

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL



Relatório Técnico

Nº/Ano: 14086/2018 Nº de Páginas: 59 Nº de Anexos: 0

Título: Complementação da análise do processo de geração de cenários sintéticos de energia natural afluyente considerando uma configuração com 12 REEs

Departamento: Departamento de Otimização Energética e Meio Ambiente - DEA

Área de Responsabilidade: B200 **Conta de Apropriação:** 1798 / 1345

Cliente:
Comissão Permanente para Análise de Metodologias e Programas Computacionais do Setor Elétrico - CPAMP.

Resumo: O presente relatório tem como objetivo registrar a análise dos cenários hidrológicos gerados para o caso com 12 REEs, vigente desde janeiro de 2018, complementando assim a análise realizada no capítulo 3 do Relatório "Avaliação da Representação do SIN em Reservatórios Equivalentes de Energia - REE" publicado em Setembro de 2015 pelo Grupo de Trabalho Questões Metodológicas Associadas aos Modelos Computacionais de Expansão e Operação - GT7 da Comissão Permanente para Análise de Metodologias e Programas Computacionais do Setor Elétrico (CPAMP).

Autores:

Débora D. Jardim Penna - Cepel
Felipe Treistman - PUC/RJ
Maria Elvira Piñeiro Maceira - Cepel
Jorge Machado Damázio - Cepel
Hugo Santarém de Araújo - Cepel

Palavras-Chave:

Geração de cenários, modelo autorregressivo periódico, amostragem seletiva, REE

Classificação: CONTROLADO

Gerentes dos Projetos

Nome: Débora Dias Jardim Penna
Tel.: 21-2598-6450
E-mail: debora@cepel.br

Nome: Maria Elvira Piñeiro Maceira
Tel.: 21-2598-6454
Email: elvira@cepel.br

Chefe do Departamento de Otimização Energética e Meio Ambiente

Nome: André Luiz Diniz Souto Lima
Tel.: 21-2598-6046

E-mail: diniz@cepel.br

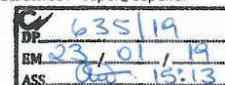
Aprovação

Raul Balbi Sollero
Diretor de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação

26/10/2019

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL www.cepel.br
Sede: Av. Horácio Macedo, 354 - Cidade Universitária - CEP 21941-911 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil - Tel.: 21 2598-6000 - Fax: 21 2260-1340
Unidade Adrianópolis: Av. Olinda, 5800 - Adrianópolis - CEP 26053-121 - Nova Iguaçu - RJ - Brasil - Tel.: 21 2666-6200 - Fax: 21 2667-3518
Endereço Postal: CEPEL Caixa Postal 68007 - CEP 21944-970 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil / Endereço Eletrônico: cepel@cepel.br

F-CO-005 REV. 2, 04/03/2013



CEPEL

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

Projetos NEWAVE e GEVAZP

Relatório Técnico

**Complementação da análise do processo de geração de cenários
sintéticos de energia natural afluyente considerando uma
configuração com 12 REEs**

Dezembro/2018

Índice

1	Introdução	2
2	Geração de Cenários Sintéticos de Energia Natural Afluente (capítulo 3 de [1])	2
2.1	Formulação Matemática	2
2.2	Amostragem Seletiva	3
2.2.1	Avaliação dos Ruídos para Amostra Original.....	4
2.2.2	Avaliação dos Ruídos para Simulação Forward	8
2.2.3	Avaliação dos Ruídos para Simulação <i>Backward</i>	12
2.3	Avaliação dos cenários gerados	17
2.3.1	Avaliação dos Cenários para Simulação Forward	18
2.3.2	Avaliação dos Cenários para Simulação <i>Backward</i> (testes não condicionados)	26
2.3.3	Avaliação dos Cenários para Simulação <i>Backward</i> (testes condicionados)	33
2.4	Avaliação número de cenários forward e <i>backward</i>	38
2.5	Análise da compensação do desvio-padrão.....	56
2.6	Análise da compensação da correlação cruzada.....	57

1 Introdução

Ao longo do ano de 2015, o Grupo de Trabalho “Questões Metodológicas Associadas aos Modelos Computacionais de Expansão e Operação – GT7” no âmbito da Comissão Permanente para Análise de Metodologias e Programas Computacionais do Setor Elétrico - CPAMP, estudou alternativas para composição dos REEs, de modo que esta comissão, instituída e coordenada pelo Ministério de Minas e Energia, com a participação da ANEEL, EPE, ONS, CCEE e CEPEL, pudesse ter subsídios para escolher e recomendar a topologia adequada para representação do SIN. Como resultado deste estudo foi publicado em setembro de 2015 o Relatório Técnico GT7/CPAMP intitulado “Avaliação da Representação do SIN em Reservatórios Equivalentes de Energia - REE” [1].

Fez parte dos estudos divulgados naquele relatório, no capítulo 3, uma análise detalhada dos cenários hidrológicos gerados para a configuração com 11 REEs. Posteriormente à finalização da análise dos cenários gerados, a configuração com 12 REEs passou a fazer parte das opções avaliadas pelo grupo de estudo. A análise foi então estendida para os 12 REEs e os novos resultados foram apresentados durante as reuniões do GT-Metodologia/CPAMP e FT-NEWAVE em 2017 e, parcialmente publicados no Relatório Técnico do CEPEL nº 27538/2017 “Análise do comportamento do custo marginal de operação do modelo NEWAVE ao se passar da representação de 9 para 12 reservatórios equivalentes de energia” [2] [3] [4] no item 2.2.

O presente relatório tem como objetivo registrar a análise completa dos cenários hidrológicos para o caso com 12 REEs, vigente desde janeiro de 2018, complementando assim a análise realizada em [1]. Para tanto, foram realizados testes estatísticos para avaliar questões relacionadas ao tamanho e à qualidade da amostra original utilizada como entrada para o processo de agregação e quanto ao número de cenários utilizados nas simulações *backward* e *forward* do algoritmo de solução do problema de planejamento de longo/médio prazo. Na realização dos testes, foi utilizado um caso baseado no PMO Abr/14 considerando a divisão do SIN em 4, 11 e 12 REEs.

2 Geração de Cenários Sintéticos de Energia Natural Afluyente (capítulo 3 de [1])

Os cenários de energia natural afluyente, que são utilizados durante as simulações *forward* e *backward* do processo de cálculo da política ótima de operação, são obtidos através de um modelo autorregressivo periódico de ordem p , PAR(p) [5] e [6], que modela a afluência de um mês como sendo função das afluências dos p meses anteriores. A amostra de ruídos aleatórios utilizada pelo modelo PAR(p) é obtida atualmente através de Amostragem Seletiva [7][8][9].

2.1 Formulação Matemática

Séries hidrológicas de intervalo de tempo menor que o ano, tais como séries mensais, têm como característica o comportamento periódico (sazonal) das suas propriedades probabilísticas, como por exemplo, a média, a variância, a assimetria e a estrutura de autocorrelação. A análise deste tipo de séries pode ser feita pelo uso de formulações autorregressivas cujos parâmetros apresentam um comportamento periódico. A esta classe de modelos costuma-se denominar modelos autorregressivos periódicos [10] e são referenciados por modelos PAR(p), onde p é o número de termos

autorregressivos do modelo. Em geral, p é um vetor, $p = (p_1, p_2, \dots, p_{12})$, onde cada elemento fornece a ordem de cada mês.

O modelo PAR(p_1, p_2, \dots, p_{12}) pode ser descrito matematicamente pela equação (2.1):

$$\left(\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m}\right) = \phi_1^m \cdot \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}}\right) + \dots + \phi_{p_m}^m \cdot \left(\frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}}\right) + a_t \quad (2.1)$$

onde, Z_t é a série sazonal, m é o índice do período sazonal, μ_m é a média sazonal, σ_m é o desvio-padrão sazonal, ϕ_i^m é o i -ésimo coeficiente autorregressivo do período m , p_m é a ordem do operador autorregressivo do período m e a_t é a série de ruídos independentes com média zero e variância $\sigma_a^{2(m)}$. Maiores detalhes consultar as referências[6] e [11].

2.2 Amostragem Seletiva

A Amostragem Seletiva utiliza técnicas estatísticas multivariadas, usualmente denominadas como técnicas de agregação[12], com o objetivo de agrupar objetos similares em grupos representativos, de acordo com o esquema apresentado na Figura 2.1. Desta forma, a partir de um grande número de cenários gerados previamente pelo método de Monte-Carlo, é possível escolher um conjunto representativo de cenários hidrológicos, reduzindo a variabilidade dos resultados produzidos pelo modelo de planejamento da operação de médio/longo prazo e ainda representando de forma adequada o processo estocástico das afluências.

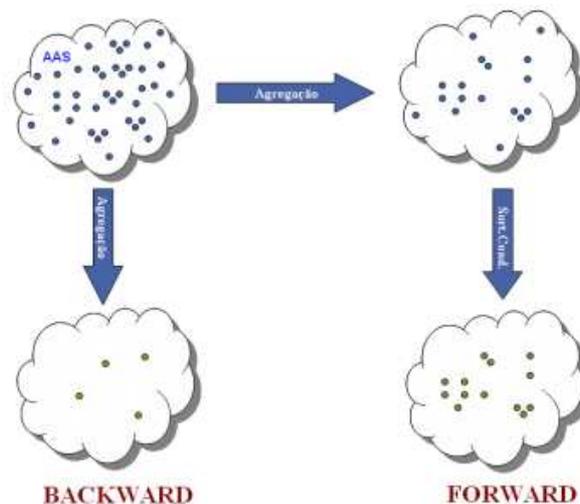


Figura 2.1 - Esquema ilustrativo da Amostragem Seletiva

Durante as reuniões para discussão das alternativas de divisão do SIN, foi analisada a adequação do emprego da Amostragem Seletiva para um número maior de REEs. Naquele momento, o tamanho da amostra original é de 100 mil vetores de ruídos multivariados com dimensão igual ao número de REEs, isto é, igual a 4 no âmbito do planejamento da operação de médio/longo prazo e do cálculo do preço líquido de diferenças (Sudeste, Sul, Nordeste e Norte) e igual a 10 no âmbito do planejamento

da expansão (Paraná, Sudeste, Sul, Nordeste, Norte, Itaipu, Acre/Rondônia, Manaus/Boa Vista, Belo Monte e Teles Pires/Tapajós).

Neste relatório são realizados testes estatísticos para avaliar questões relacionadas ao tamanho e à qualidade da amostra original utilizada como entrada para o processo de agregação e quanto ao número de cenários utilizados nas simulações *backward* e *forward* do algoritmo de solução do problema de planejamento de médio/longo prazo. Foi utilizado um caso baseado no PMO Abr/14 considerando a divisão do SIN em 4, 11 e 12 REEs na realização dos testes. Informações mais detalhadas sobre os testes estatísticos utilizados nesta seção podem ser obtidas em [13].

2.2.1 Avaliação dos Ruídos para Amostra Original

Para cada período do horizonte de estudo é gerada uma amostra de ruídos e calculados a média e o desvio-padrão para cada REE, o intervalo de confiança para estas estimativas, além da distribuição de frequência multivariada. As distribuições da média e do desvio-padrão são dadas de acordo com as equações (2.2) e (2.3), respectivamente. O desvio relativo das estatísticas analisadas é dado pela equação (2.4), e definido como a diferença entre o valor amostrado e o valor esperado teórico dividido pelo desvio-padrão teórico da estimativa.

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad (2.2)$$

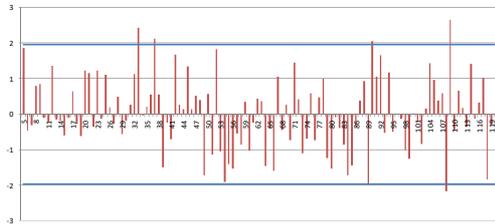
$$(n-1) \frac{S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2 \quad (2.3)$$

$$\frac{\hat{\theta} - \mu_{\theta}}{\sigma_{\theta}} \sim t_n \quad (2.4)$$

Da Figura 2.2 à Figura 2.6 são apresentados, para o REE Sudeste, os desvios relativos para média e desvio-padrão, considerando uma amostra original de 100 mil vetores de ruídos com dimensão igual a 4, 11 e 12, e também para uma amostra original com 200 mil vetores de ruídos com dimensão 11 e 12.

Relatório Técnico – 14086/2018

Estadística t Média
Ruído N(0,1) _ Sudeste100K 4s



Estadística t Desvio Padrão
Ruído N(0,1) _ Sudeste100K 4s

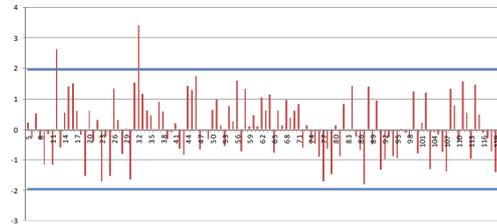
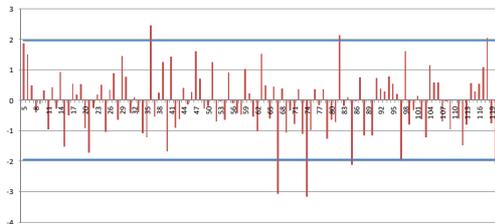


Figura 2.2 - Teste média e desvio-padrão – caso 100 mil 4 REEs

Estadística t Média
Ruído N(0,1) _ Sudeste100K 11s



Estadística t Desvio Padrão
Ruído N(0,1) _ Sudeste100K 11s

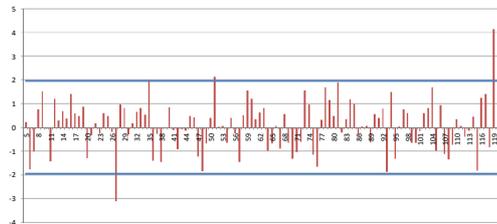
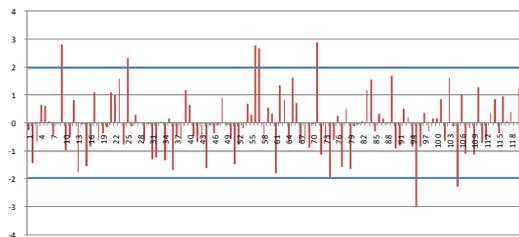


Figura 2.3 - Teste média e desvio-padrão – caso 100 mil 11 REEs

Estadística t Média
Ruído N(0,1) _ Sudeste 100k 12s



Estadística t Desvio Padrão
Ruído N(0,1) _ Sudeste 100k 12s

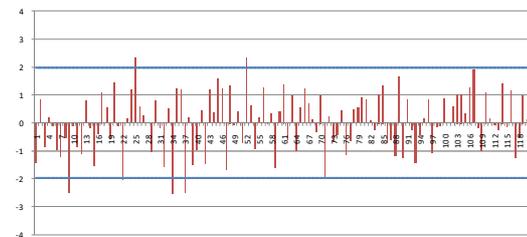
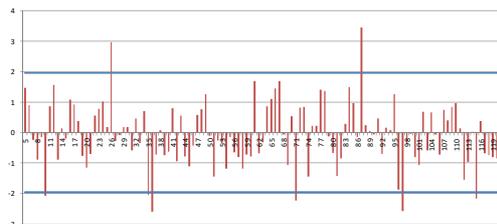


Figura 2.4 - Teste média e desvio-padrão – caso 100 mil 12 REEs

Estadística t Média
Ruído N(0,1) _ Sudeste 200K 11s



Estadística t Desvio Padrão
Ruído N(0,1) _ Sudeste 200K 11s

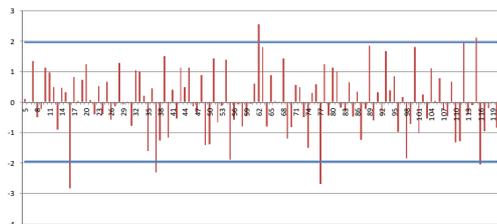


Figura 2.5 - Teste média e desvio-padrão – caso 200 mil 11 REEs

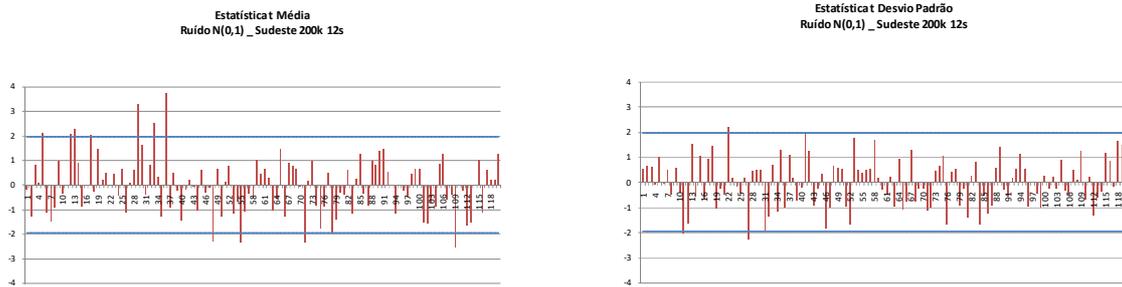


Figura 2.6 - Teste média e desvio-padrão – caso 200 mil 12 REEs

Na Figura 2.7, são mostrados os resultados dos testes estatísticos para média e desvio-padrão calculados para todos os REEs e todo o horizonte de estudo, além do intervalo de confiança calculado considerando um nível de significância de 5%. Cada ponto dos gráficos abaixo equivale a um teste estatístico, isto é, uma barra da Figura 2.2 à Figura 2.6.

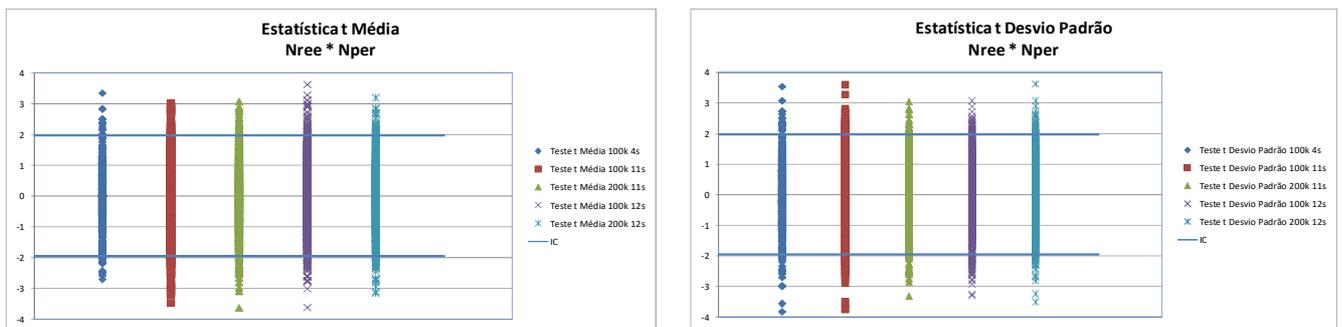


Figura 2.7 – Teste média e desvio para todos REEs

Na Figura 2.8 é apresentado o percentual de rejeições para os testes estatísticos da média e desvio-padrão, supondo um nível de significância de 5%.

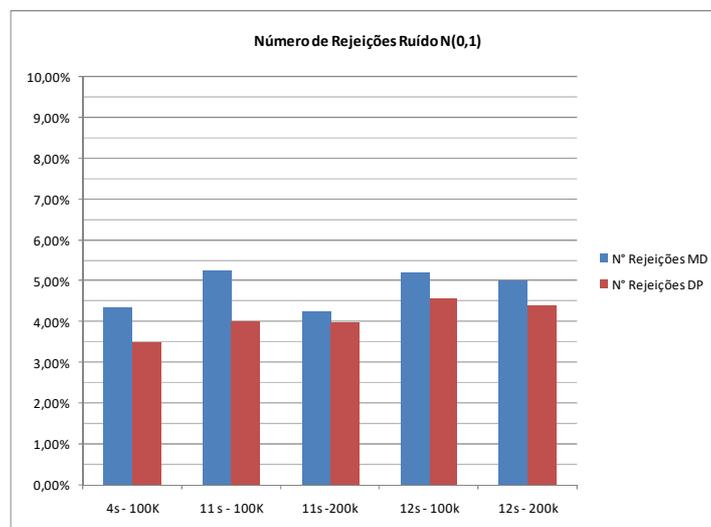


Figura 2.8 – Percentual de Rejeição

A distribuição multivariada é calculada dividindo-se a distribuição univariada normal padrão de cada REE em três intervalos e então é feita a combinação dos intervalos de cada um dos REEs. Desta forma, são definidas $3^{N_{REE}}$ classes, onde N_{REE} é o número de REEs considerado em cada caso. Para este estudo, a distribuição univariada é dividida em três intervalos de probabilidades: 0,25; 0,50 e 0,25 (correspondendo aos quantis da Normal padrão -0.67449 e 0.67449), de acordo com a Figura 2.9, e então é calculada a distribuição acumulada. A distribuição multivariada estimada é comparada com a distribuição multivariada teórica obtida a partir da distribuição Normal padrão.

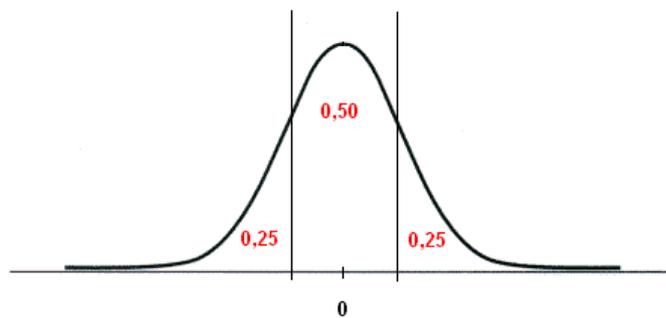
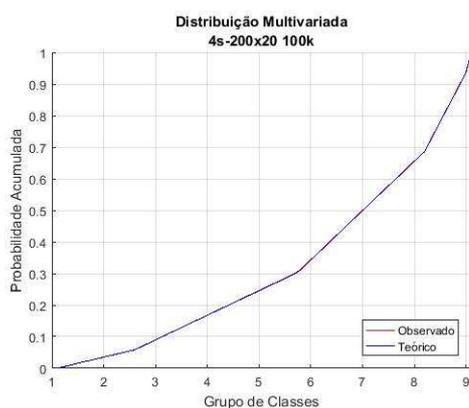
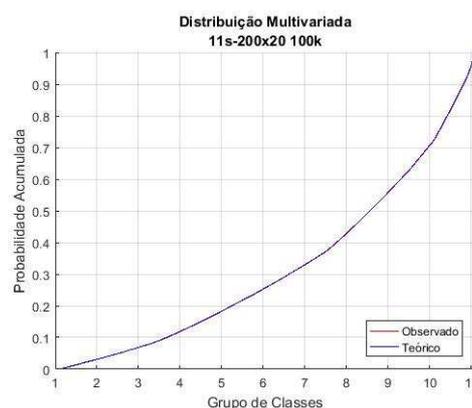


Figura 2.9 - Intervalos da Distribuição Univariada

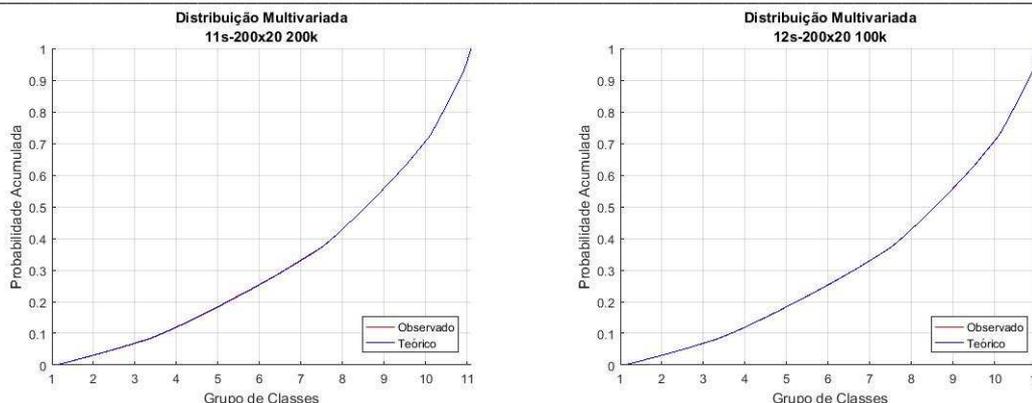
Na Figura 2.10 (a) a (e) são apresentadas as distribuições multivariadas teórica e da amostra original de ruídos, agregadas em 100 classes para o caso com 11 REEs. Para comparar os resultados teóricos e estimados foi aplicado um teste de aderência para as duas curvas. Nos três casos avaliados, para o nível de significância 5%, as curvas foram consideradas aderentes.



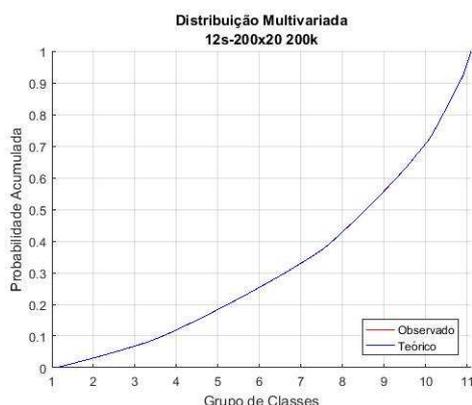
(a) 4 REEs – amostra original 100 mil



(b) 11 REEs – amostra original 100 mil



(c) 11 REEs – amostra original 200 mil (d) 12 REEs – amostra original 100 mil



(e) 12 REEs – amostra original 200 mil

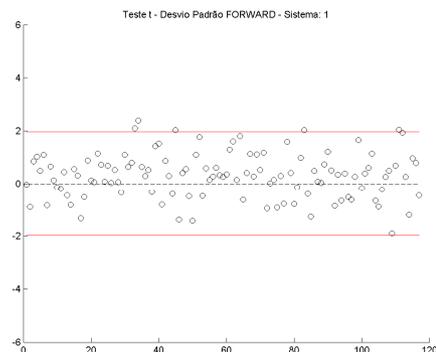
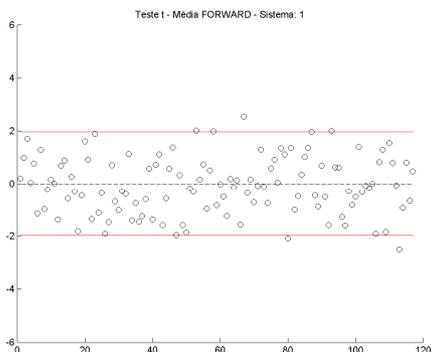
Figura 2.10 – Teste Distribuição Multivariada – Amostra original

Pode-se observar que a distribuição multivariada teórica é bem preservada com a amostra de tamanho 100mil. O mesmo pode ser dito para as estatísticas média e desvio-padrão. Desta forma, de acordo com os resultados apresentados, pode-se observar que a amostra de tamanho 100 mil continua adequada para casos com um número maior de REEs.

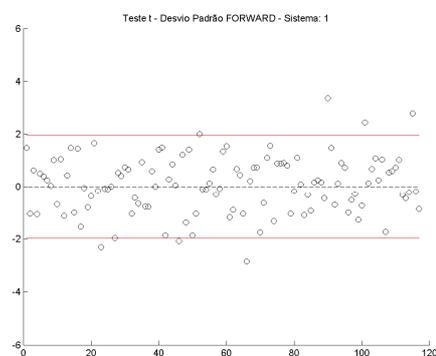
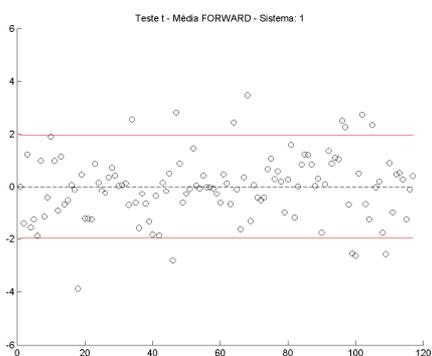
Também foram avaliadas as amostras de ruídos que são utilizadas para gerar os cenários hidrológicos do passo *forward* e *backward*. A seguir são apresentados testes estatísticos para média e desvio-padrão, bem como testes de aderência e a distribuição multivariada de frequências.

2.2.2 Avaliação dos Ruídos para Simulação Forward

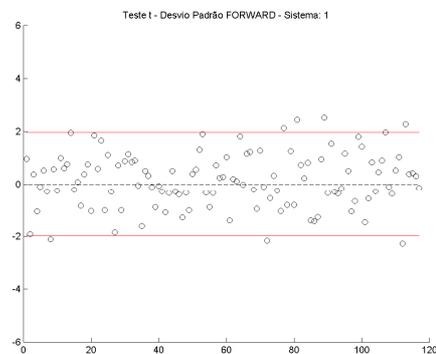
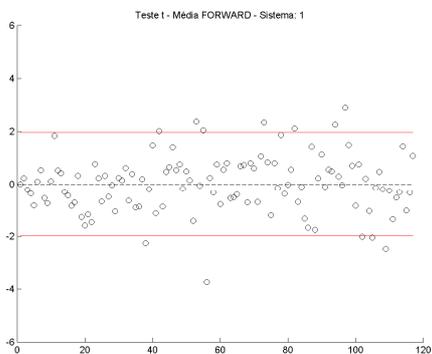
Na Figura 2.11 são apresentados os resultados dos testes estatísticos para média e desvio-padrão, considerando uma amostra de 200 ruídos multivariados provenientes de uma amostra original de 100mil (a, b, d) e de outra amostra original de 200mil ruídos (c, e), considerando 4 REEs em (a), 11 REEs em (b) e (c) e 12 REEs em (d) e (e).



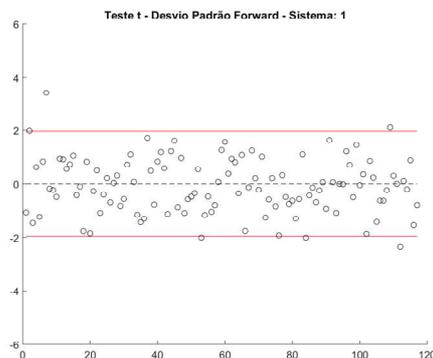
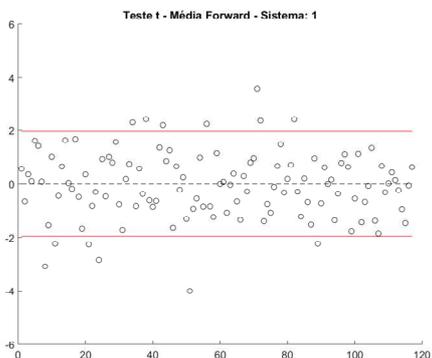
(a) 4 REEs – amostra original 100 mil



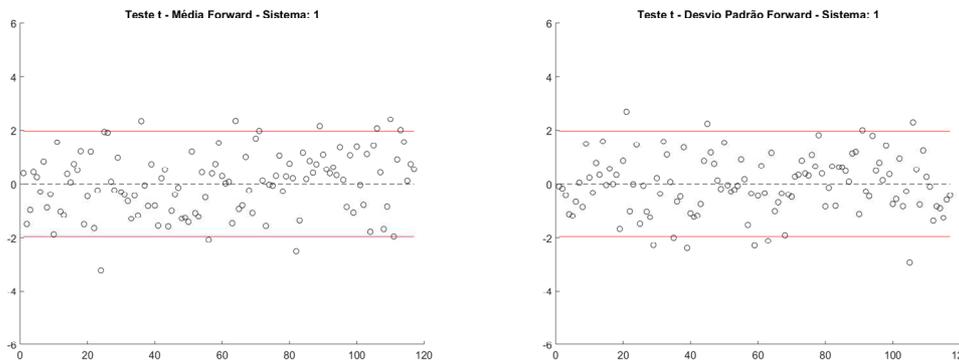
(b) 11 REEs – amostra original 100 mil



(c) 11 REEs – amostra original 200 mil



(d) 12 REEs – amostra original 100 mil

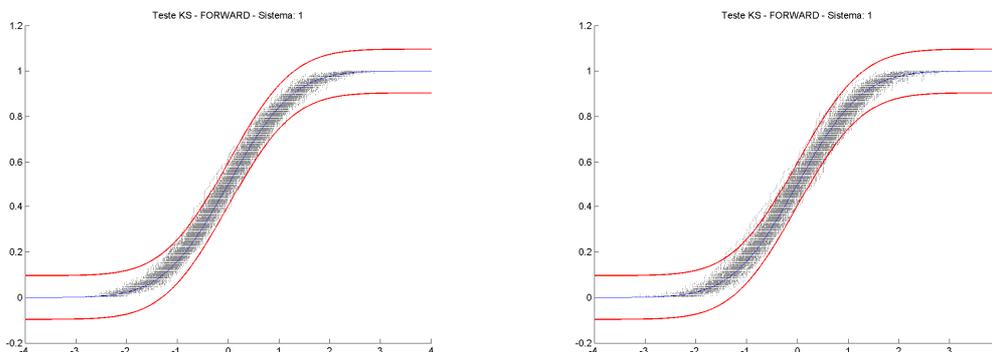


(e) 12 REEs – amostra original 200 mil

Figura 2.11 - Teste Média e Desvio-Padrão – Amostra Ruídos Forward

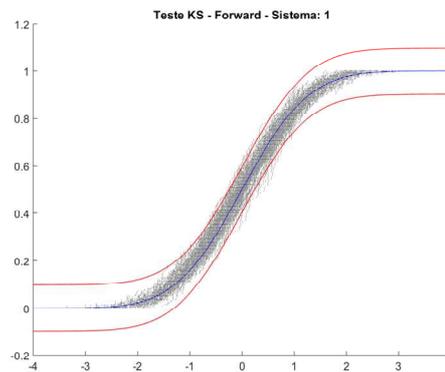
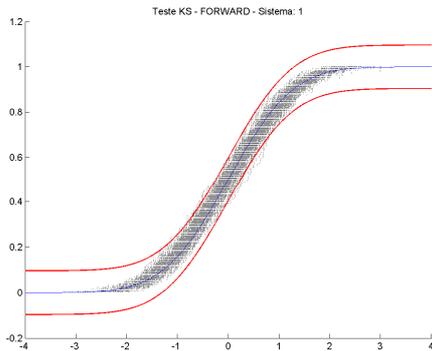
Observa-se que, considerando uma amostra original de tamanho 100 mil, houve uma pequena degradação ao aumentar o número de REEs (dimensão do vetor de ruídos). Observa-se também que não há ganho significativo ao duplicar o tamanho da amostra original. Portanto, o tamanho de 100 mil continua adequado para a topologia com 11 e 12 REEs.

Na Figura 2.12 são apresentadas para um dos REEs as distribuições acumuladas de todos os períodos da amostra de ruídos forward. Estas curvas são comparadas com um intervalo de confiança obtido por um teste de aderência Kolmogorov-Smirnov [14] para a distribuição teórica. São avaliadas amostras de 200 ruídos multivariados provenientes de uma amostra original de 100mil (a), (b) e (d) e 200mil ruídos (c) e (e), considerando 4 REEs em (a), 11 REEs em (b) e (c) e 12 REEs em (d) e (e). Observa-se que não houve ganho significativo ao duplicar o tamanho da amostra original e que os resultados obtidos com 11 e 12 REEs têm a mesma qualidade daqueles obtidos com 4 REEs, portanto o tamanho de 100 mil continua adequado para a topologia com 12 REEs.



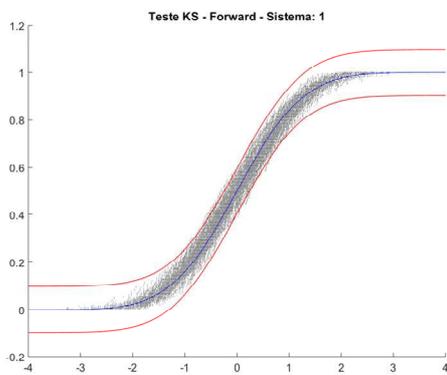
(a) 4 REEs – amostra original 100 mil

(b) 11 REEs – amostra original 100 mil



(c) 11 REEs – amostra original 200 mil

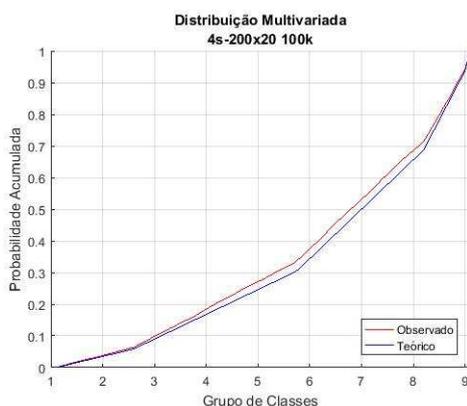
(d) 12 REEs – amostra original 100 mil



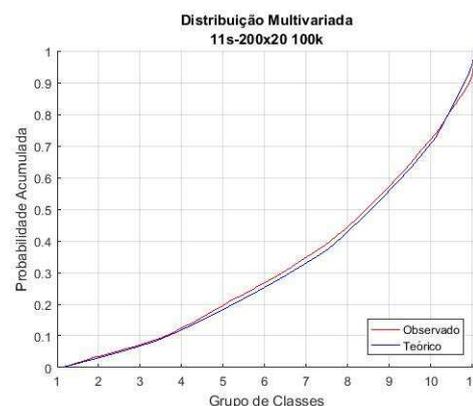
(e) 12 REEs – amostra original 200 mil

Figura 2.12 - Teste Distribuição Univariada – Amostra Ruídos Forward

A distribuição multivariada e o teste de aderência desta distribuição com a distribuição teórica são apresentados na Figura 2.13. Foi aplicado um teste de aderência Kolmogorov-Smirnov e agregou-se a distribuição teórica em 100 classes. Para um nível de significância de 5%, as curvas para os casos provenientes da amostra original com 100 mil podem ser consideradas como vindas da mesma população. Adicionalmente, a qualidade apresentada para os casos 11 e 12 REEs é semelhante ao caso 4 REEs.



(a) 4 REEs – amostra forward 100 mil



(b) 11 REEs – amostra forward 100 mil

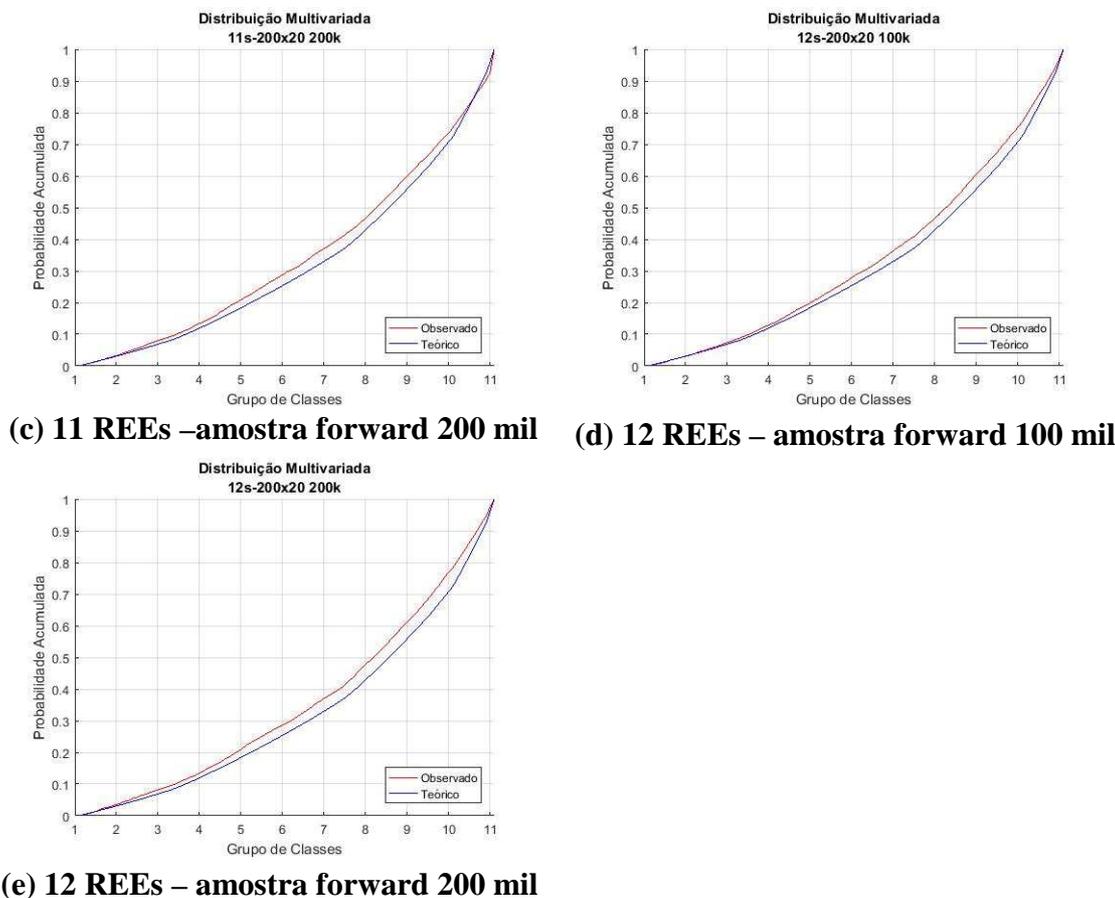
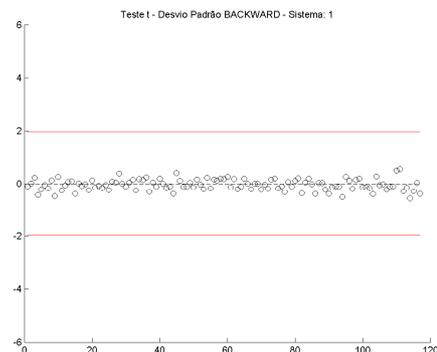
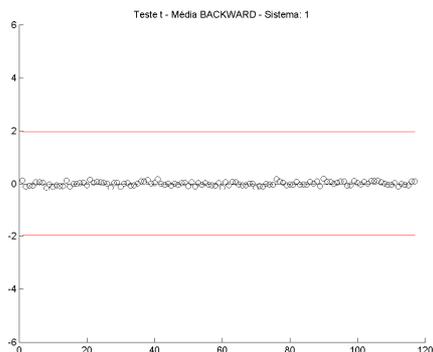


Figura 2.13 - Teste Distribuição Multivariada – Amostra Ruídos Forward

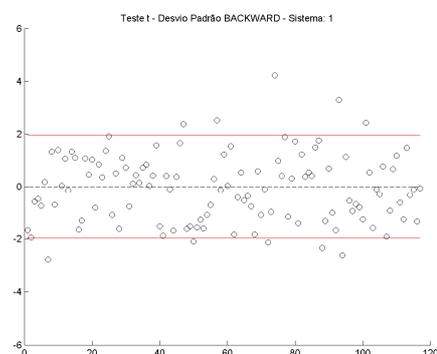
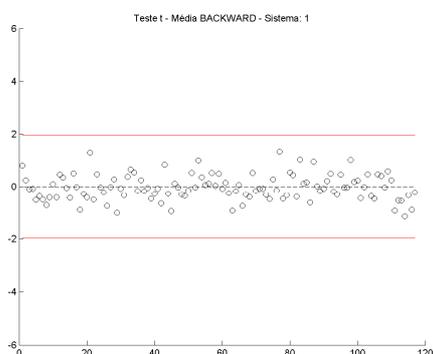
2.2.3 Avaliação dos Ruídos para Simulação *Backward*

Nesta análise é considerada uma amostra backward com 20 vetores de ruídos multivariados (4 REEs em (a), 11 REEs em (b) e (c) e 12 REEs em (d) e (e)). Os resultados dos testes para média e desvio-padrão para cada período do horizonte de planejamento são apresentados na Figura 2.14, considerando que a amostra de ruídos backward foi obtida a partir de uma amostra original de 100 mil vetores (a), (b) e (d) e 200 mil vetores (c) e (e).

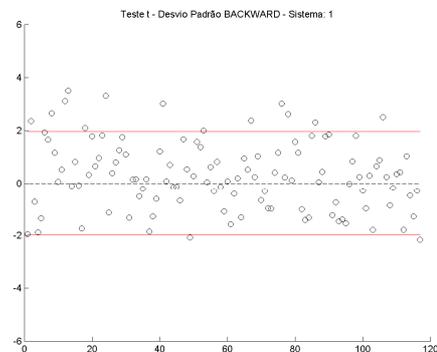
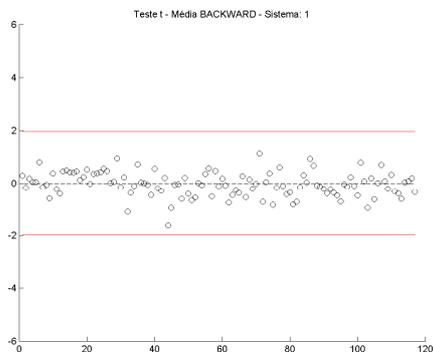
Pode-se observar que os testes estatísticos são satisfatórios para todos os casos, e que os resultados para 12 REEs se assemelham independente do tamanho da amostra original. A variabilidade é maior nos casos com 11 e 12 REEs, se comparados com os mesmos testes realizados para a amostra com 4 REEs. Isto ocorre, pois a relação entre o número de dimensões (REEs) e o tamanho da amostra *backward* é bem maior para os casos 11 e 12 REEs, o que torna a tarefa de reprodução do valor teórico pelo algoritmo de agregação mais difícil. No entanto, se compararmos estes resultados com aqueles obtidos por amostragem aleatória simples, Figura 2.15, observa-se que o ganho proporcionado pela Amostragem Seletiva é inequívoco.



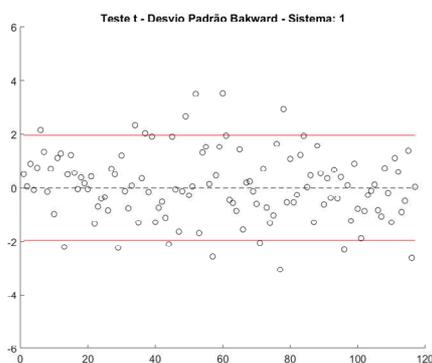
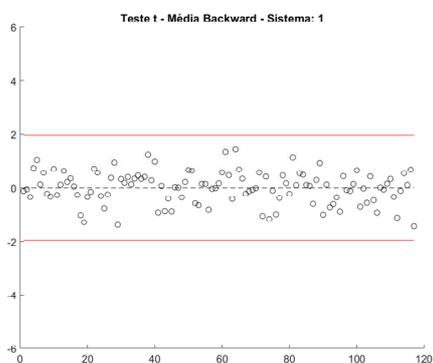
(a) 4 REEs – amostra original 100 mil



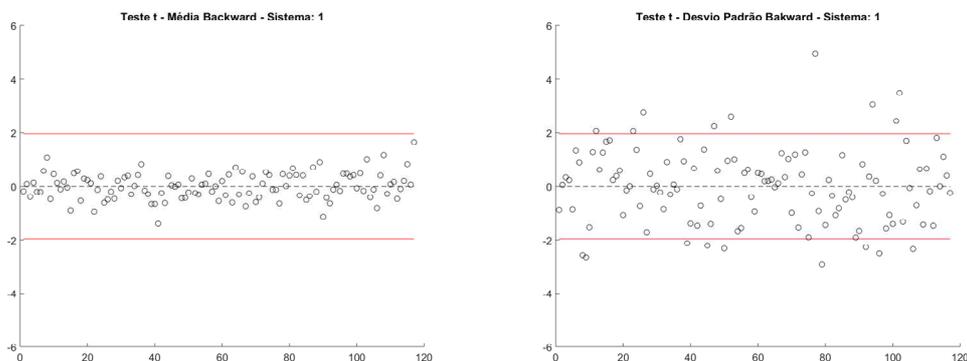
(b) 11 REEs – amostra original 100 mil



(c) 11 REEs – amostra original 200 mil

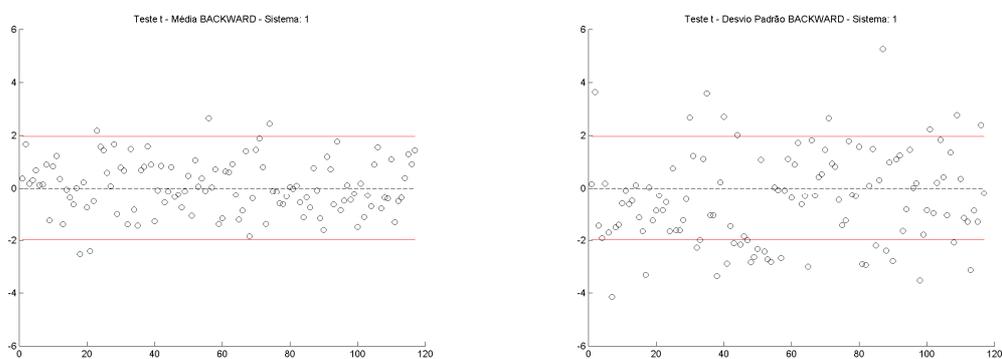


(d) 12 REEs – amostra original 100 mil

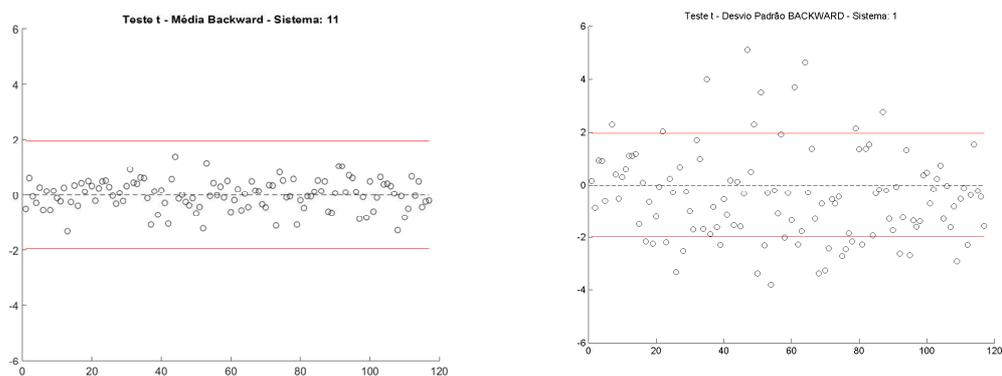


(e) 12 REEs – amostra original 200 mil

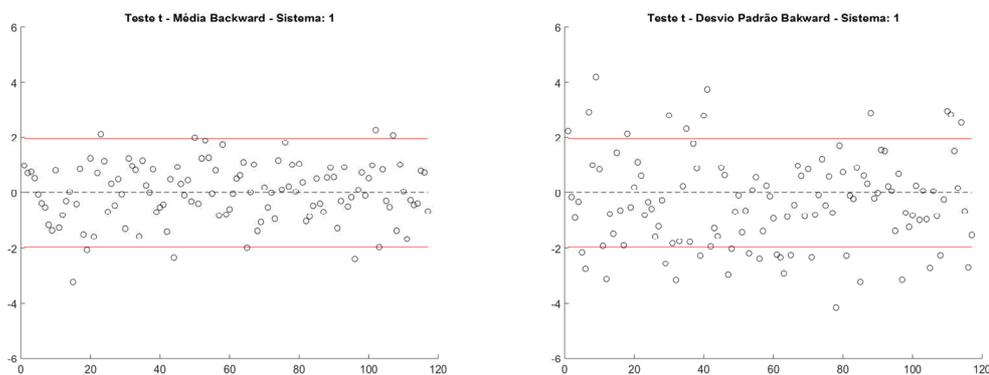
Figura 2.14 - Teste Média e Desvio-Padrão – Amostra Ruídos *Backward*



(a) 4 REEs – AAS



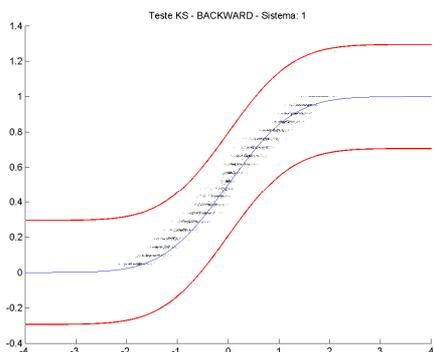
(b) 11 REEs – AAS



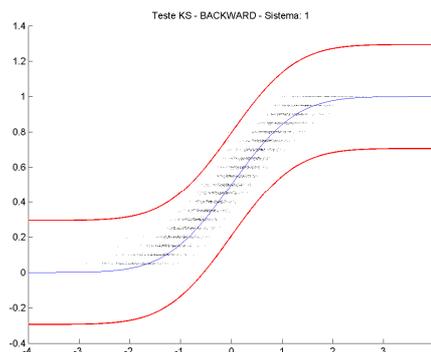
(c) 12 REEs – AAS

Figura 2.15 - Teste Média e Desvio-Padrão – Amostra Ruídos Backward AAS

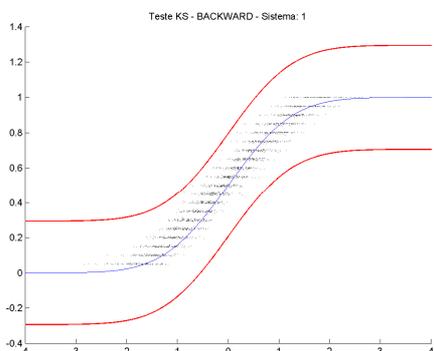
Na Figura 2.16 são mostrados os resultados do teste de aderência Kolmogorov-Smirnov para a distribuição univariada dos ruídos da amostra *backward*. Novamente, os resultados obtidos com amostra original com 100 mil e 200 mil vetores são bastante semelhantes, sendo considerada uma boa aderência entre as amostras, assim como os resultados obtidos para o caso com 4 REEs.



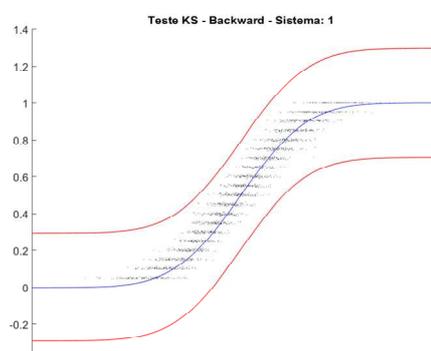
(a) 4 REEs – amostra original 100 mil



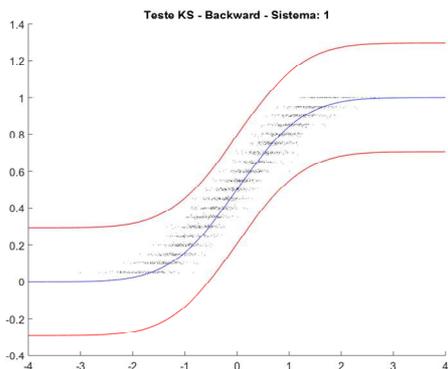
(b) 11 REEs – amostra original 100 mil



(c) 11 REEs – amostra original 200 mil



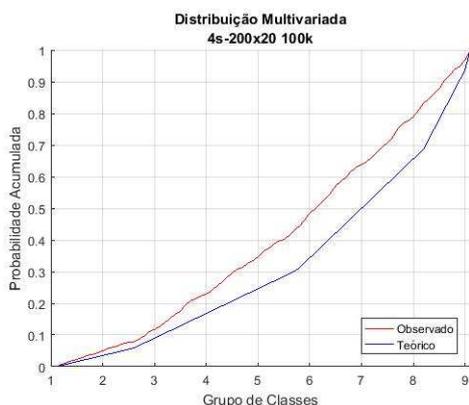
(d) 12 REEs – amostra original 100 mil



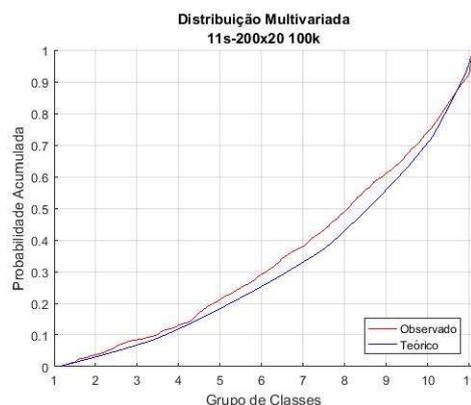
(e) 12 REEs – amostra original 200 mil

Figura 2.16 - Teste Distribuição Univariada – Amostra Ruídos *Backward*

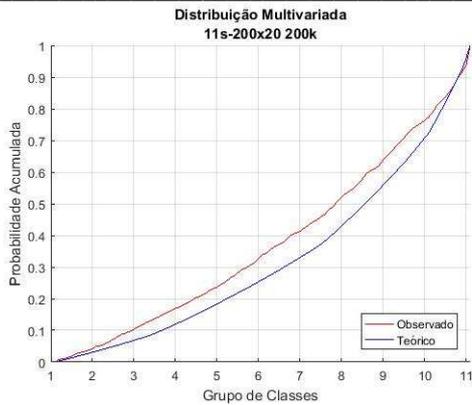
Como a amostra de ruídos *backward* é menor se comparada com a amostra *forward*, aumenta a dificuldade para se reproduzir a distribuição multivariada seja qual for o método de amostragem empregado. Na Figura 2.17 é apresentado um teste de aderência para a distribuição multivariada, considerando o domínio da distribuição agrupado em um conjunto de classes. Aplicando-se o teste de aderência, com um nível de significância de 5%, os três casos apresentados são aprovados. Novamente, não há melhora significativa ao se considerar uma amostra de 200 mil ruídos para o caso 11 REEs.



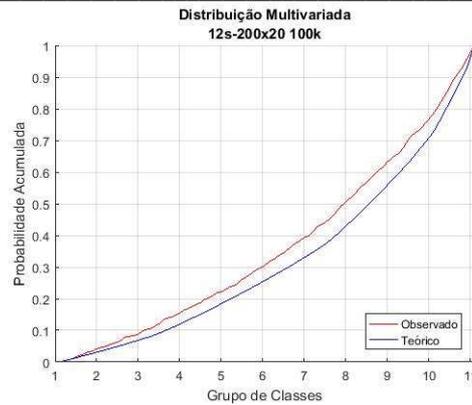
(a) 4 REEs – amostra *backward* 100 mil



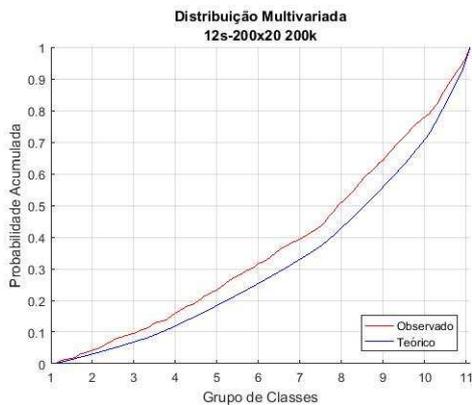
(b) 11 REEs – amostra *backward* 100 mil



(c) 11 REEs – amostra *backward* 200 mil



(d) 12 REEs – amostra *backward* 100 mil



(e) 12 REEs – amostra *backward* 200 mil

Figura 2.17 - Teste Distribuição Multivariada – Amostra Ruídos *Backward*

De forma geral, os resultados dos testes estatísticos com as amostras de ruídos original, *forward* e *backward* indicam que o tamanho de 100 mil ruídos na metodologia de Amostragem Seletiva continua sendo um número adequado, mesmo considerando uma topologia com um número maior de REEs.

2.3 Avaliação dos cenários gerados

Nesta etapa, foi realizada uma avaliação para aferir a qualidade dos cenários hidrológicos gerados para a simulação *forward* e *backward* utilizando a Amostragem Seletiva. Nesta análise são considerados 200 cenários *forward* e 20 cenários *backward*. Os testes empregados nesta avaliação foram aqueles utilizados durante o processo de validação da Amostragem Seletiva pelo GT2/SGAM e FT-NEWAVE[15].

A numeração de cada REE para os casos 4, 11 e 12 REEs, que é utilizada nas figuras deste relatório, é apresentada na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – REEs considerados nos estudos

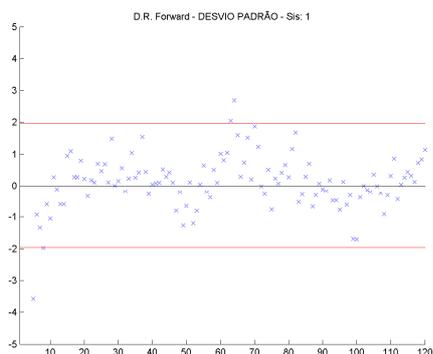
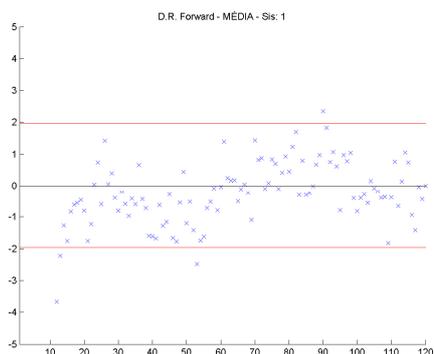
	Caso 4 REEs	Caso 11 REEs	Caso 12 REEs
Sudeste	1	1	1
Itaipu		2	2
Paraná		3	3
Madeira		4	4
Paranapanema		5	5
Iguaçu		6	6
Sul	2	7	7
Nordeste	3	8	8
Norte	4	9	9
Belo Monte		10	10
Amazonas			11
Teles Pires		11	12

2.3.1 Avaliação dos Cenários para Simulação *Forward*

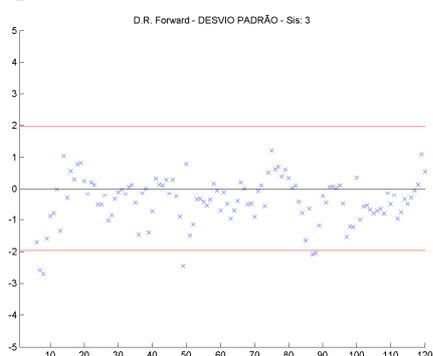
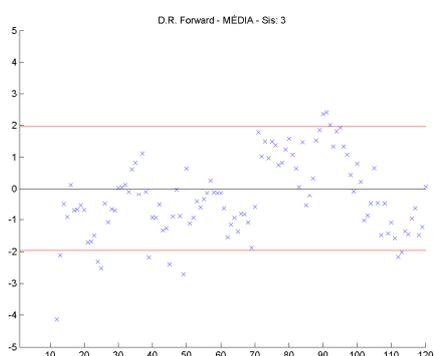
Inicialmente são apresentados o desvio relativo para média e desvio-padrão dos cenários *forward* obtidos originalmente de uma amostra de 100 mil (4, 11 e 12 REEs) e 200 mil (11 e 12 REEs) ruídos. O cálculo do valor do desvio relativo já foi apresentado em (2.4). Também foram avaliadas as distribuições de frequência empregando-se o teste de aderência Kolmogorov-Smirnov.

Na Figura 2.18 (a) a (c), (e) e (f) são apresentados os desvios relativos da média e do desvio-padrão, assim como o intervalo de confiança para esta medida, para os casos com 4 REE-100mil, 11REE-100mil, 11REE-200mil, 12REE-100mil e 12REE-200mil. Como os valores gerados de ENA para os primeiros meses são condicionados ao passado recente, as estatísticas obtidas para estes períodos podem ser significativamente diferentes do valor histórico. Pode-se observar que a qualidade dos 200 cenários *forward* não é degradada quando se eleva o número de REEs de 4 para 11 e 12. Também não foi observado ganho significativo de qualidade ao aumentar a amostra original para 200 mil.

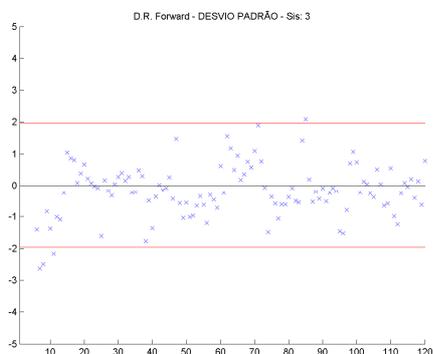
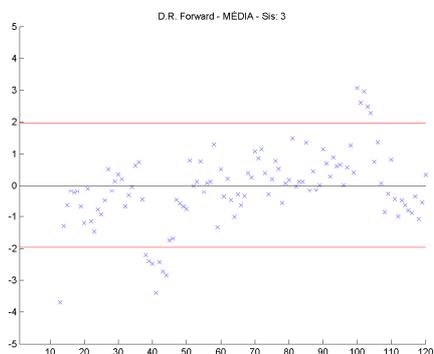
Adicionalmente, são apresentados na Figura 2.18 (d) os mesmos testes exibidos na figura anterior, porém considerando os 11 e 12 REEs agregados em 4 REEs. Isto é, os cenários gerados para os REEs Paraná, Paranapanema, Itaipu, Madeira e SE (demais bacias) são somados e comparados com os cenários gerados para o REE SE do caso 4 REEs.



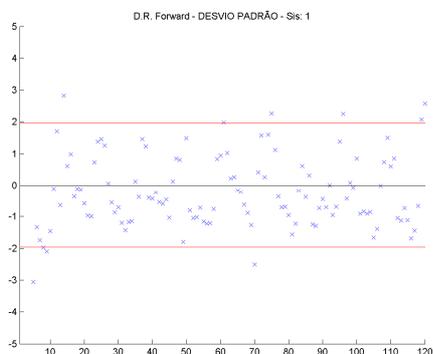
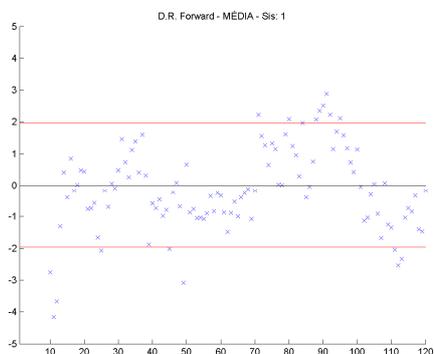
(a) 4 REEs – amostra original 100 mil



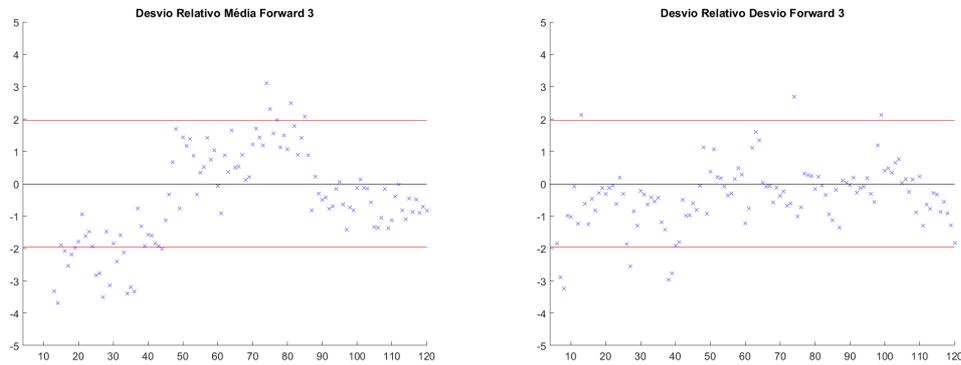
(b) 11 REEs – amostra original 100 mil



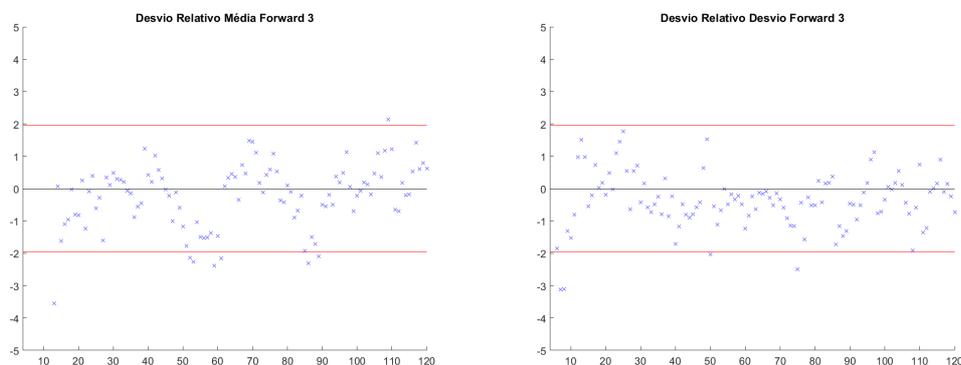
(c) 11 REEs – amostra original 200 mil



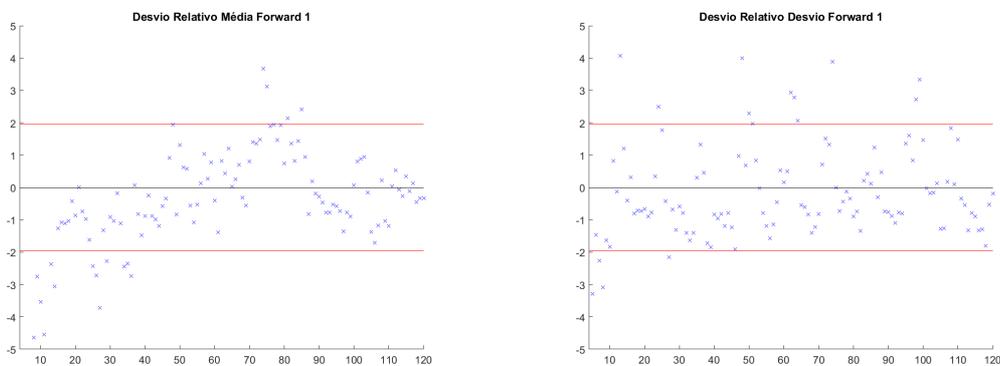
(d) 11 REEs agregados – amostra original 100 mil



(e) 12 REEs – amostra original 100 mil



(f) 12 REEs – amostra original 200 mil



(g) 12 REEs agregados – amostra original 100 mil

Figura 2.18 - Teste Média e Desvio-Padrão – Cenários ENA Forward

Os resultados do teste de aderência para a distribuição univariada dos 200 cenários de ENA, e o valor padrão do teste para um nível de significância de 5% são apresentados na Figura 2.19 (a) a (c), (e) e (f). Na Figura 2.19 (d) e (e) são apresentados os resultados para caso 11 e 12 REEs, porém agregados em 4 REEs, respectivamente. Novamente, é importante ressaltar que os primeiros períodos da análise são altamente condicionados à tendência hidrológica recente. De uma forma geral, a distribuição univariada histórica foi bem preservada tanto para 4 quanto para 11 e 12 REEs, considerando a amostra original de tamanho 100 mil ou 200 mil.

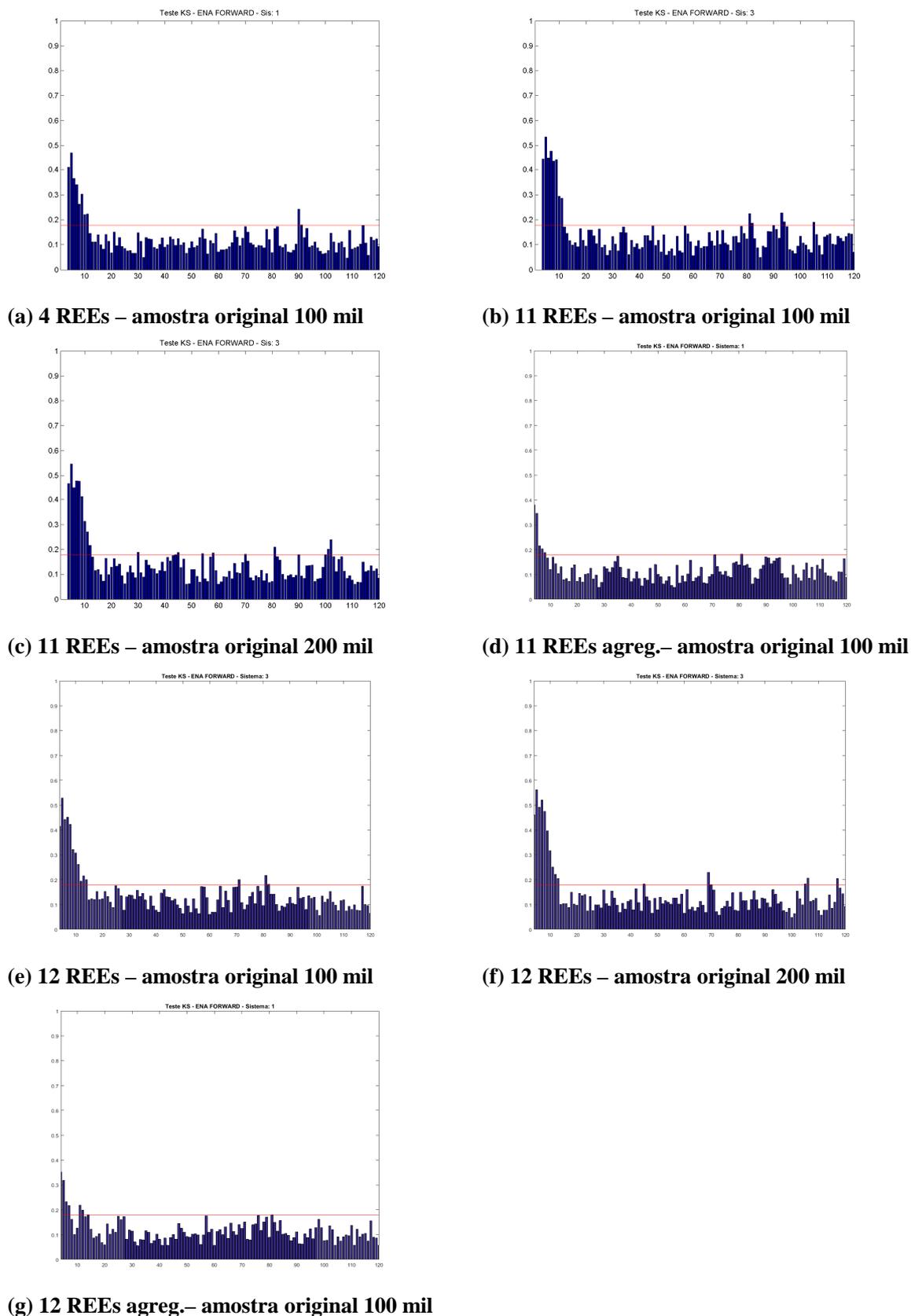


Figura 2.19 - Teste Distribuição Univariada – Cenários ENA Forward

A preservação da correlação espacial histórica é um objetivo a ser perseguido pelo processo de geração de cenários sintéticos multivariados. A seguir, é apresentada uma análise desta grandeza através de inspeção visual dos resultados obtidos. Os valores calculados são comparados com o valor histórico. Nas figuras abaixo são apresentados os resultados apenas para o REE Sudeste, os demais REEs apresentaram comportamento semelhante.

Na Figura 2.20 é apresentada a evolução temporal da correlação espacial ou cruzada para o caso com 4 REEs. Estas correlações não podem ser comparadas diretamente com aquelas obtidas nos casos com 11 e 12 REEs, uma vez que as UHEs que compõem os REEs são distintas. Na Figura 2.24 e Figura 2.25 são apresentados os casos com 12 REEs e, pode-se observar que os resultados obtidos são compatíveis entre si. Nas Figura 2.23 e 2.26 são apresentados os resultados para caso 11 e 12 REEs agregados em 4 REEs, respectivamente.

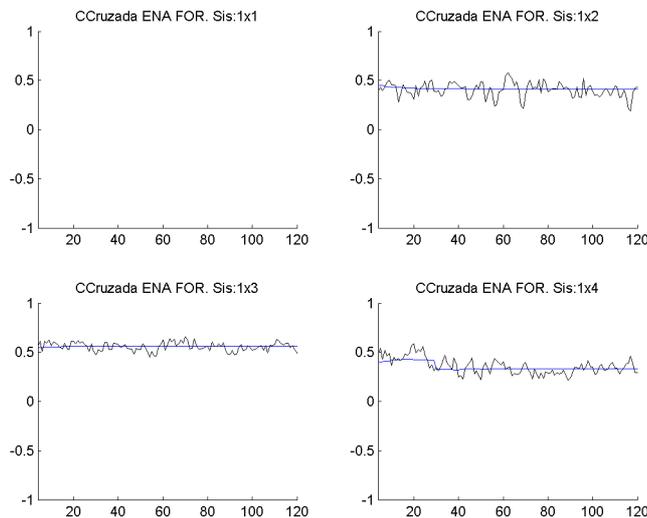


Figura 2.20 – Correlação Cruzada 4 REEs-100mil – Cenários ENA Forward

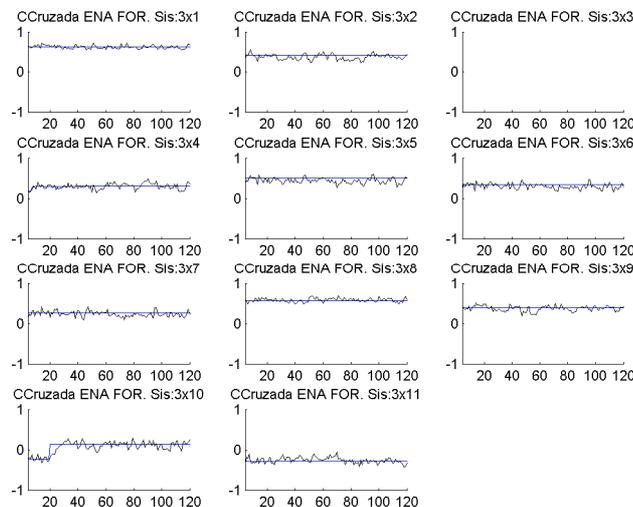


Figura 2.21 – Correlação Cruzada 11 REEs-100mil – Cenários ENA Forward

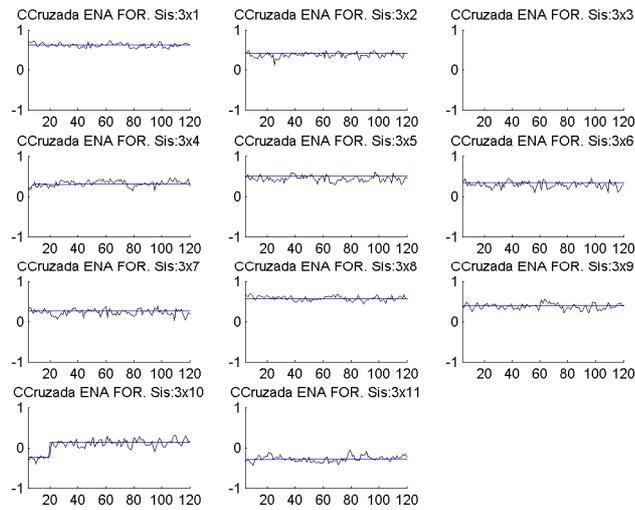


Figura 2.22 – Correlação Cruzada 11 REEs-200mil – Cenários ENA Forward

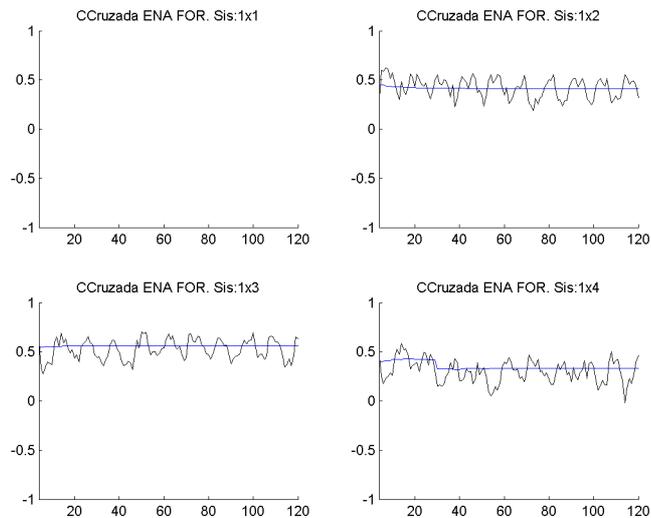


Figura 2.23 – Correlação Cruzada 11 REEs agregados em 4 REEs -100mil – Cenários ENA Forward

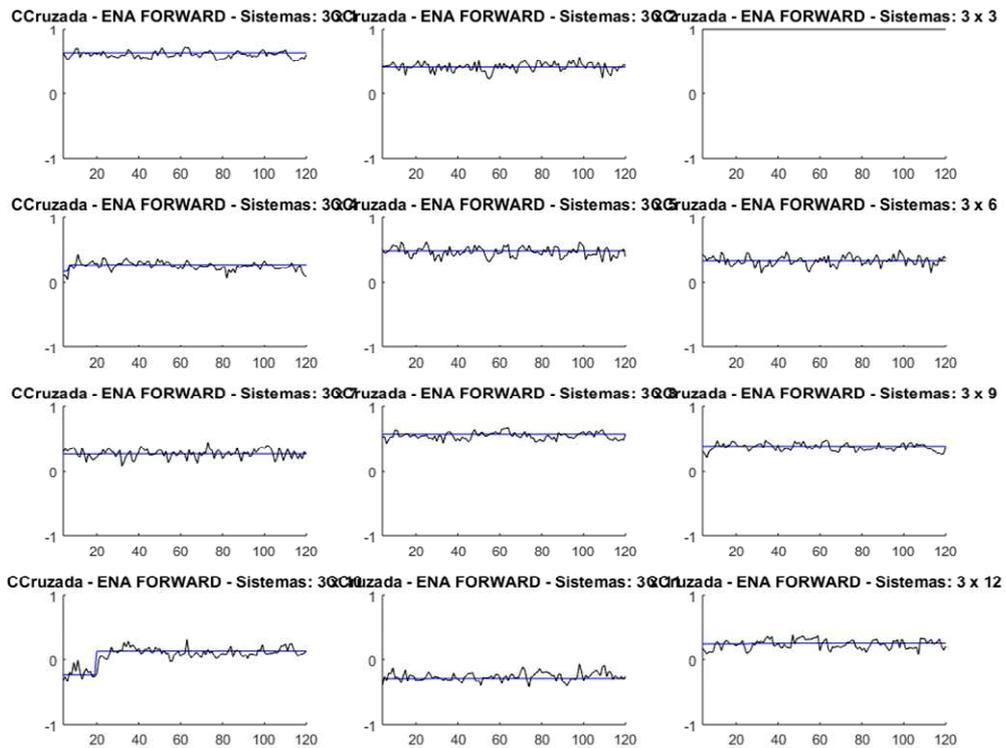


Figura 2.24 – Correlação Cruzada 12 REEs-100mil – Cenários ENA Forward

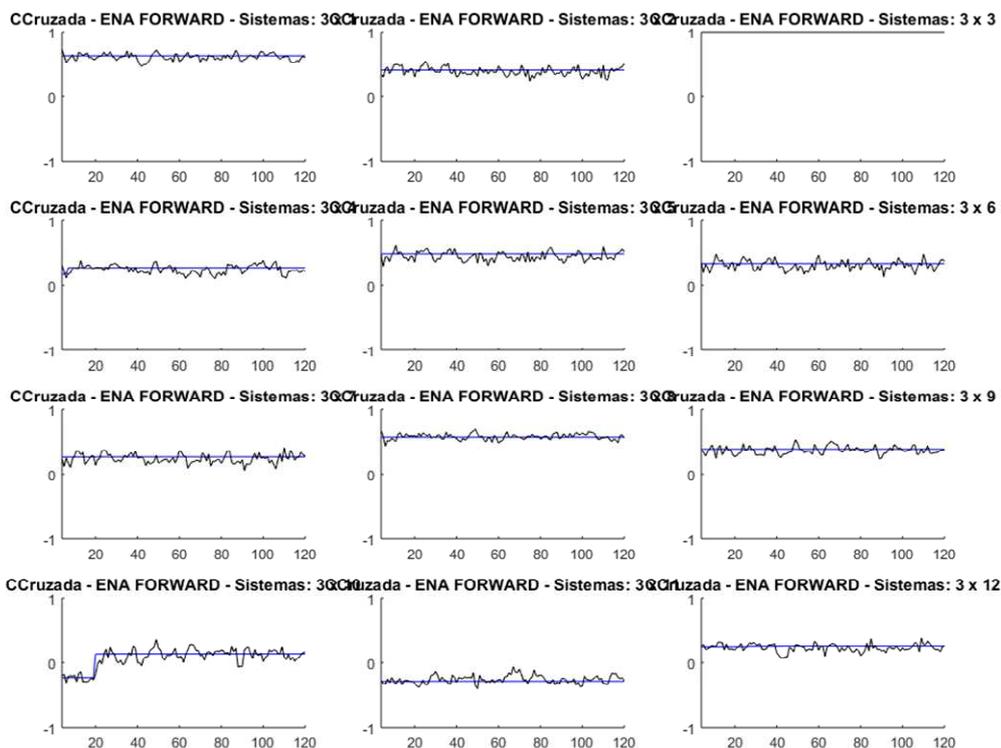


Figura 2.25 – Correlação Cruzada 12 REEs-200mil – Cenários ENA Forward

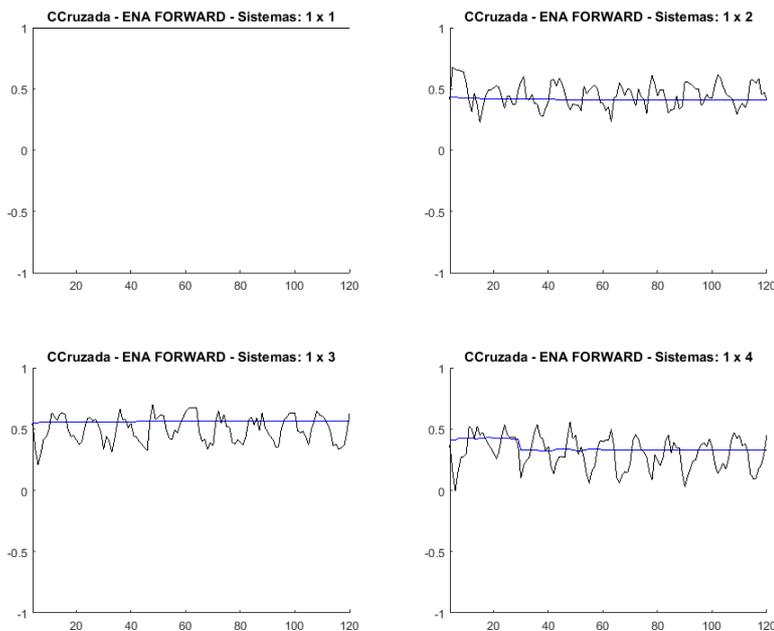


Figura 2.26 – Correlação Cruzada 12 REEs agregados em 4 REEs -100mil – Cenários ENA Forward

Analisando os resultados apresentados anteriormente, não se pode verificar aumento da degradação das estatísticas das séries forward ao se aumentar o número de REEs.

2.3.2 Avaliação dos Cenários para Simulação *Backward* (testes não condicionados)

A seguir é apresentada uma avaliação dos cenários hidrológicos obtidos para a simulação *backward* gerados com Amostragem Seletiva. Assim como na análise dos cenários do item anterior, são considerados 200 cenários *forward* e 20 cenários *backward*.

São utilizados testes não condicionados para a avaliação da capacidade de preservação das estatísticas média, desvio-padrão e correlação cruzada, e testes para verificação da aderência entre as distribuições gerada e histórica. Para a realização dos testes não condicionados, a cada período são considerados todos os cenários *backward* gerados, independentemente do estado de afluência passada, conforme ilustrado na Figura 2.27. Desta forma, nesta avaliação é considerada uma amostra com 4000 vetores multivariados de ENA (200x20).

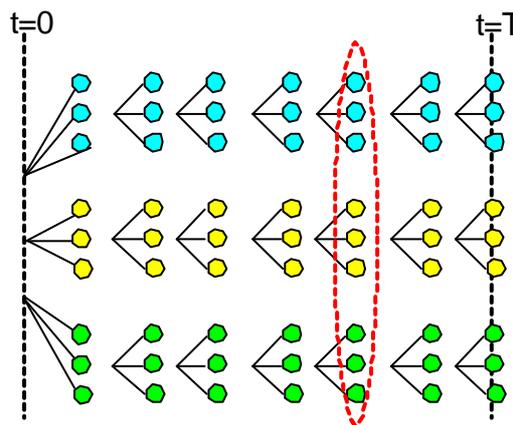
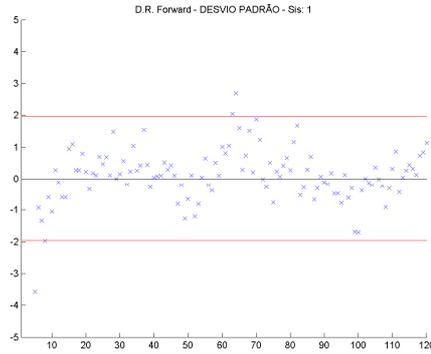
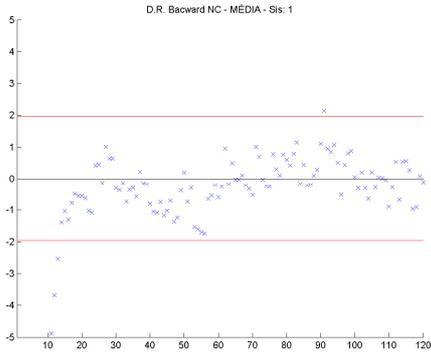


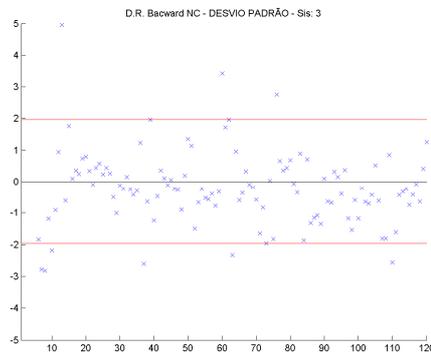
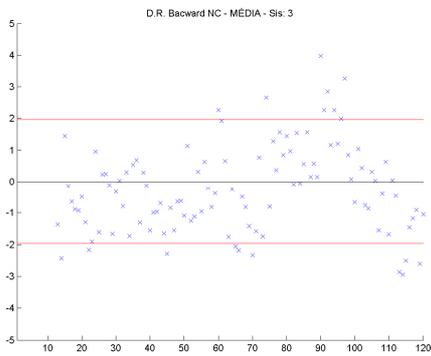
Figura 2.27 Amostra utilizada no teste não condicionado

A mesma observação realizada para os cenários *forward* com relação ao forte condicionamento dos primeiros períodos, é válida para a análise não condicionada dos cenários da simulação *backward*.

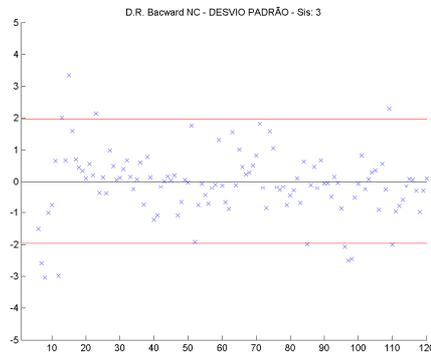
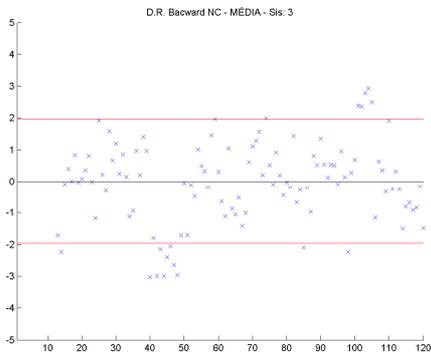
Na Figura 2.28 a) a (g) são apresentados os desvios relativos da média e do desvio-padrão, assim como o intervalo de confiança para estas medidas para os casos com 4, 11 e 12 REEs, e considerando 100 mil e 200 mil vetores de ruídos na amostra original. Neste caso, há um pouco mais de rejeição para o teste da média quando se passou para 12 REEs, mas de forma geral, o desempenho manteve-se adequado tanto para a amostra original com tamanho igual a 100 mil e 200 mil.



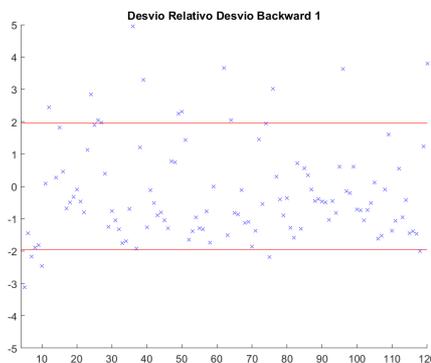
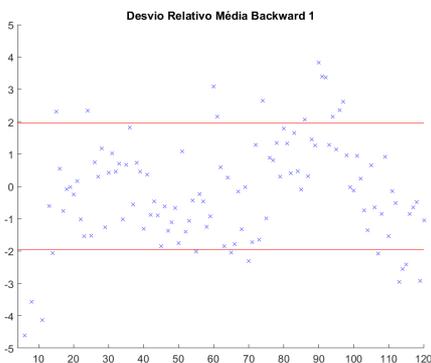
(a) 4 REEs – amostra original 100 mil



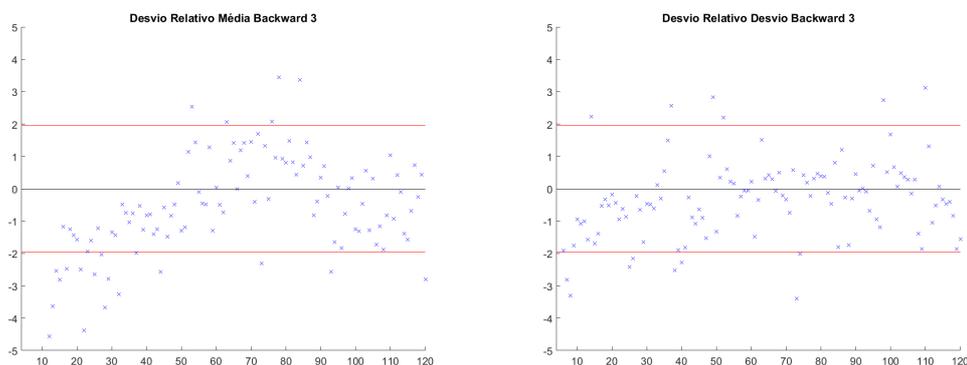
(b) 11 REEs – amostra original 100 mil



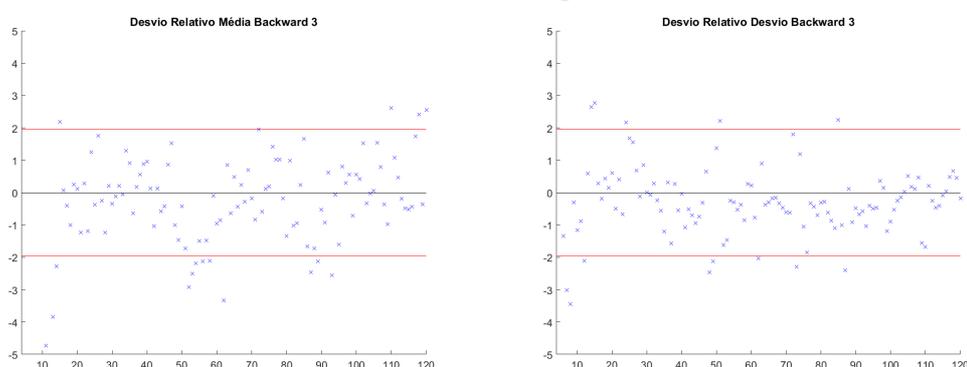
(c) 11 REEs – amostra original 200 mil



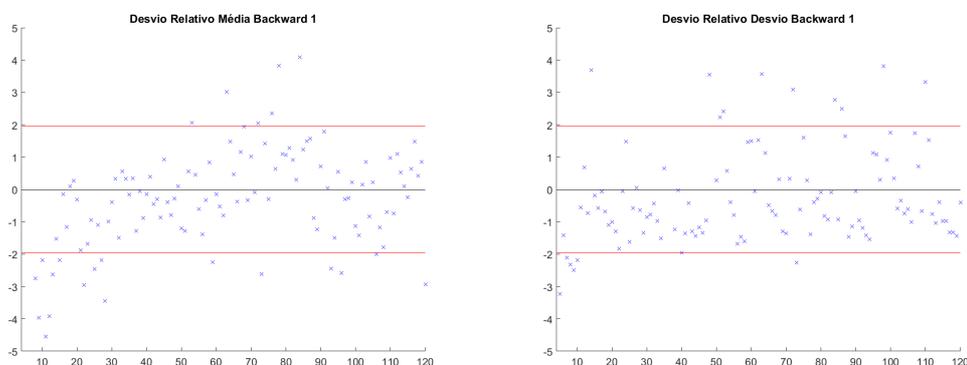
(d) 11 REEs agregados – amostra original 100 mil



(e) 12 REEs– amostra original 100 mil



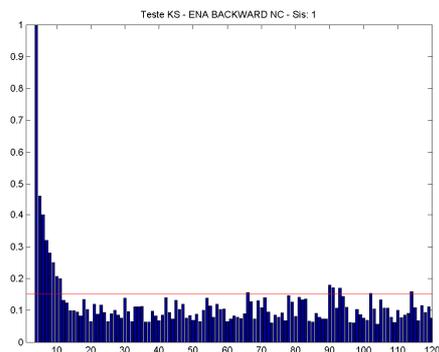
(e) 12 REEs– amostra original 200 mil



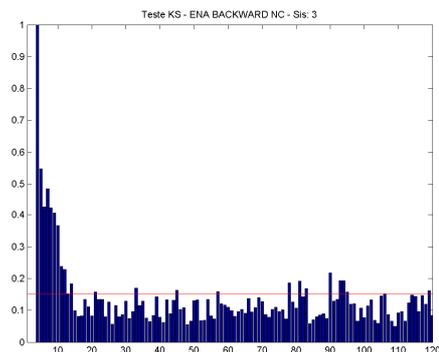
(d) 12 REEs agregados – amostra original 100 mil

Figura 2.28 - Teste Média e Desvio-Padrão – Cenários ENA *Backward* NC

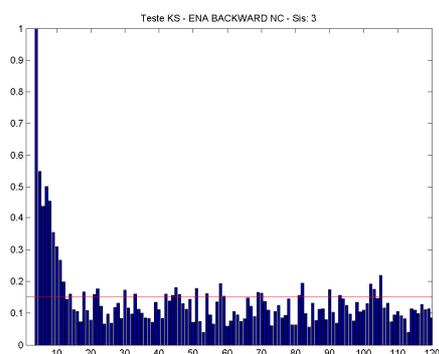
Na Figura 2.29 são apresentados os resultados do teste de aderência para a distribuição univariada dos 4000 cenários *backward*, e o valor padrão do teste para um nível de significância de 5%. A distribuição univariada histórica foi bem preservada tanto para 4 quanto para 12 REEs, considerando a amostra original de tamanho 100 mil ou 200 mil.



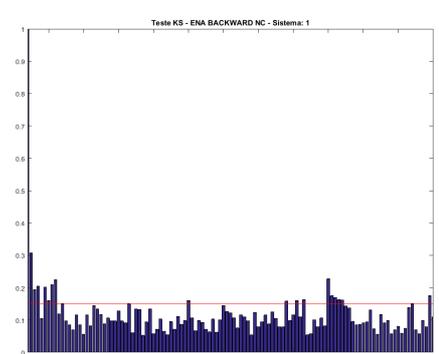
(a) 4 REEs – amostra original 100 mil



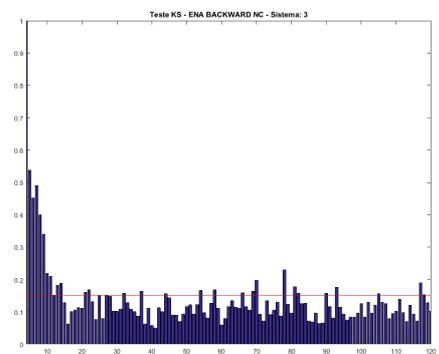
(b) 11 REEs – amostra original 100 mil



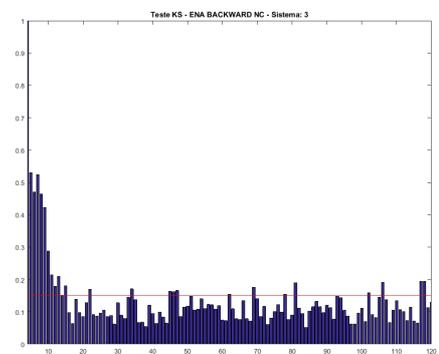
(c) 11 REEs – amostra original 200 mil



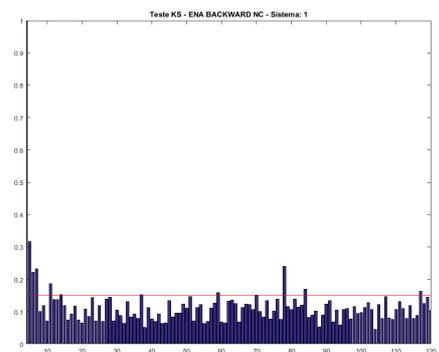
(d) 11 REEs agreg. – amostra ori.100 mil



(e) 12 REEs – amostra original 100 mil



(f) 12 REEs – amostra original 200 mil



(g) 12 REEs agreg. – amostra orig.100 mil

Figura 2.29 Teste Distribuição Univariada – Cenários ENA *Backward* NC

A seguir é apresentada evolução temporal da correlação cruzada para o caso com 4 REEs, 11 REEs e 12REEs. Os valores obtidos para o caso com 4 REEs são apresentados apenas de forma ilustrativa, Figura 2.30. Pode-se verificar que as correlações cruzadas dos casos com 12 REEs, Figura 2.31 e Figura 2.32, são bastante semelhantes, não trazendo benefícios o aumento da amostra original de 100 mil para 200 mil vetores de ruídos. Na Figura 2.33 são apresentados os resultados do caso 11 REEs agregado em 4 REEs, considerando a amostra original de 100mil.

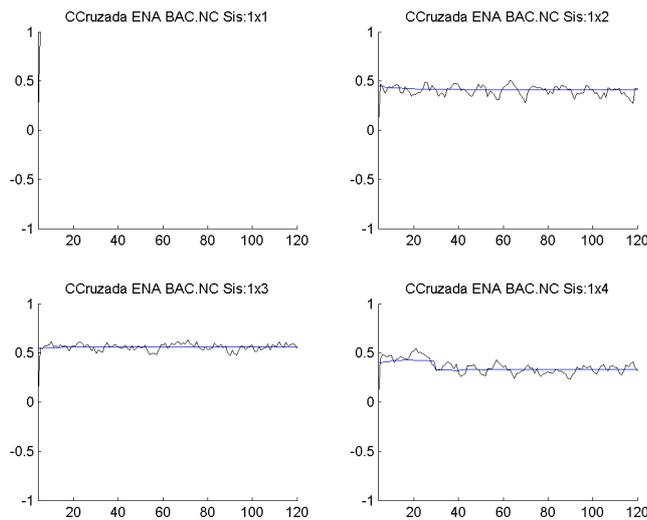


Figura 2.30 – Correlação Cruzada - 4 REEs-100mil – Cenários ENA *Backward* NC

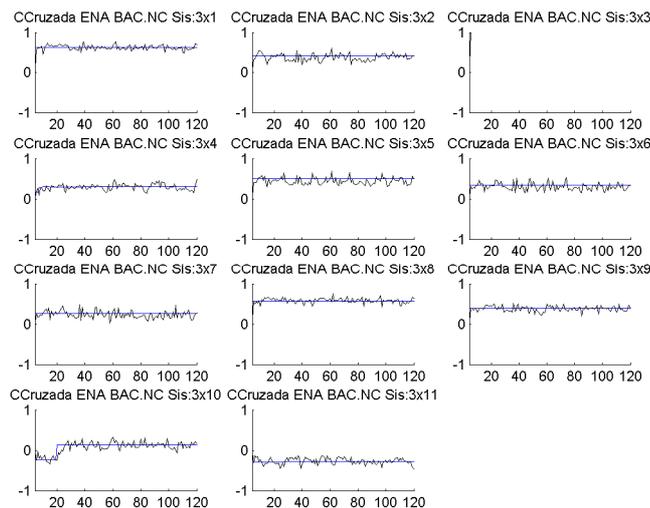


Figura 2.31 – Correlação Cruzada - 11 REEs-100mil – Cenários ENA *Backward* NC

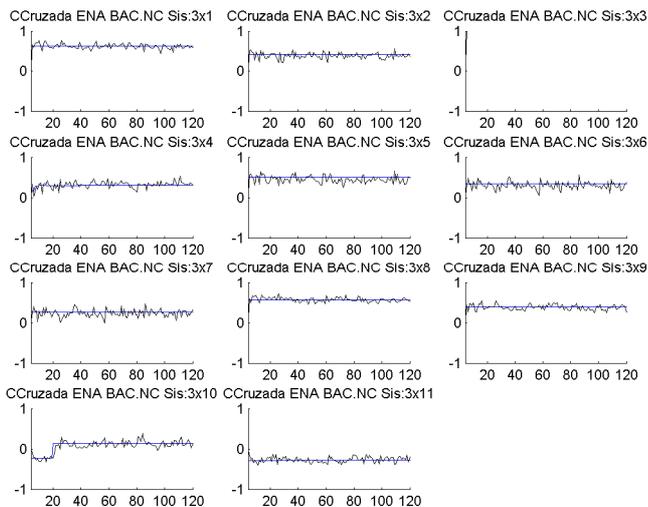


Figura 2.32 – Correlação Cruzada - 11 REEs-200mil – Cenários ENA *Backward* NC

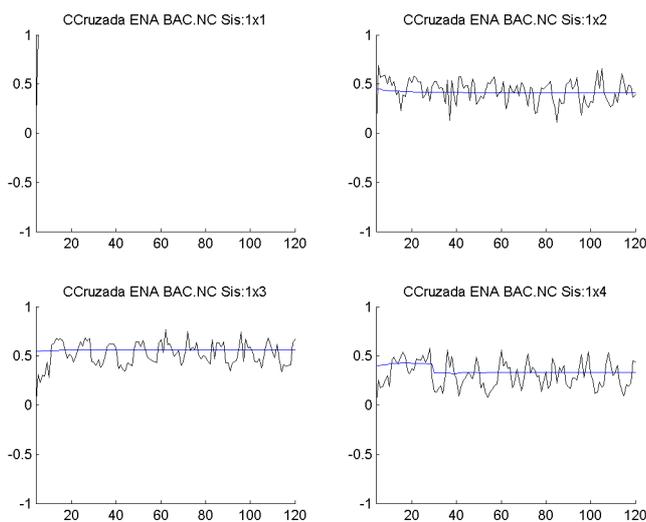


Figura 2.33 – Correlação Cruzada - 11 REEs agregados-100mil – Cenários ENA *Backward* NC

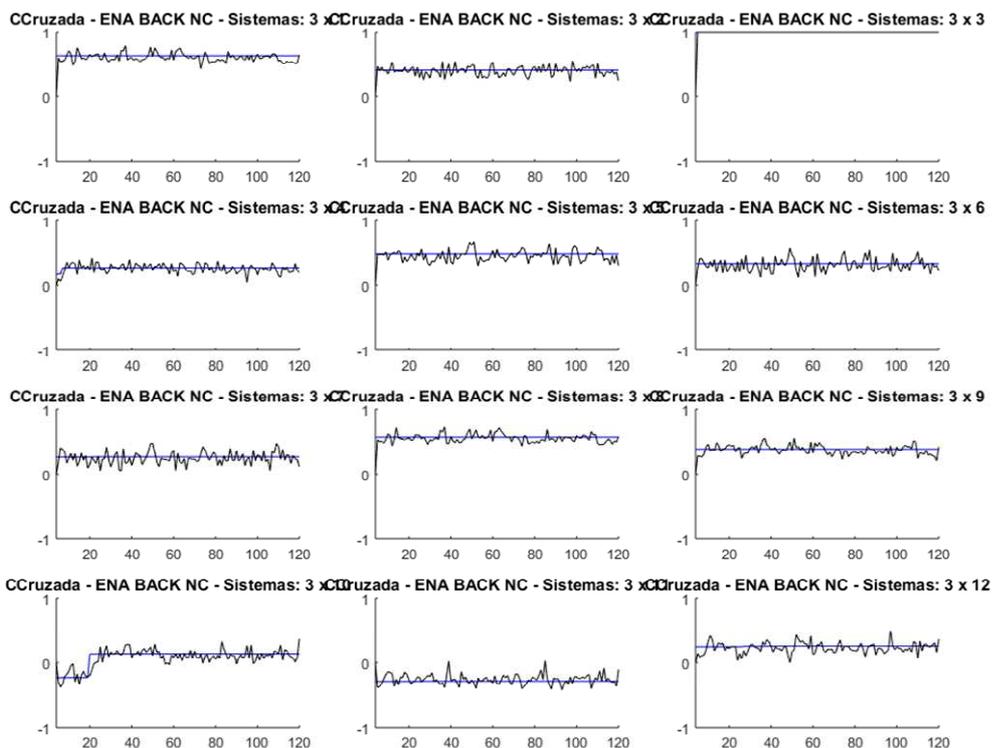


Figura 2.34 – Correlação Cruzada - 12 REEs-100mil – Cenários ENA *Backward* NC

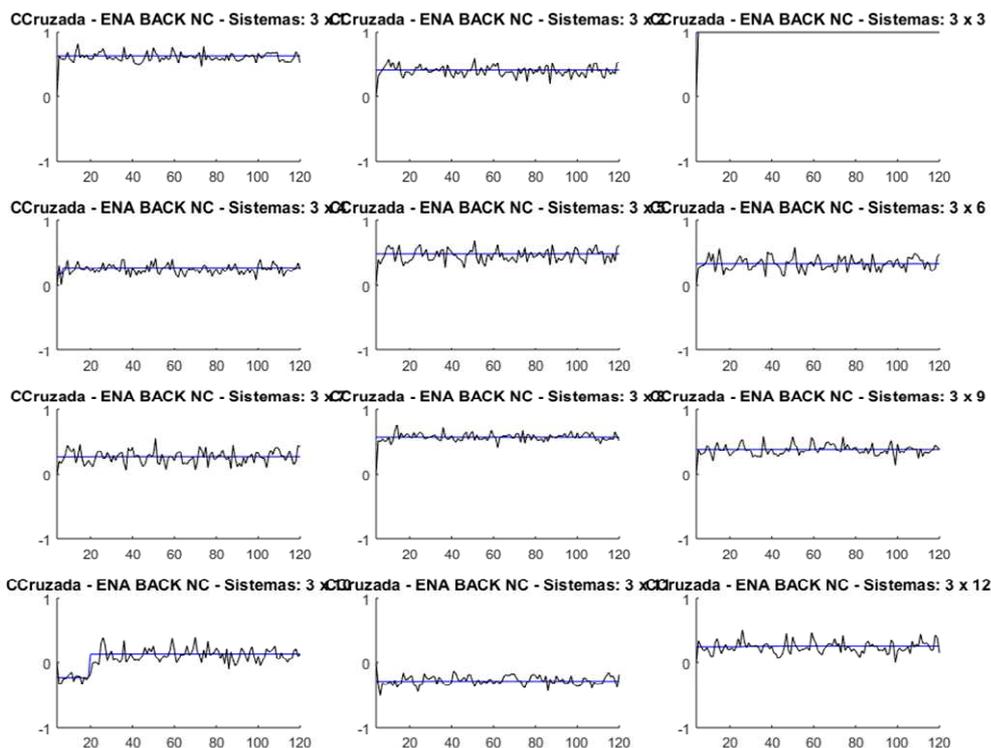


Figura 2.35 – Correlação Cruzada - 12 REEs-200mil – Cenários ENA *Backward* NC

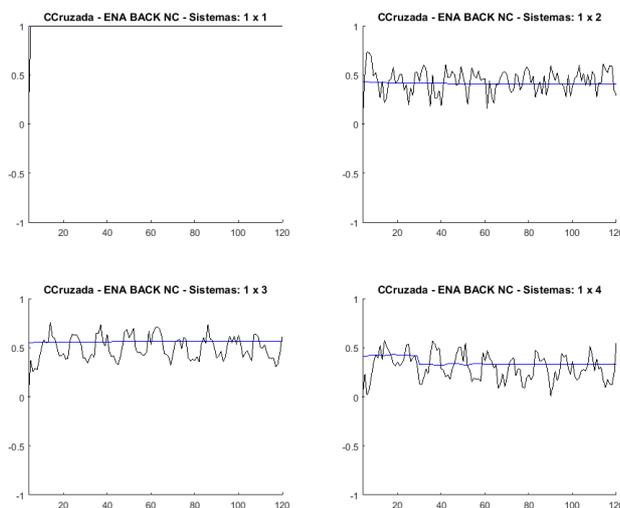


Figura 2.36 – Correlação Cruzada - 12 REEs agregados-100mil – Cenários ENA *Backward* NC

2.3.3 Avaliação dos Cenários para Simulação *Backward* (testes condicionados)

Para a avaliação da qualidade dos cenários gerados para cada conjunto de aberturas da simulação *backward* são realizados testes condicionados às afluências passadas correspondentes. Neste caso, o

teste é aplicado a cada estado de afluência passada, conforme mostrado na Figura 2.37. Neste estudo são realizados a cada período 200 testes considerando uma amostra de 20 vetores multivariados de ENA.

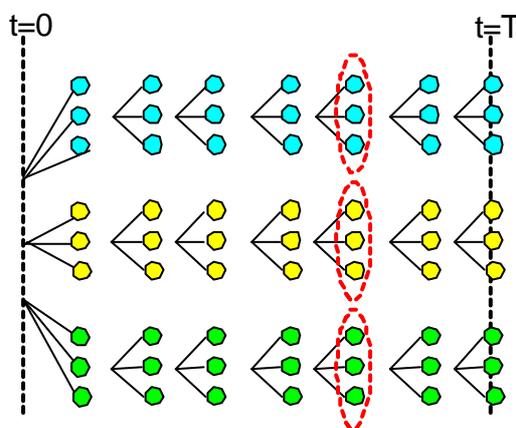
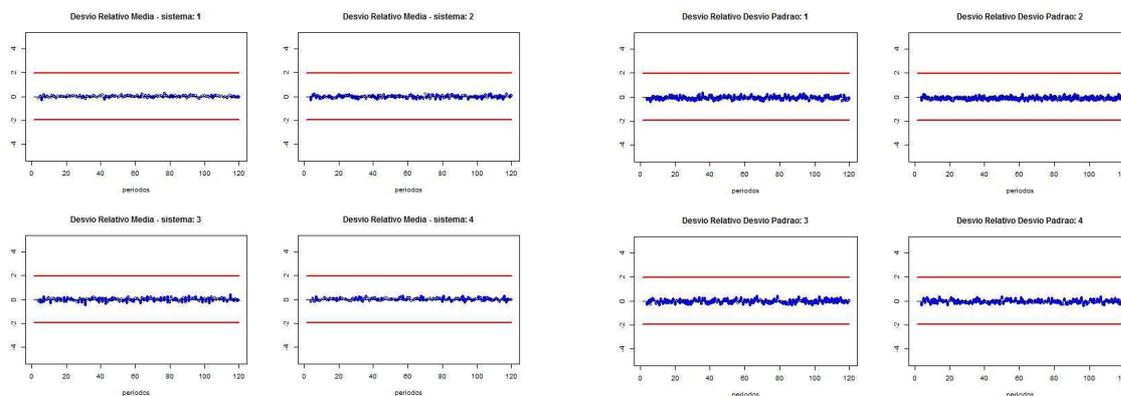


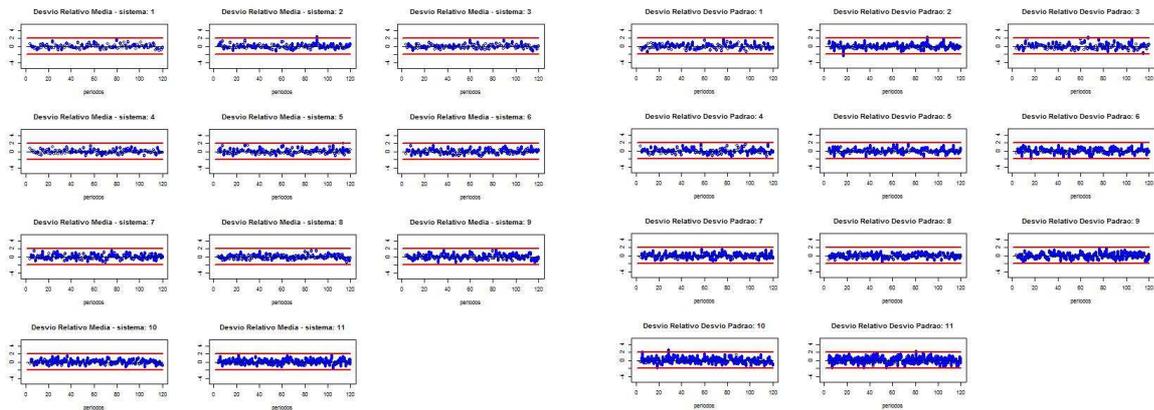
Figura 2.37 Amostras utilizadas no teste condicionado

Na Figura 2.38 (a) a (c) são apresentados os testes para média e desvio-padrão. Nestes testes, o desvio relativo foi comparado com as respectivas estimativas teóricas e não históricas como feito nos testes da seção 2.3.2.

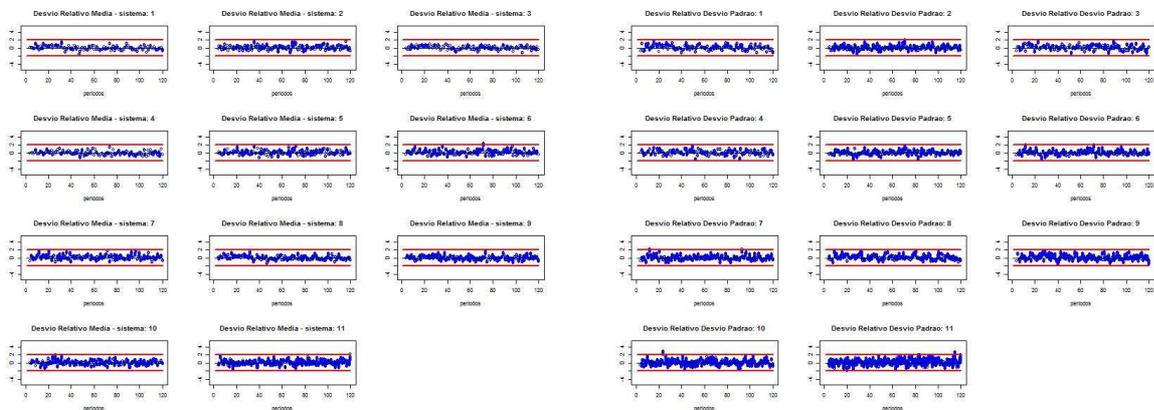
Neste caso, a média e o desvio-padrão são calculados para cada amostra de 20 cenários. Para cada período são apresentados os resultados de 200 testes. Apesar de um pouco mais dispersos, os resultados do teste para os casos com 11 e 12 REEs estão dentro do intervalo de confiança. Assim como ocorreu na análise dos ruídos da backward, a dispersão observada nos casos de 11 e 12 REEs deve-se à maior dificuldade de reprodução da média e desvio-padrão em uma amostra de tamanho reduzido, como ocorre na backward, e com uma grande dimensão dada pelo número de REEs.



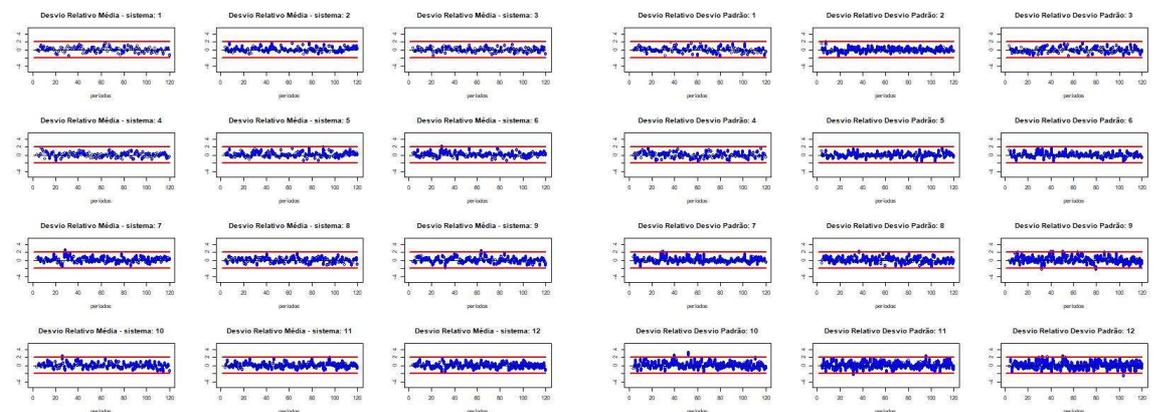
(a) 4 REEs – amostra original 100 mil



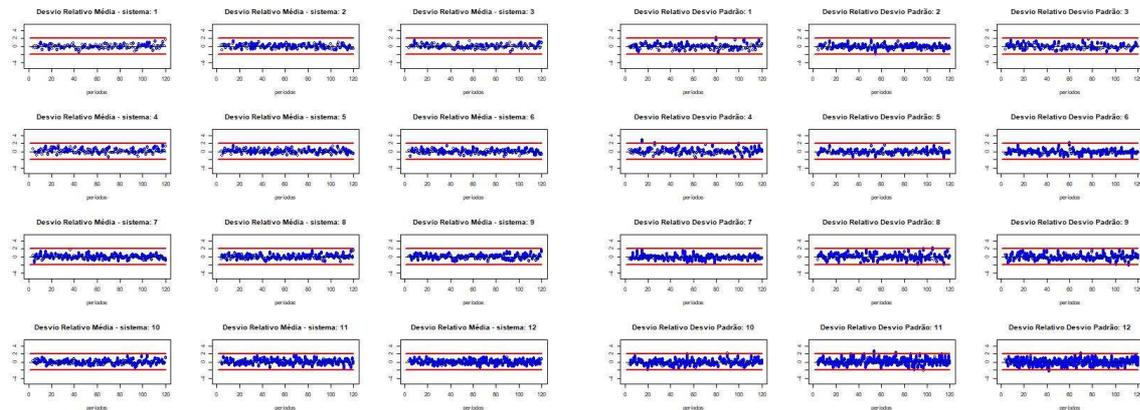
(b) 11 REEs – amostra original 100 mil



(c) 11 REEs – amostra original 200 mil



(c) 12 REEs – amostra original 100 mil



(c) 12 REEs – amostra original 200 mil

Figura 2.38 - Teste Média e Desvio-Padrão – Cenários ENA *Backward*

A correlação cruzada para cada conjunto de aberturas em cada período do horizonte de planejamento é mostrada nas figuras seguintes. Na Figura 2.39 são apresentadas as correlações para o caso 4 REEs. Os valores calculados para os casos 11 e 12 REEs são mostrados nas Figura 2.40 a **Erro! Fonte de referência não encontrada.** Pode-se observar que os valores obtidos com a amostra original de tamanho 100 mil tem a mesma qualidade do que aqueles obtidos com a amostra maior.

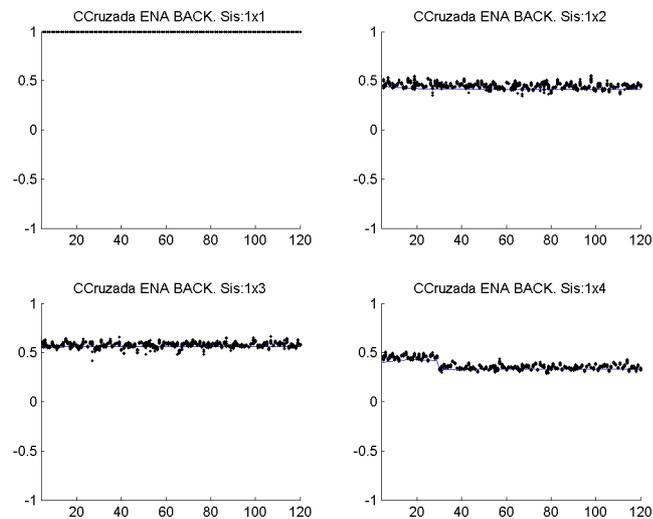


Figura 2.39 – Correlação Cruzada - 4 REEs-100mil – Cenários ENA *Backward*

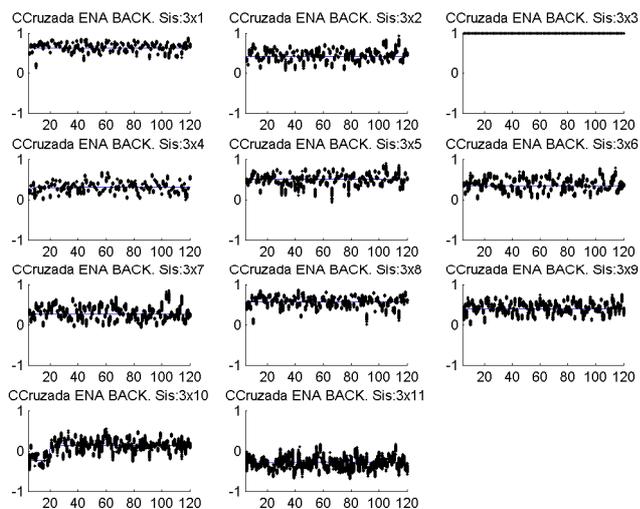


Figura 2.40 – Correlação Cruzada - 11 REEs-100mil – Cenários ENA *Backward*

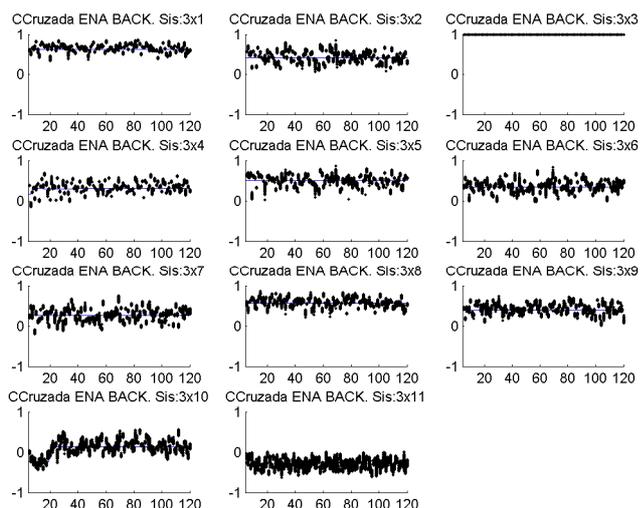


Figura 2.41 – Correlação Cruzada - 11 REEs-100mil – Cenários ENA *Backward*

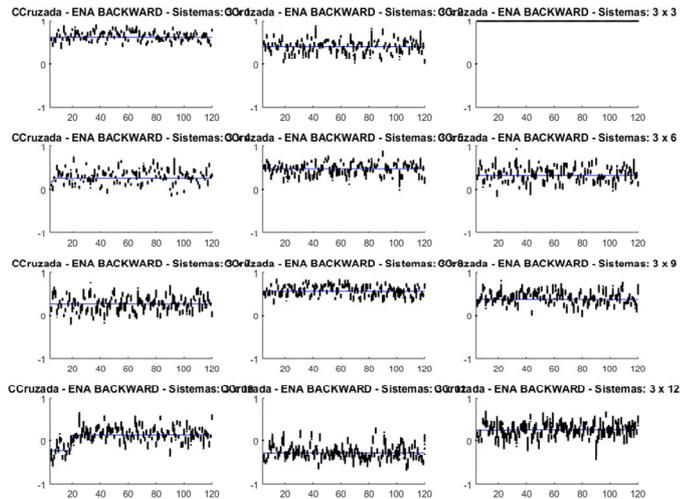


Figura 2.42 – Correlação Cruzada - 12 REEs-100mil – Cenários ENA Backward

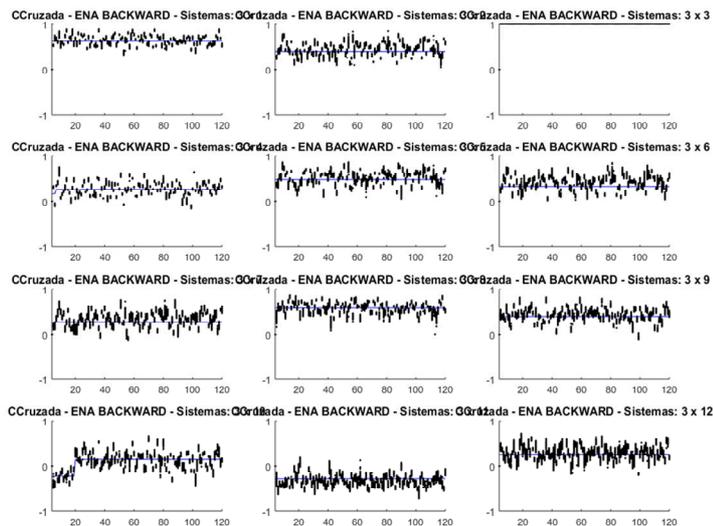


Figura 2.43 – Correlação Cruzada - 12 REEs-200mil – Cenários ENA Backward

De acordo com o exposto nos testes apresentados neste item, para o caso com um número maior de REEs, foi observado um comportamento adequado para média, desvio-padrão, teste de aderência e correlação cruzada tanto para os cenários *forward* quanto para os cenários *backward*, quando se considera a Amostragem Seletiva com uma amostra original de tamanho 100 mil. Desta forma, considera-se que não é necessário alterar este parâmetro na nova versão do programa NEWAVE que permite um tratamento diferenciado para REEs e SM/SSs.

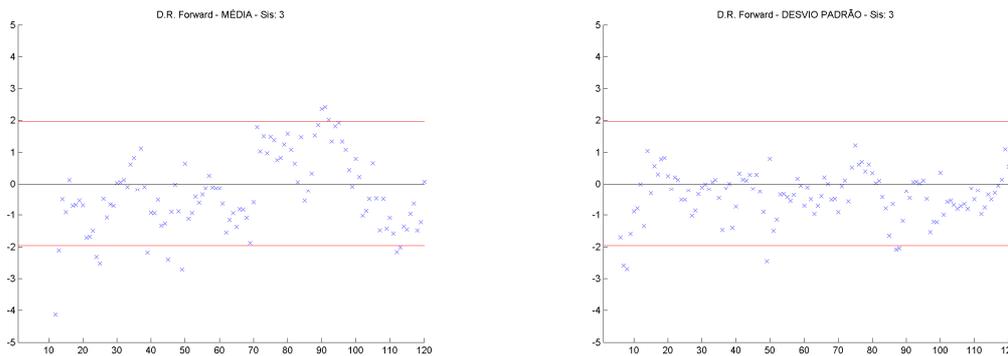
2.4 Avaliação número de cenários *forward* e *backward*

Após a verificação da adequação do tamanho da amostra original, foi realizada uma análise do tamanho das amostras utilizadas nas simulações *forward* e *backward*. Para tanto, foram considerados

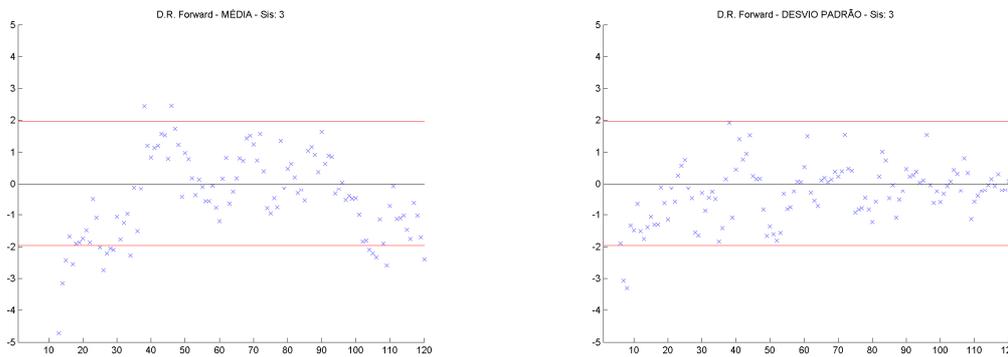
Relatório Técnico – 14086/2018

casos com 200/300 simulações *forward* e 20/50 aberturas (simulações *backward*) no caso com 11 e 12 REEs.

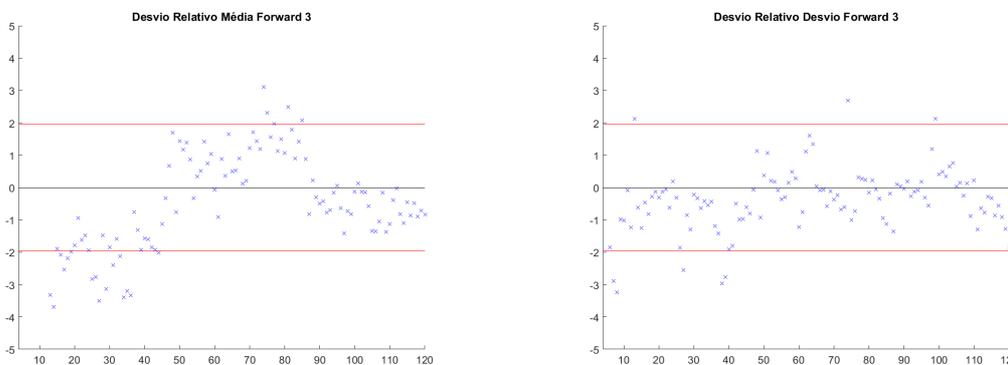
Para os cenários de ENA utilizados na simulação *forward*, da Figura 2.44 a Figura 2.48 são apresentados os resultados dos testes para média, desvio-padrão, distribuição univariada e correlações cruzadas. Os cenários *forward* dos casos 300x20 e 300x50 são idênticos, assim como os casos 200x20 e 200x50, pois são gerados a partir da mesma amostra de ruídos. Os resultados do caso 200x20 foram apresentados no item 2.3.1.



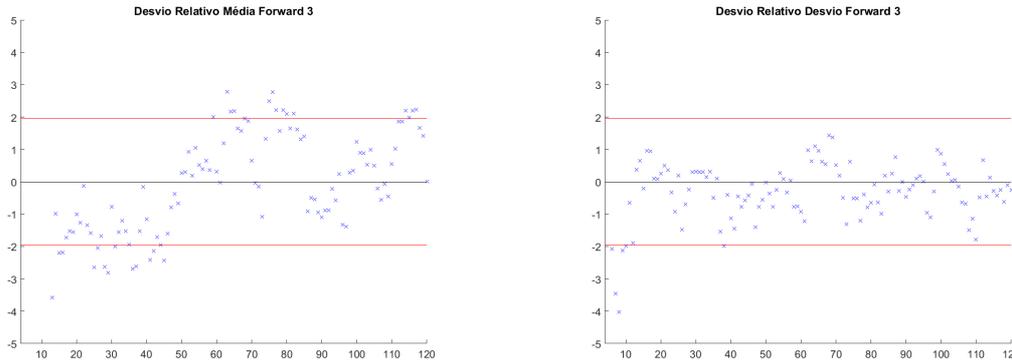
(a) 11 REEs – 200x20 e 200x50



(b) 11 REEs – 300x20 e 300x50

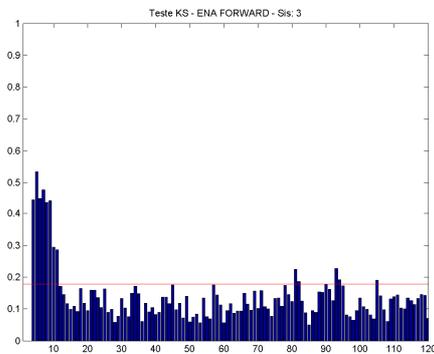


(c) 12 REEs – 200x20 e 200x50

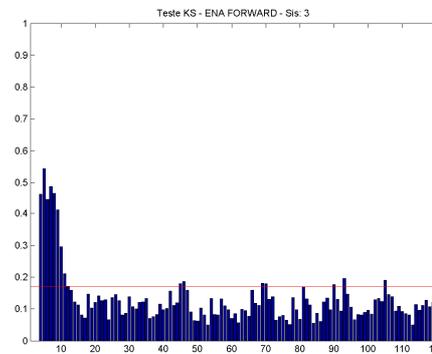


(d) 12 REEs – 300x20 e 300x50

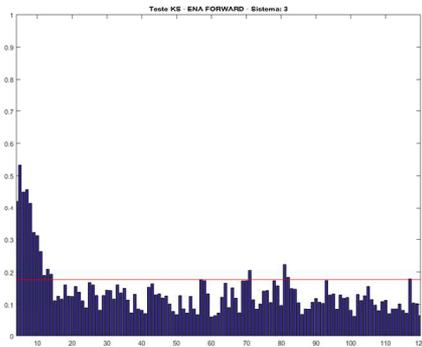
Figura 2.44 - Teste Média e Desvio-Padrão – Forward - Variando Número de Cenários



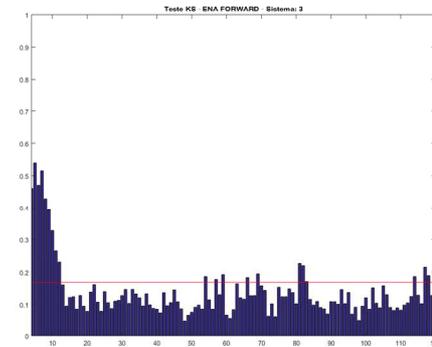
(a) 11 REEs – 200x20 e 200x50



(b) 11 REEs – 300x20 e 300x50



(c) 12 REEs – 200x20 e 200x50



(d) 12 REEs – 300x20 e 300x50

Figura 2.45 - Teste Distribuição Univariada – Forward - Variando Número de Cenários

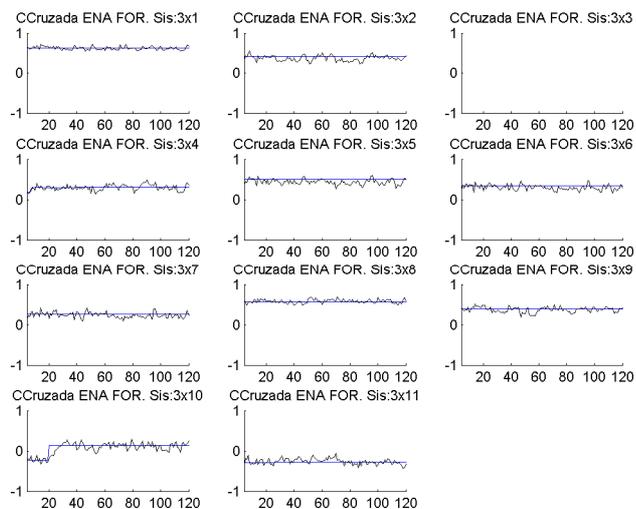


Figura 2.46 – Correlação Cruzada – *Forward* – 200x20 e 200x50 - 11REEs

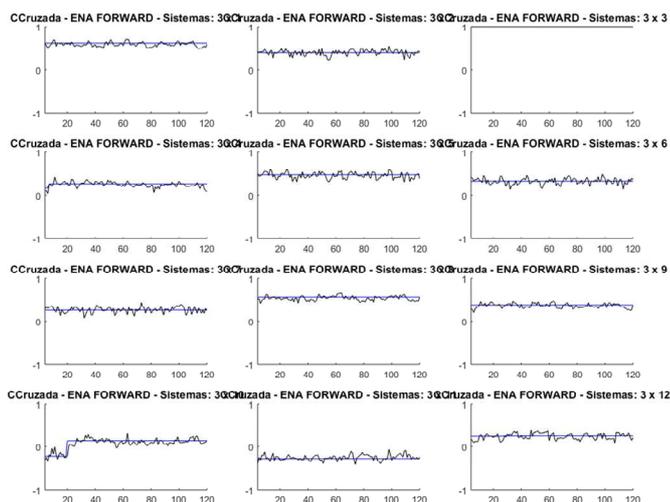


Figura 2.47 – Correlação Cruzada – *Forward* – 200x20 e 200x50 - 12REEs

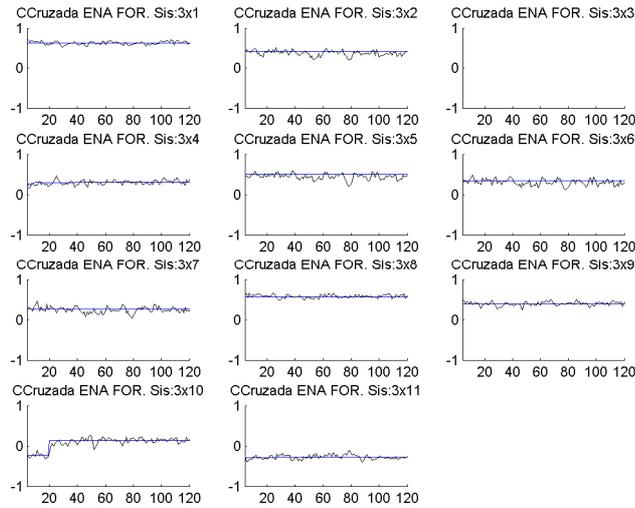


Figura 2.48 – Correlação Cruzada – Forward – 300x20 e 300x50 -11REEs

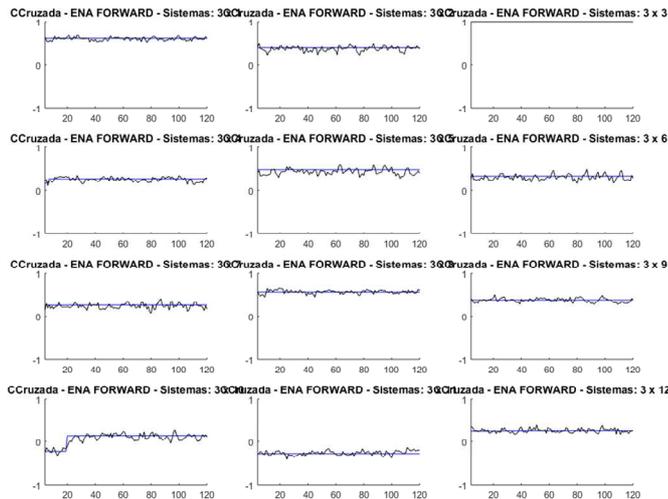
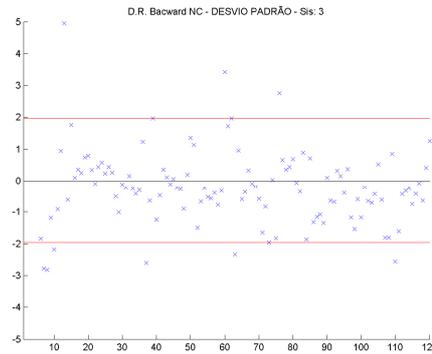
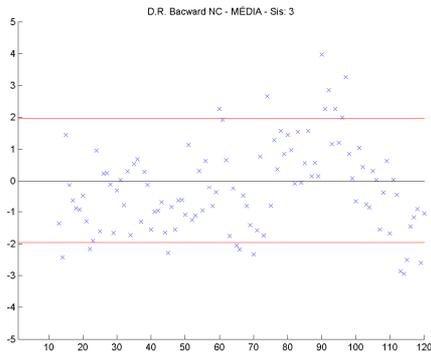


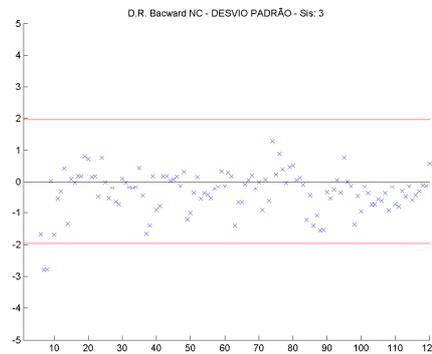
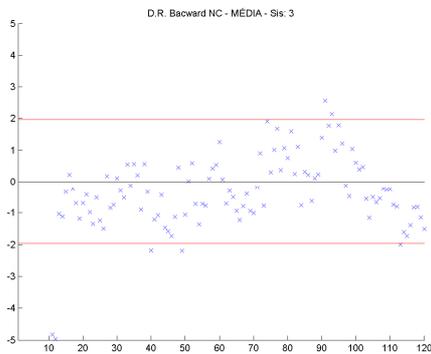
Figura 2.49 – Correlação Cruzada – Forward – 300x20 e 300x50 -12REEs

Analisando os resultados para os cenários *forward*, pode-se observar que não há ganho ao aumentar o número de cenários de 200 para 300. Foram apresentados resultados somente para o REE Paraná, mas o comportamento observado permanece qualitativamente o mesmo para os demais REEs.

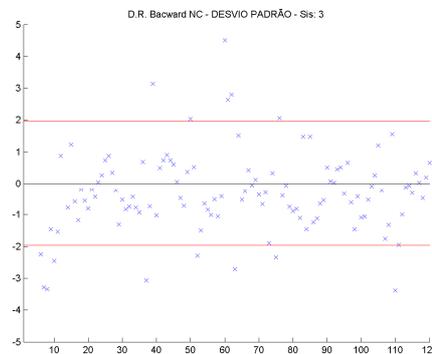
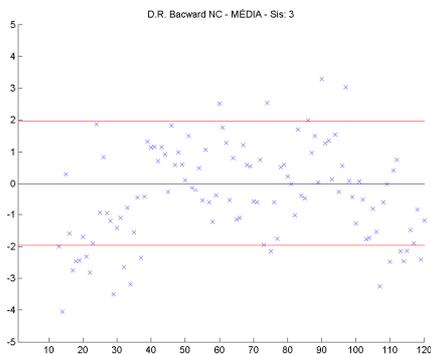
Para os cenários de ENA da simulação *backward*, da Figura 2.50 à Figura 2.55 são apresentados os resultados dos testes não condicionados (4000, 6000, 10000 e 15000 cenários) para média, desvio-padrão, distribuição univariada e correlações cruzadas. Os resultados do caso 200x20 já foram apresentados no item 2.3.2.



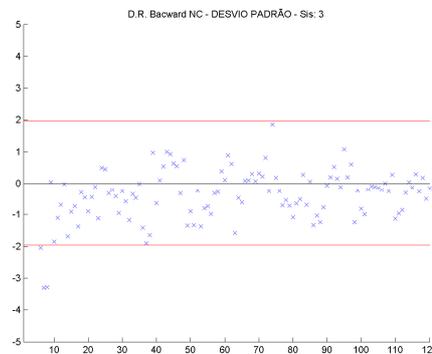
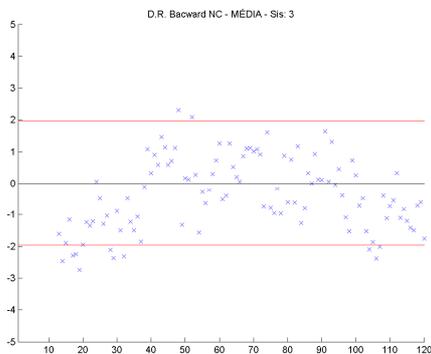
(a) 11 REEs – 200x20



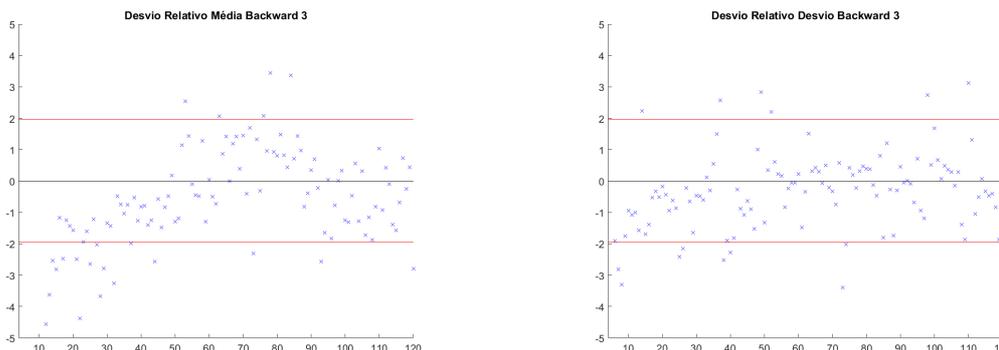
(b) 11 REEs – 200x50



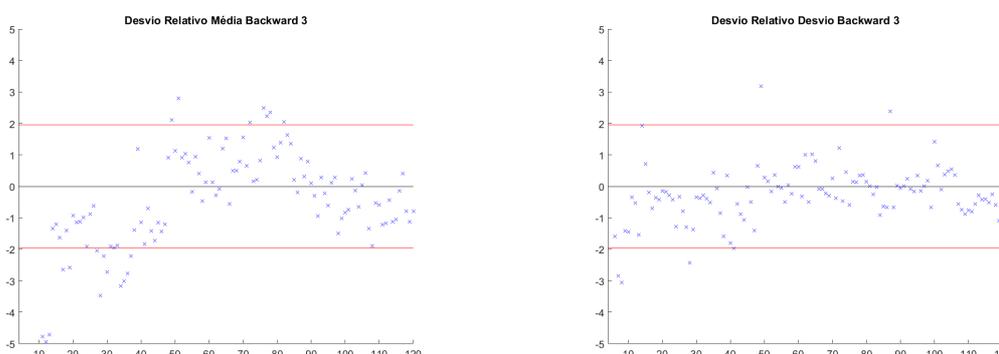
(c) 11 REEs – 300x20



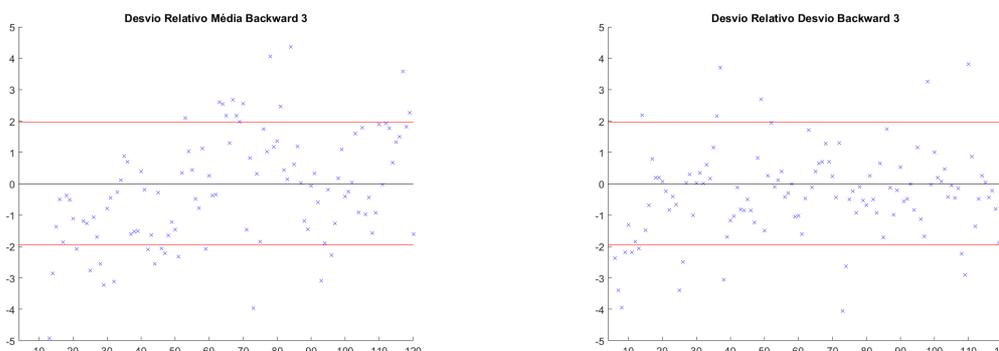
(d) 11 REEs – 300x50



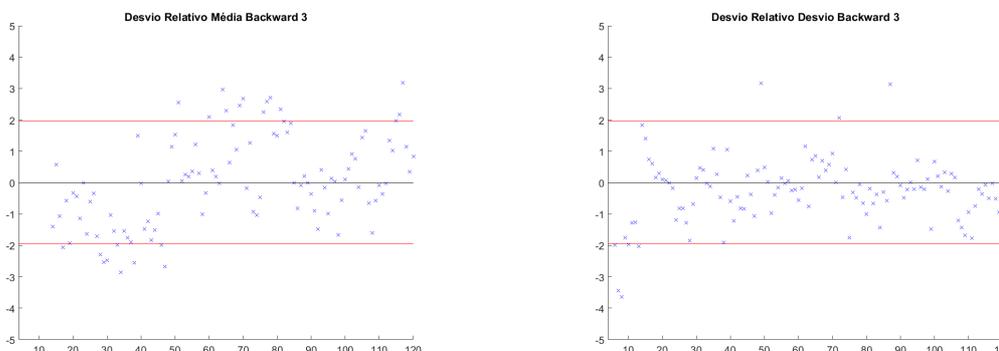
(e) 12 REEs – 200x20



(f) 12 REEs – 200x50

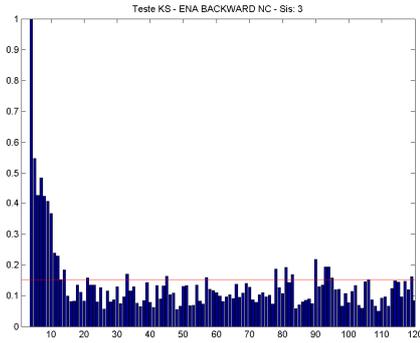


(g) 12 REEs – 300x20

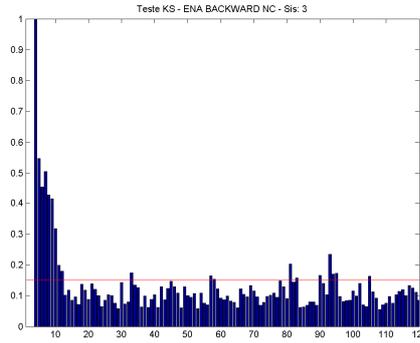


(h) 12 REEs – 300x50

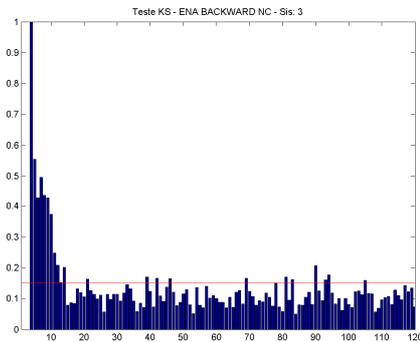
Figura 2.50 - Teste Média e Desvio-Padrão – Backward NC - Variando Número de Cenários



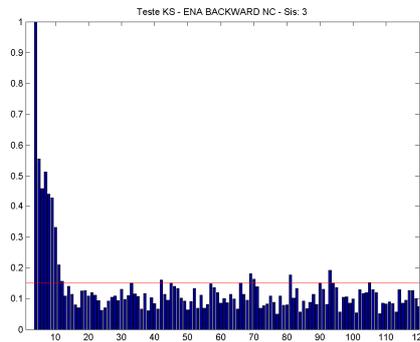
(a) 11 REEs – 200x20



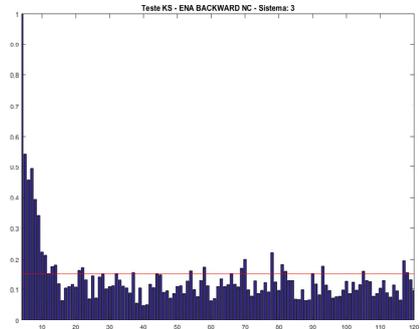
(b) 11 REEs – 200x50



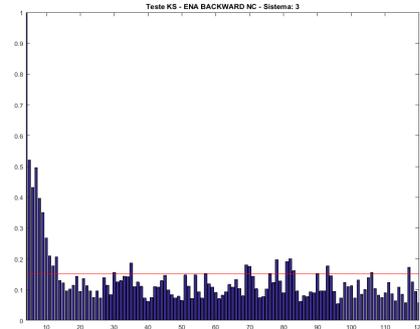
(c) 11 REEs – 300x20



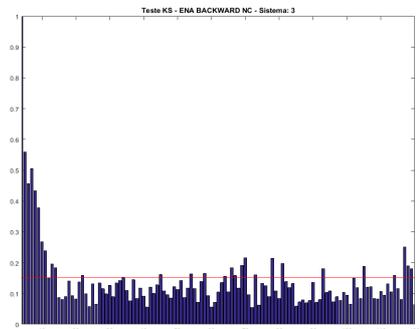
(d) 11 REEs – 300x50



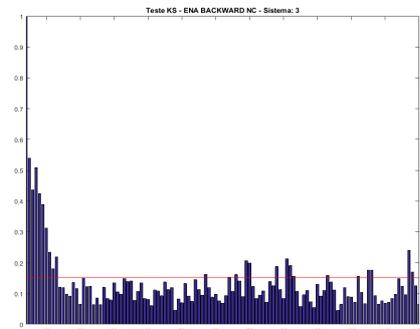
(e) 12 REEs – 200x20



(f) 12 REEs – 200x50



(g) 12 REEs – 300x20



(h) 12 REEs – 300x50

Figura 2.51 - Teste Distribuição Univariada – *Backward* NC - Variando Número de Cenários

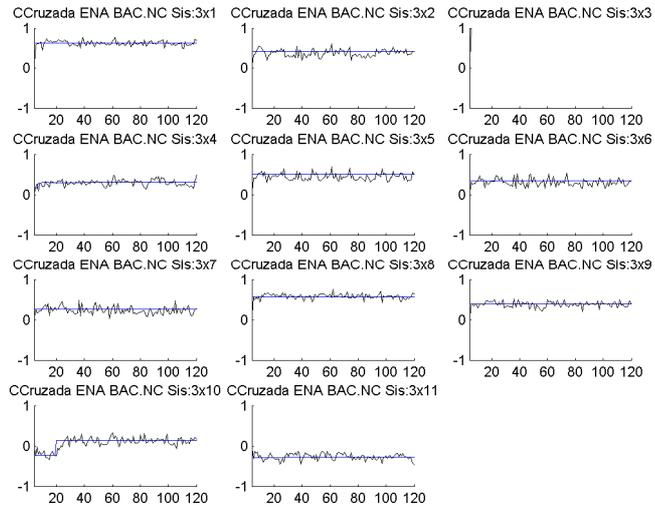


Figura 2.52 – Correlação Cruzada – *Backward* NC – 200x20 -11REEs

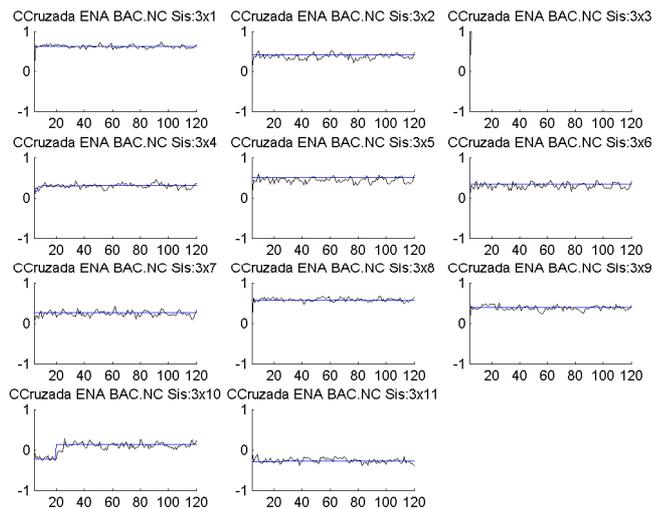


Figura 2.53 – Correlação Cruzada – *Backward* NC – 200x50 – 11REEs

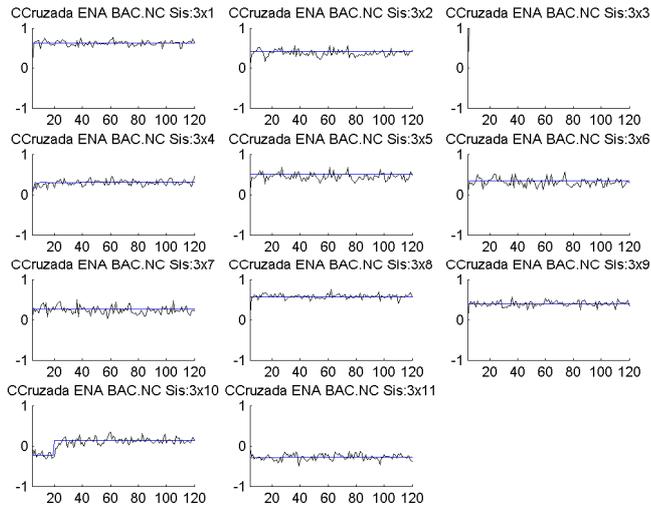


Figura 2.54 – Correlação Cruzada – *Backward* NC – 300x20 – 11REEs

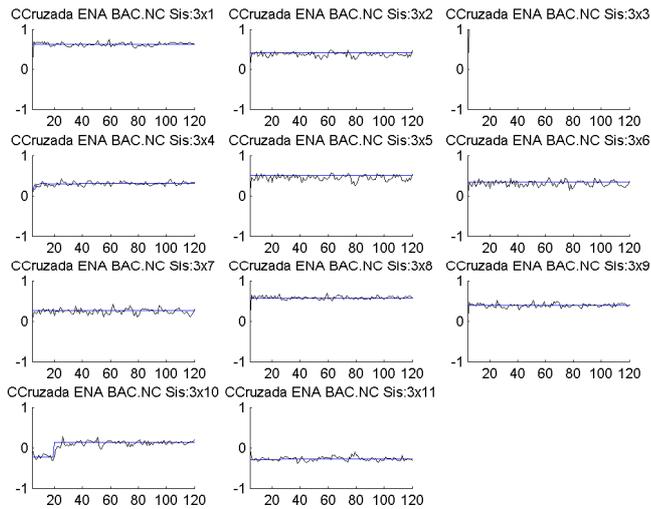


Figura 2.55 – Correlação Cruzada – *Backward* NC – 300x50 – 11REEs

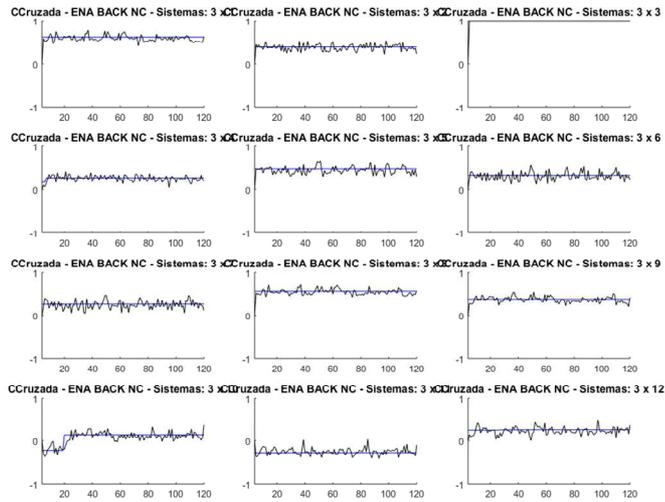


Figura 2.56 – Correlação Cruzada – Backward NC – 200x20 – 12REEs

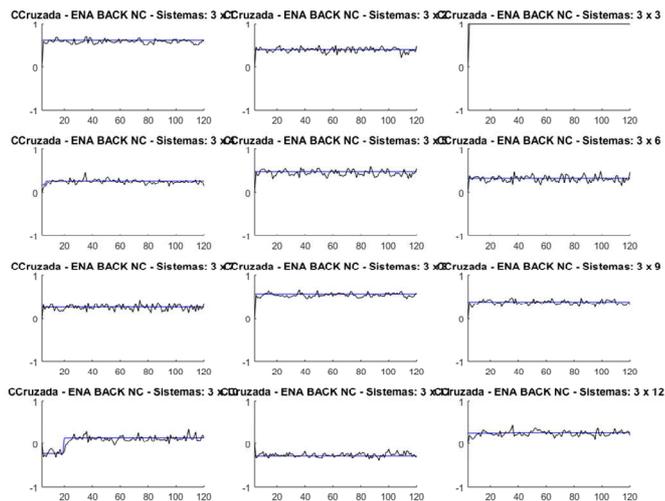


Figura 2.57 – Correlação Cruzada – Backward NC – 200x50 – 12REEs

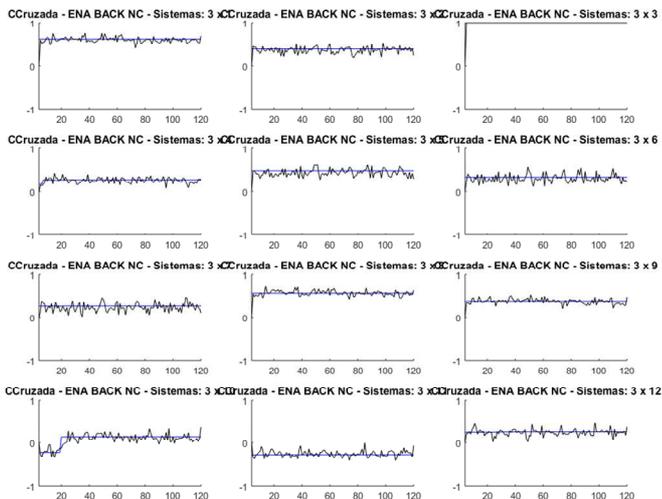


Figura 2.58 – Correlação Cruzada – Backward NC – 300x20 – 12REEs

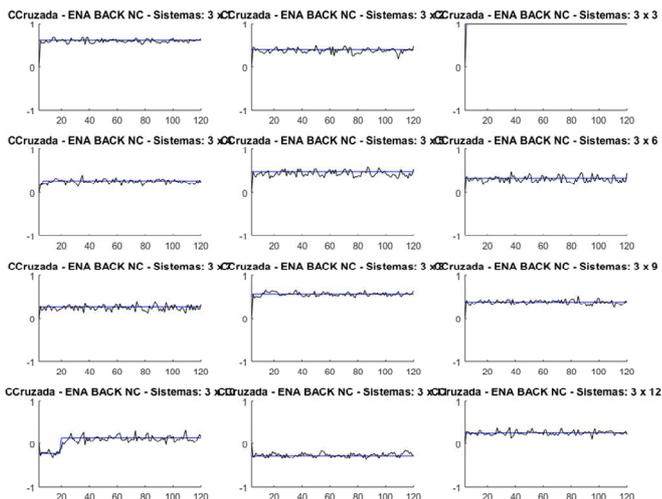
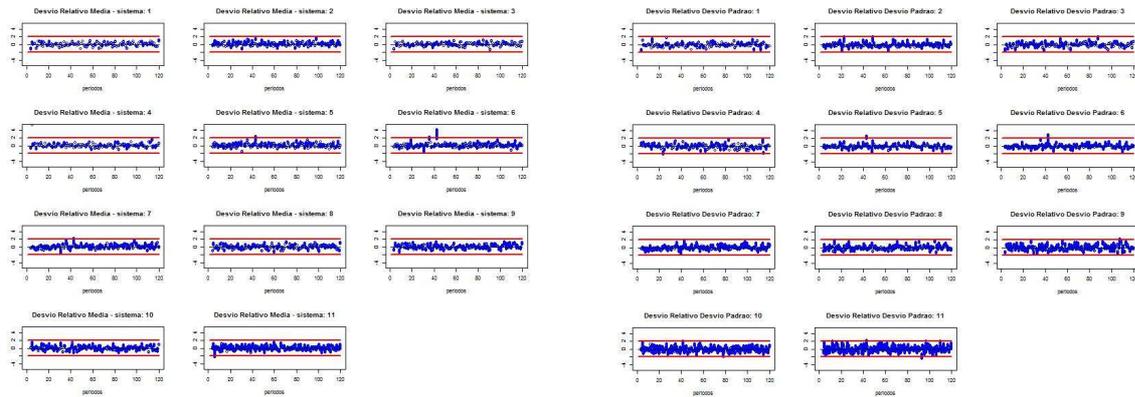
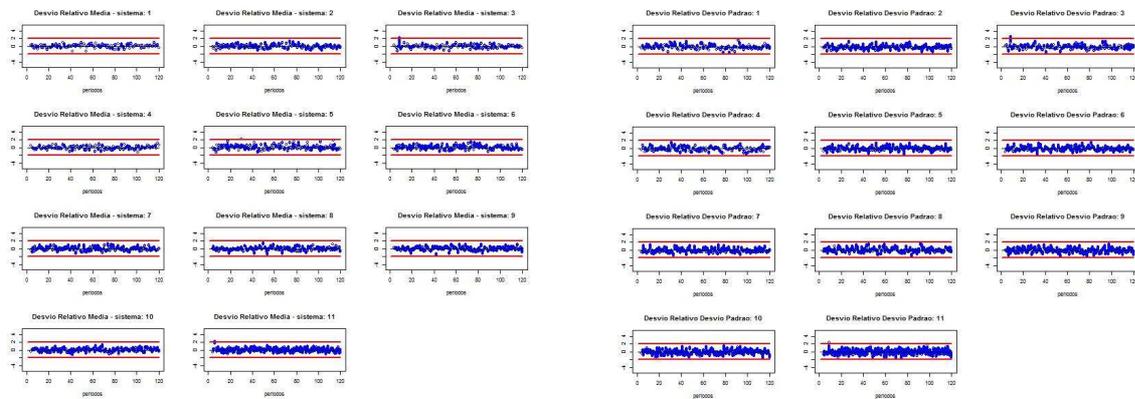


Figura 2.59 – Correlação Cruzada – Backward NC – 300x50 – 12REEs

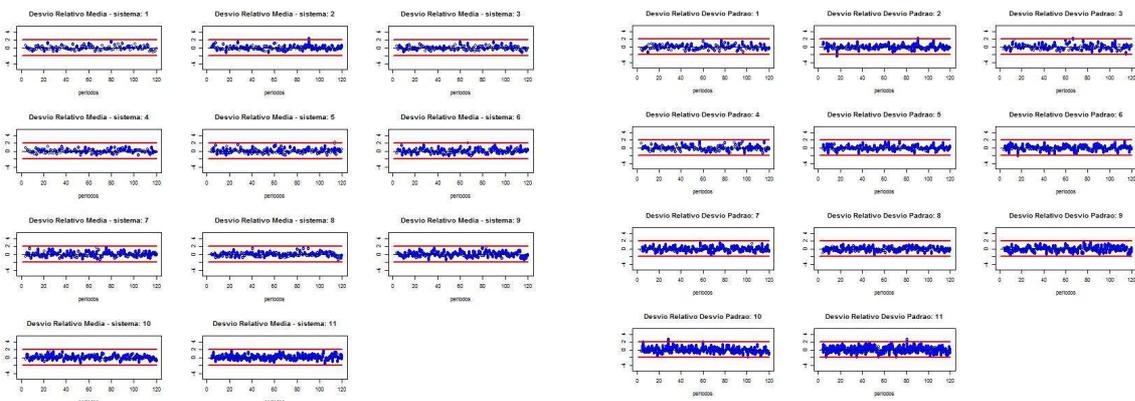
Da Figura 2.60 à Figura 2.64 são apresentados os testes condicionados para média, desvio-padrão e correlações cruzadas, respectivamente, para os 200/300 conjuntos de 20/50 aberturas utilizados na simulação *backward*. Os resultados do caso 200x20 já foram apresentados no item 2.3.3.



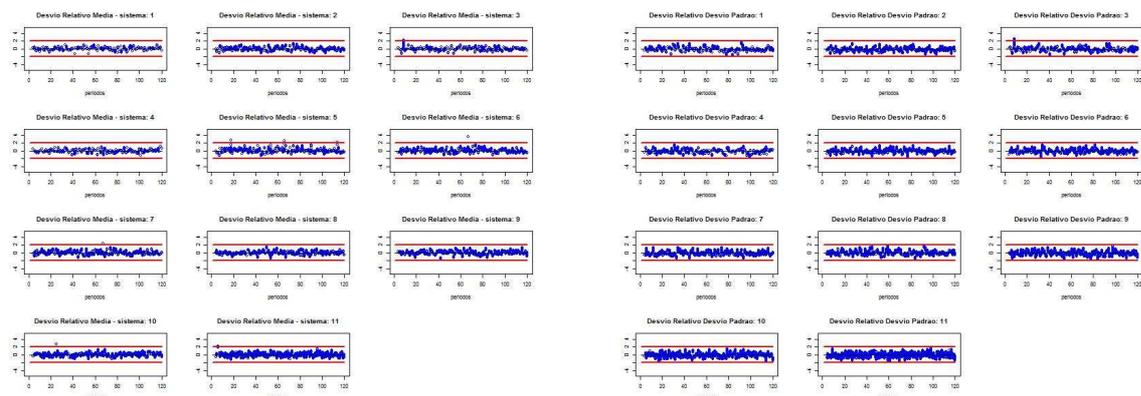
(a) 11 REEs – 200x20



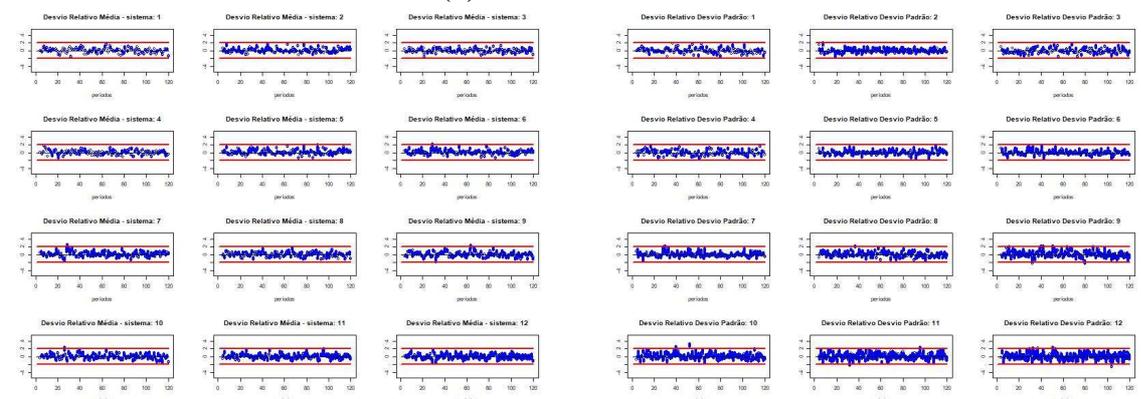
(b) 11 REEs – 200x50



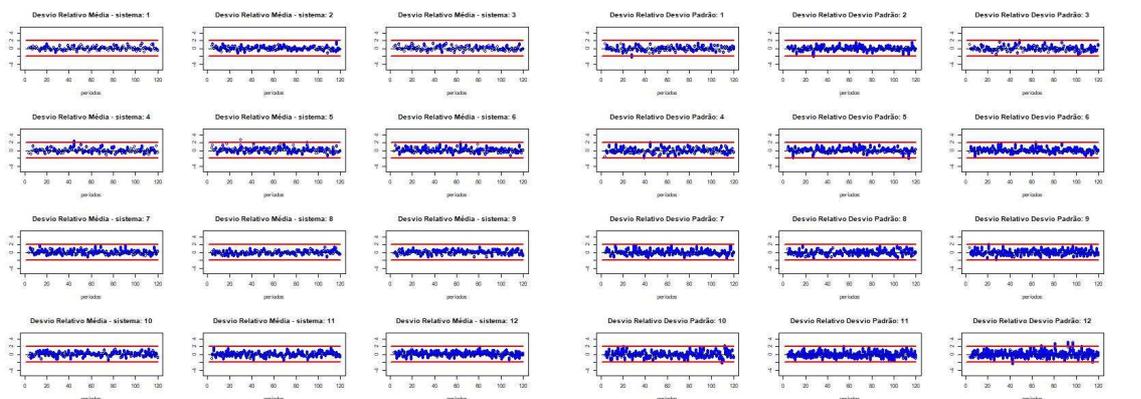
(c) 11 REEs – 300x20



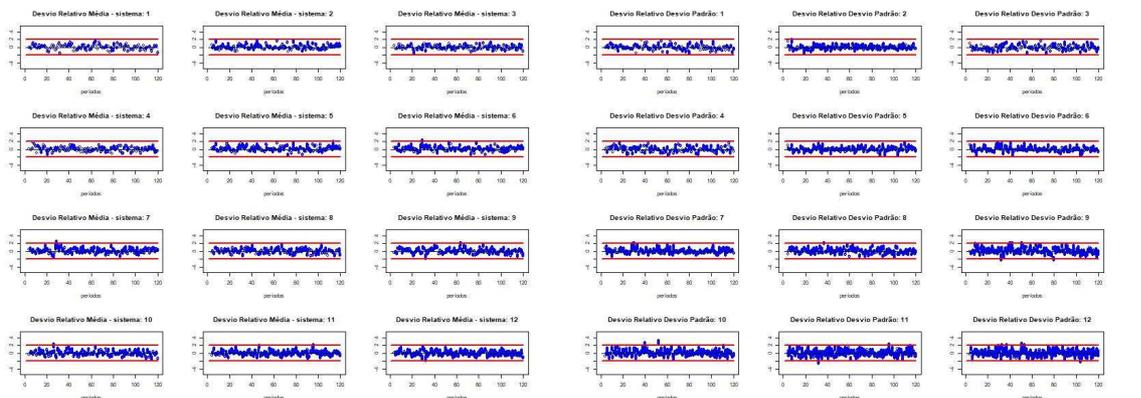
(d) 11 REEs – 300x50



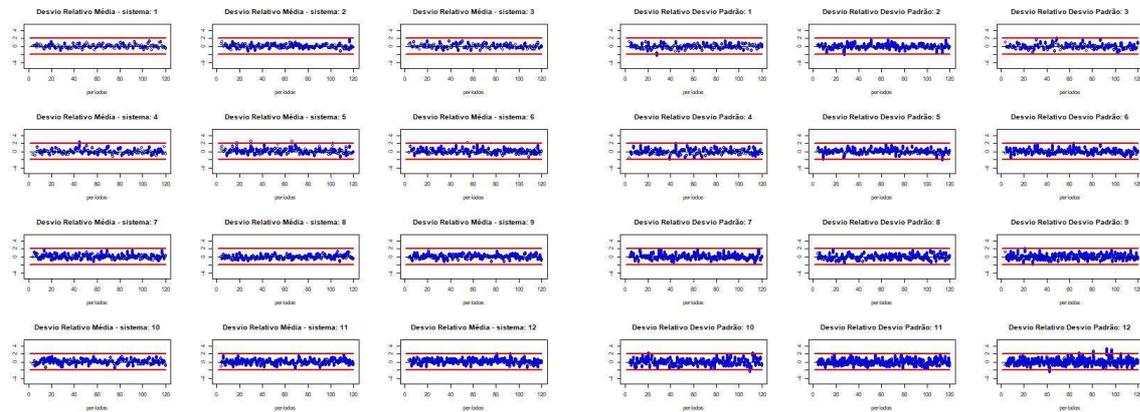
(e) 12 REEs – 200x20



(f) 12 REEs – 200x50



(g) 12 REEs – 300x20



(h) 12 REEs – 300x50

Figura 2.60 - Teste Média e Desvio-Padrão – *Backward* - Variando Número de Cenários

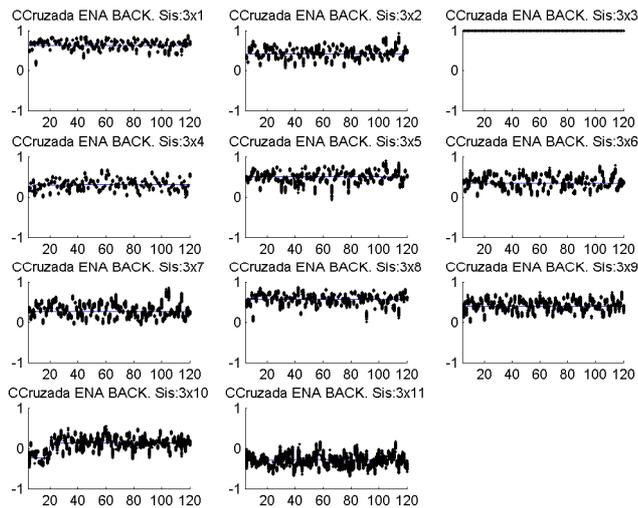


Figura 2.61 - Correlação Cruzada – *Backward* – 200x20 – 11 REEs

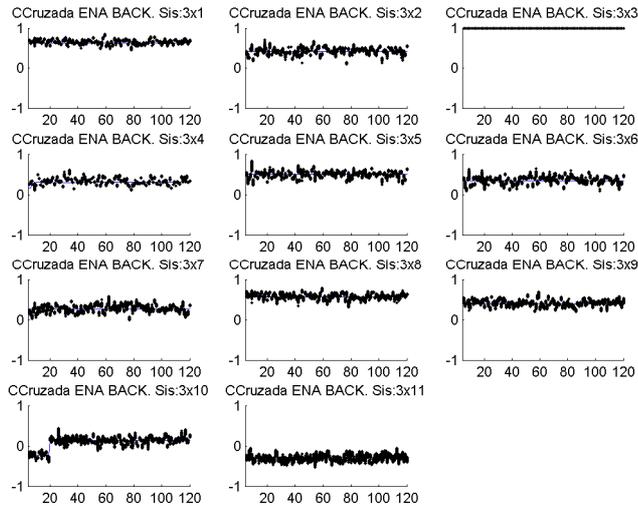


Figura 2.62 – Correlação Cruzada – *Backward* – 200x50 – 11 REEs

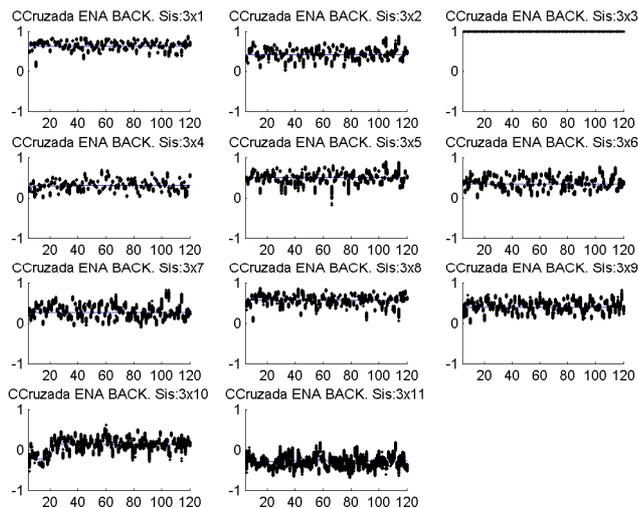


Figura 2.63 – Correlação Cruzada – *Backward* – 300x20 – 11 REEs

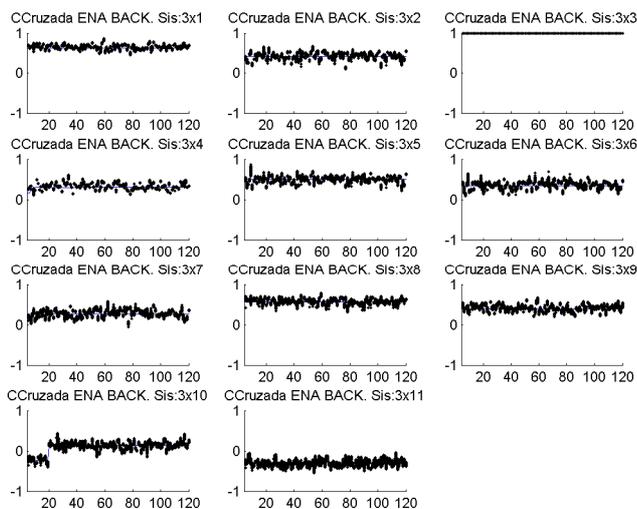


Figura 2.64 – Correlação Cruzada – *Backward* – 300x50 – 11 REEs

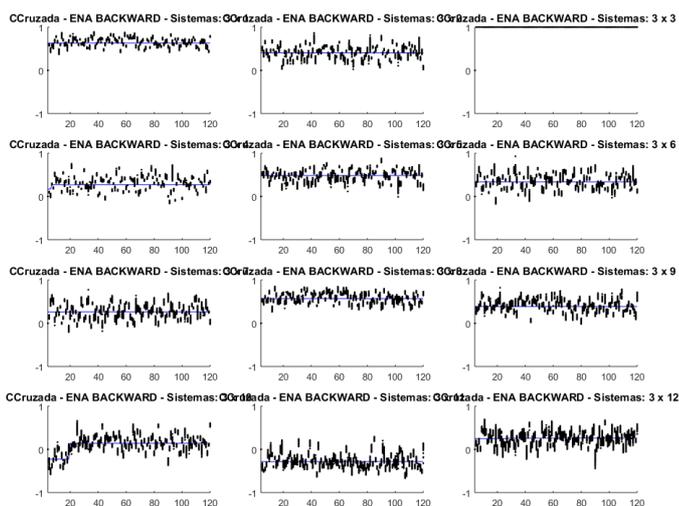


Figura 2.65 - Correlação Cruzada – *Backward* – 200x20 – 12 REEs

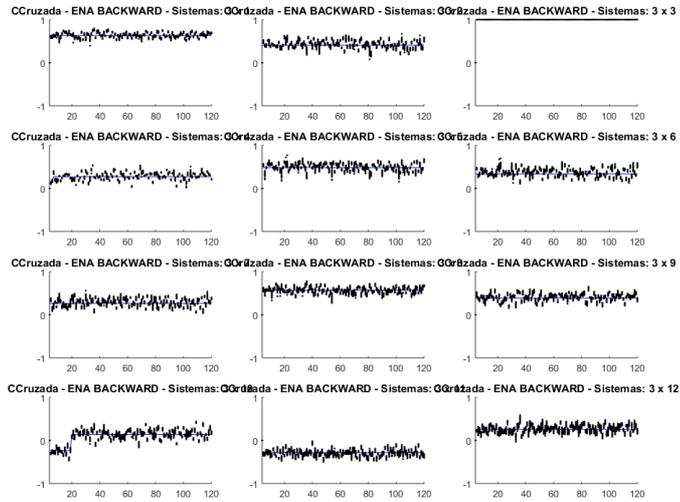


Figura 2.66 – Correlação Cruzada – *Backward* – 200x50 – 12 REEs

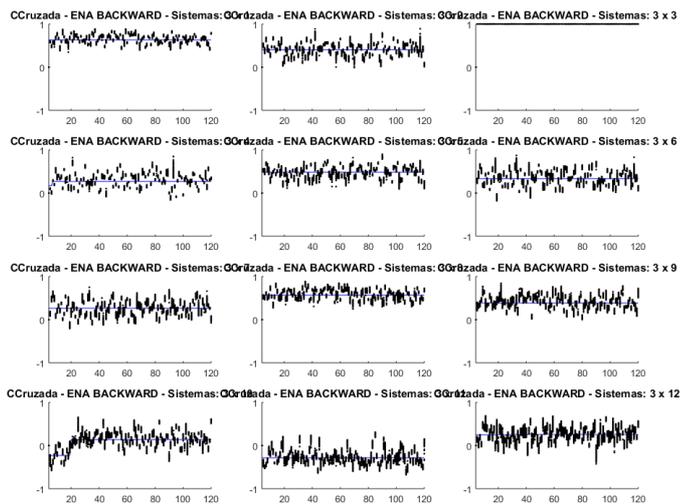


Figura 2.67 – Correlação Cruzada – *Backward* – 300x20 – 12 REEs

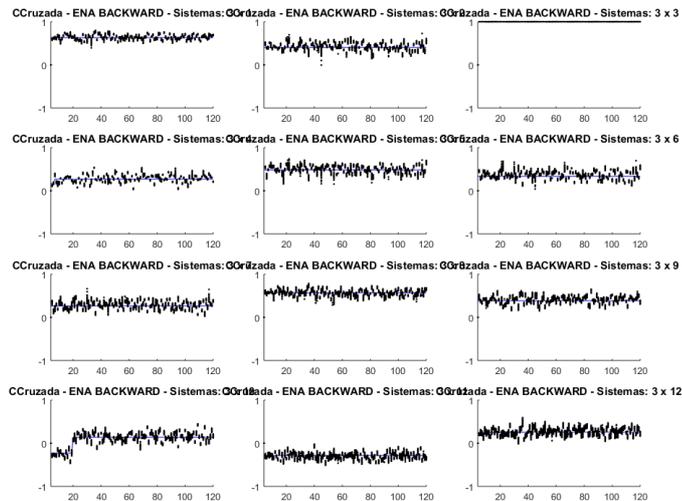


Figura 2.68 – Correlação Cruzada – *Backward* – 300x50 – 12 REEs

Não foi observada alteração na representatividade não condicionada dos cenários *backward* ao aumentar o número de cenários *forward* de 200 para 300, tanto para o caso 11 REEs quanto para o caso 12 REEs. Pode-se verificar alguma melhoria no resultado dos testes de média e desvio-padrão dos cenários *backward* não condicionados quando se utilizam 50 cenários *backward*. Tendo em vista que o desempenho do caso 200x20 nos testes de média e desvio é satisfatório, é necessário avaliar se o custo computacional do acréscimo de cenários *backward* compensa a melhoria detectada nos seus testes de média e desvio-padrão.

2.5 Análise da compensação do desvio-padrão

A compensação do desvio-padrão da amostra de ruídos é um procedimento que visa reduzir a degradação observada no desvio-padrão após a aplicação das técnicas de agregação. A ideia por trás deste procedimento é aumentar a variância da amostra original, de forma que, ao final do processo de agregação a amostra de ruídos *backward/forward* tenha um valor de desvio-padrão próximo ao valor unitário, Figura 2.69. A compensação do desvio-padrão é feita de forma univariada. Sendo assim, não é necessário fazer alterações quando se aumenta o número de REEs. O procedimento utilizado é genérico para qualquer que seja o número de REEs da configuração.

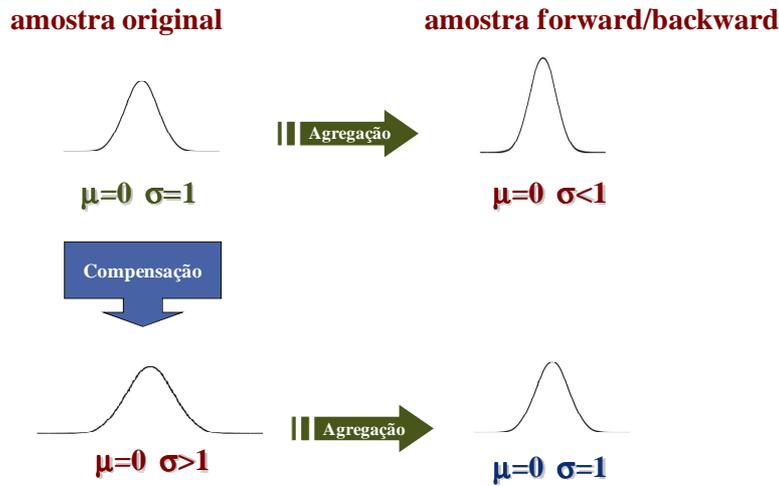


Figura 2.69 - Compensação do desvio-padrão

2.6 Análise da compensação da correlação cruzada

Um tópico relacionado à correlação cruzada, abordado pelo GT7, foi a adequação do procedimento de compensação da correlação cruzada, aplicado no processo de geração de cenários, para os casos com um número maior de REEs. O procedimento foi revisto e chegou-se a conclusão que a metodologia aplicada é genérica, isto é, independe o número de REEs definidos na topologia. Mais detalhes sobre a metodologia utilizada no procedimento de compensação da correlação cruzada pode ser consultada em [16].

REFERÊNCIAS

- [1] CPAMP-GT7, Relatório Técnico “Avaliação da Representação do SIN em Reservatórios Equivalentes de Energia - REE”, Setembro de 2015.
- [2] M.E.P. Maceira, V.S. Duarte, D.D.J. Penna, L.A.M. Moraes, A.C.G. Melo, "Ten Years of application of stochastic dual dynamic programming in official and agent studies in Brazil – description of the NEWAVE program", In Proceedings of 16th Power Systems Computation Conference, 2008.
- [3] M.E.P. Maceira, D.D.J. Penna, A.L. Diniz, R.J. Pinto, A.C.G. Melo, C.V. Vasconcellos, C.B. Cruz, “Twenty years of application of stochastic dual dynamic Programming in official and agent studies in Brazil – Main features and improvements on the NEWAVE model”, 20th PSCC – Power Systems Computation conference, Dublin, Ireland, 2018.
- [4] D.D.J. Penna, M.E.P. Maceira, A.L. Diniz, A.C.G. Melo, F. Treistman, “Análise do comportamento do custo marginal de operação do modelo NEWAVE ao se passar da representação de 9 para 12 reservatórios equivalentes de energia”, Relatório Técnico CEPEL nº 27538/2017, Dezembro, 2017.
- [5] K.W. Hipel, A.I McLeod, Time Series Modelling of Water Resources and Environmental Systems, Developments in Water Science nº45, Elsevier, 1994.
- [6] M.E.P. Maceira, C.V. Bezerra, "Stochastic Streamflow model for Hydroelectric Systems", In Proceedings of 5th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems - PMAAPS, pp. 305-310, Vancouver, Canada, 1997.
- [7] D.D.J. Penna, J.M. Damázio, M.E.P. Maceira, R.C.Souza, “Aplicação de Amostragem Seletiva na Construção da Árvore de Cenários de Afluências para o Planejamento da Operação Energética de Médio Prazo”, XI SEPOPE, Belém, Maio 2009.
- [8] D.D.J. Penna, M.E.P. Maceira, J.M. Damazio, "Streamflow Scenario Tree: Selective Sampling in the Long-Term Generation Planning", In: Proceedings of 10th Symposium on Stochastic Hydraulics and 5th International Conference on Water Resources and Environment Research, Quebec City, Canada, July 2010.
- [9] D.D.J. Penna, M.E.P. Maceira, J.M. Damazio, "Definition of the Streamflow Scenario Tree for Long-term Operation Planning Studies of Hydrothermal Power Generation System", In: Proceedings of STAHY 2010, Taormina, Italy, May 2010.
- [10] J.D. Salas, J.W. Delleur, V. Yevjevich, W.L. Lane, Applied Modeling of Hydroelectric Series, Water Resources Publications, 1980.
- [11] M.E.P. Maceira , D.D.J. Penna, “Modelo de Geração de Séries Sintéticas de Energias e Vazões – GEVAZP – Manual de Referência”, In: Relatório Técnico DPP/PEN 649/2002, CEPEL, Rio de Janeiro, 2002.
- [12] J. Hartigan, M. Wong, "A K-Means Clustering Algorithm", Applied Statistics, vol.28, no. 1, pp. 100-108, 1979.
- [13] D.D.J.Penna, Definição da árvore de cenários de afluência para o planejamento da operação energética de médio prazo. Tese (doutorado) – DEE, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Julho 2009.

Relatório Técnico – 14086/2018

[14] M.A. Stephens, “EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons”, Journal of the American Statistical Association, v.69, n.347 (Sep), pp. 730-737, 1974.

[15] ONS, “Relatório de Validação do Modelo NEWAVE - Versão 15.5.4”, Rio de Janeiro, Ago 2002.

[16] J.M. Damázio, M.E.P. Maceira, F.S. Costa, D.D.J. Penna, “Representação da Correlação Cruzada na Geração de Cenários de Afluências para o Planejamento da Operação Energética de Médio Prazo”, XI SEPOPE, Belém, Mai 2009.