, x_T^*) associado a \bar{z} . Caso contrário, vá para (g).

g Faça $J = J + 1$.

Repita para $t = T, \dots, 2$ (recursão "backward")

Resolva o problema de otimização:

$$\text{Min } c_t x_t + \hat{\alpha}_t \quad (86)$$

s.a. $A_t x_t \geq b_t - E_{t-1} x_{t-1}^*$

$$\pi_{t+1}^j (b_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0$$

$$\text{ou } w_{t+1}^j + \pi_{t+1}^j E_t(x_t^* - x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0 \quad j = 1, \dots, J$$

(exceto para $t = T$, onde $\hat{\alpha}_T = 0$)

Seja π_t^J o vetor de multiplicadores simplex associado ao conjunto de restrições do problema (86) na solução ótima. π_t^J medem a variação do custo de operação do estágio t até o final do período de planejamento T devido a variações marginais nos níveis de armazenamento dos reservatórios no início do estágio t (ou final do estágio $(t-1)$), representados por x_{t-1}^* . Estes multiplicadores são usados para formar uma nova restrição do tipo $\pi_t^J (b_t - E_{t-1} x_{t-1}) - \hat{\alpha}_{t-1} \leq 0$ (*corte de Benders*) que será adicionada à função $\hat{\alpha}_{t-1}(x_{t-1})$, obtendo-se uma nova aproximação.

h Vá para (b).

Observa-se que o passo (d) do algoritmo PDD (simulação forward) tem dois objetivos:

1. cálculo de um limite superior \bar{z}
2. seleção dos pontos $(x_t^*, t = 1, \dots, T)$, em torno dos quais são geradas novas aproximações para função custo futuro

Esta formulação é aplicada para resolução de problemas de otimização de sistemas por Programação Dinâmica Dual Determinística. A resolução de problemas estocásticos é facilmente expandível [14].