

**MODELAGEM DA FUNÇÃO DE
PRODUÇÃO DAS USINAS HIDROELÉTRICAS
NO MODELO DESSEM**

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
2	O MODELO DESSEM	2
2.1	REPRESENTAÇÃO TEMPORAL	2
2.2	REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA	2
2.3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	3
2.4	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO – SEM UNIT COMMITMENT HIDRÁULICO.....	5
2.5	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO – COM UNIT COMMITMENT HIDRÁULICO	6
2.5.1	<i>1ª etapa: Construção das funções de custo futuro através de PDDD</i>	<i>6</i>
2.5.2	<i>2ª Etapa: Resolução do subproblema no período de interesse, através de Decomposição por Relaxação Lagrangeana (RL).....</i>	<i>6</i>
2.5.3	<i>3ª Etapa: Recuperação da Viabilidade Primal para o despacho encontrado na 2ª etapa ...</i>	<i>7</i>
2.5.4	<i>4ª etapa: Simulação Final (SF), por programação linear.....</i>	<i>7</i>
3	FUNÇÃO DE PRODUÇÃO ENERGÉTICA DE UMA USINA HIDROELÉTRICA	9
3.1	FUNÇÃO DE PRODUÇÃO REAL DE CADA UNIDADE	9
3.2	FUNÇÃO DE PRODUÇÃO REAL DA USINA COMO UM TODO.....	12
4	MODELAGEM DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DA USINA COMO UM TODO – MODELO DECOMP	14
5	MODELAGEM DA FPE NO MODELO DESSEM	17
5.1	APROXIMAÇÃO DA FPE NA DIMENSÃO DE V E Q	17
5.2	CONSTRUÇÃO DA ENVOLTÓRIA CONVEXA À FPE	18
5.3	MODELAGEM DO VERTIMENTO	20
5.4	EXPRESSÃO FINAL PARA A FPEA	20
5.5	JANELA E INTERVALO DE DISCRETIZAÇÃO PARA A FPEA	21
5.5.1	<i>Discretização em V.....</i>	<i>21</i>
5.5.2	<i>Discretização em Q.....</i>	<i>22</i>
5.5.3	<i>Discretização em S.....</i>	<i>22</i>
6	AVALIAÇÃO DA FPEA	24
6.1	COMPARAÇÃO ENTRE A FPEA E A MODELAGEM COM PRODUTIVIDADE CONSTANTE	24
6.2	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA FPEA COM A DISCRETIZAÇÃO PARA O TURBINAMENTO	25
7	RESULTADOS NUMÉRICOS	26
7.1	DADOS DOS ESTUDOS.....	26
7.2	ESTUDO I: COMPARAÇÃO ENTRE A FPEA E A FPCTE.....	29
7.3	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA FPEA EM RELAÇÃO A Q	32
8	CONCLUSÕES	35
9	REFERÊNCIAS	36
10	ANEXO: RESULTADOS OBTIDOS PARA OS CASOS ESTUDADOS	38
10.1	RESULTADOS PARA O CASO COM PRODUTIVIDADE CONSTANTE (FPCTE).....	38
10.2	RESULTADOS PARA O CASO COM MODELAGEM DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO – 5 PONTOS PARA O TURBINAMENTO.....	40
10.3	RESULTADOS PARA O CASO COM MODELAGEM DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO – 15 PONTOS PARA O TURBINAMENTO.....	42
10.4	RESULTADOS PARA O CASO COM MODELAGEM DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO – 25 PONTOS PARA O TURBINAMENTO.....	44

1 INTRODUÇÃO

A variação da produtividade das usinas hidroelétricas com a altura de queda nos reservatórios é uma questão de fundamental importância a ser considerada nos modelos de planejamento e operação de sistemas hidrotérmicos. A utilização simplesmente de uma produtividade constante para as usinas não é adequada, por se mostrar pessimista nos casos em que o sistema está enchendo e principalmente por ser otimista justamente em uma situação crítica, quando o sistema está sendo deplecionado.

A abordagem apresentada em [1], apesar de considerar adequadamente a variação da produtividade com a queda, não é aplicável a qualquer situação, por considerar que eventuais vertimentos só ocorrem após se atingir o turbinamento máximo da usina. A modelagem proposta neste relatório representa a produção da usina como função das variáveis armazenamento (V), turbinamento (Q) e vertimento (S), tratadas separadamente. Com isto, elimina-se a hipótese de que os vertimentos na usina sejam todos não turbináveis. Os resultados obtidos mostram que se consegue obter desvios muito pequenos entre a geração fornecida pelo modelo e a geração “real”, obtida diretamente pela aplicação dos polinômios de montante e jusante da usina.

O relatório está estruturado da seguinte forma: na seção 2 apresenta-se o modelo DESSEM, com uma descrição sucinta de sua formulação matemática e da estratégia de solução adotada. A seção 3 mostra como se comporta a função de produção energética de uma usina hidroelétrica, tanto para uma unidade isoladamente como para a usina como um todo. Na seção 4 apresenta-se sucintamente a estratégia de solução adotada até então para o modelo DECOMP, com a representação da função de produção em relação ao armazenamento e à defluência total da usina. A seção 5 descreve com detalhes como é a modelagem implementada no modelo DESSEM, objetivo deste relatório. A seção 6 mostra como foi feita a avaliação desta modelagem e a seção 7 mostra os resultados obtidos. Finalmente, a seção 8 apresenta as conclusões deste trabalho.

2 O MODELO DESSEM

2.1 Representação Temporal

O modelo DESSEM [2,3] determina o despacho ótimo para a programação diária de sistemas hidrotérmicos interligados, que minimiza o custo total de operação, composto das parcelas de custo presente, ao longo do período de estudo (geração térmica, contratos com sistemas externos e déficit de energia) e custo futuro (expectativa de geração térmica e déficit de energia no futuro), cuja função, denominada Função de Custo Futuro (FCF) é fornecida pelo modelo DECOMP [4] e acoplada ao final do horizonte de estudo.

O horizonte de estudo é de até 14 dias, com possibilidades de discretização em intervalos de meia-hora, 1 hora ou em patamares cronológicos de duração variável. Cada intervalo (instante) de tempo na discretização será tratado neste relatório pelo termo **estágio**.

Pode-se dividir o período de estudo no DESSEM em duas partes:

- **Período de interesse:** pode incluir até 5 dias de estudo, para os quais se utiliza uma discretização de meia hora ou uma hora;
- **Período estendido:** envolve os demais dias de estudo, nos quais o nível de discretização é igual ou superior a 1 hora

2.2 Representação do Sistema

O modelo DESSEM considera individualmente as usinas hidroelétricas e termoeelétricas e, em situações em que se tornar adequado, pode fazer a representação por unidade hidro ou termoeelétrica¹.

A transmissão pode ser modelada de maneira simplificada, com a demanda por subsistema - SE, S, NE, N - e os intercâmbios entre subsistemas (**estudos sem rede**), ou de forma detalhada, com a representação de cada circuito e a carga por barra, através de uma representação DC da rede elétrica (**estudos com rede**).

¹ Por exemplo, em estudos com rede elétrica, se unidades de uma mesma usina estiverem conectadas em barras diferentes do sistema

As afluências às usinas são consideradas determinísticas ao longo de todo o período de estudo.

2.3 Formulação do Problema

O problema a ser resolvido pode ser resumido matematicamente da seguinte forma:

$$\text{Minimize } \left[\sum_{t=1}^T (C_{term}^t + C_{defct}^t + C_{contr}^t) + \alpha^T(V^T) \right] \quad (2.1)$$

sujeito a :

características / restrições para cada estágio $t, t = 1, \dots, T$

onde os termos C_{term}^t , C_{defct}^t e C_{contr}^t referem-se respectivamente aos custos de geração térmica, déficit de energia e energia contratada de sistemas externos, que constituem o custo presente (ou imediato) no estágio t . O número total de estágios no estudo é denotado por T . O termo $\alpha^T(V^T)$ representa o custo futuro em função do vetor de armazenamentos V^T para as usinas do sistema ao final do estudo. Esta função é fornecida pelo modelo DECOMP e seu gráfico é linear por partes, conforme mostrado na Figura 2.1:

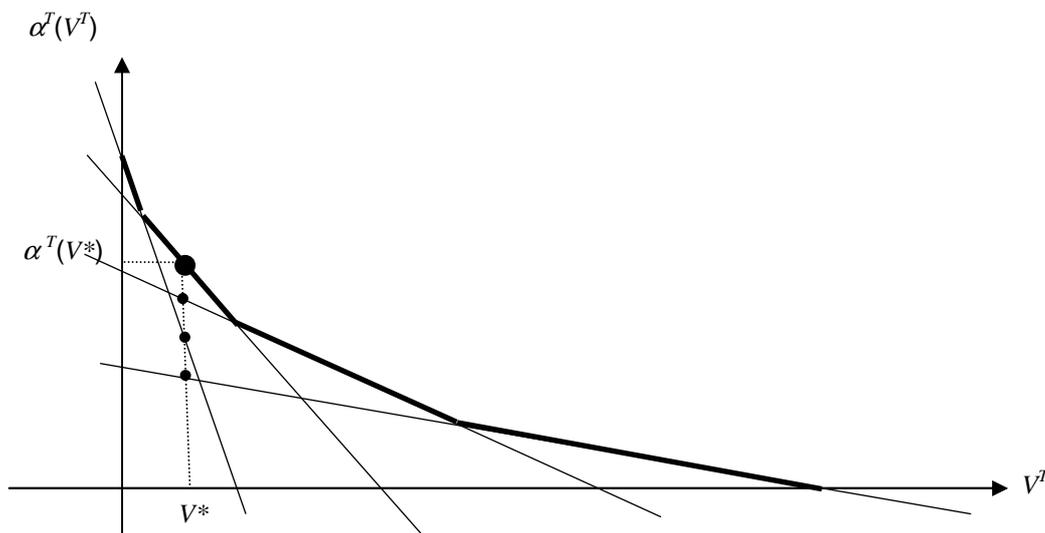


Figura 2.1 – Gráfico ilustrativo da FCF do modelo DECOMP

A FCF indica como varia o valor esperado do custo futuro de operação (após o horizonte de estudo do DESSEM) em relação ao estado atingido pelos reservatórios do sistema no final do estudo do DESSEM. Assim, a menor ou maior utilização da água em cada reservatório pelo

modelo estará relacionada à avaliação, além das condições operativas de cada estágio, de como varia a FCF de acordo com o esvaziamento / enchimento dos reservatórios do sistema. Esta função, denotada por $\alpha^T (V^T)$, é multidimensional, pois V^T é o vetor de armazenamentos em todos os reservatórios do sistema ao final do estágio T . Assim, sua representação no plano, conforme mostrado na Figura 2.1, é apenas ilustrativa.

Pode-se entender o problema de despacho semanal multi-estágio como sendo composto de T subproblemas, um para cada instante de tempo do estudo, que no entanto encontram-se acoplados pelas restrições que criam a interdependência entre as operações dos diversos estágios², conforme mostrado a figura 2.2.

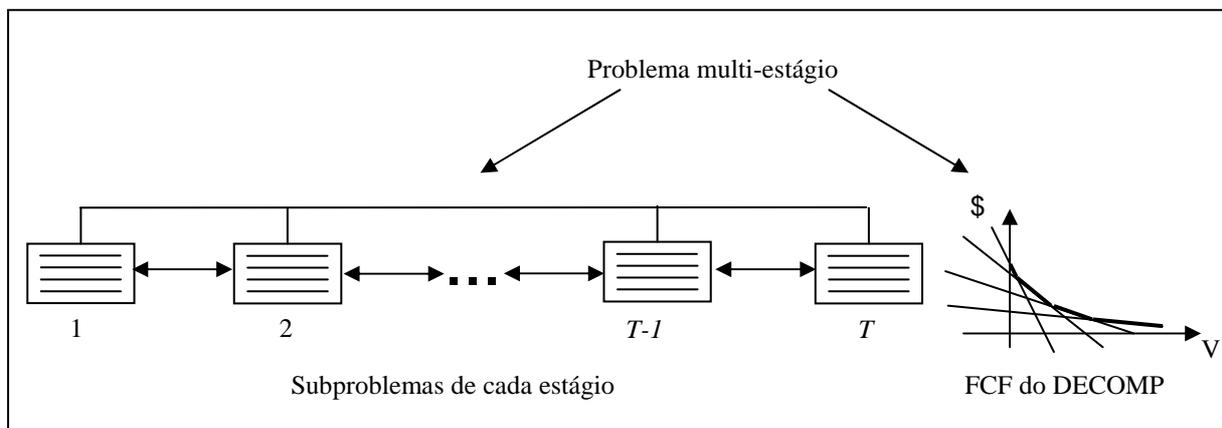


Figura 2.2 – Representação do problema da programação diária como uma seqüência de subproblemas para cada estágio, com interdependência temporal entre eles, e acoplamento ao final com a Função de Custo Futuro do modelo DECOMP

As diversas características/restrições de operação do sistema podem ser divididas em 3 grupos:

- **Restrições envolvendo apenas variáveis de origem hidráulica:** limites físicos (fixos) e operacionais (variáveis) de armazenamento, deplecionamento e vertimento nos reservatórios; engolimento das turbinas; potência dos geradores; bombeamento das unidades elevatórias; restrições de conservação de água no sistema (balanço hídrico por usina); Função de Produção Energética (FPE) das usinas hidroelétricas; restrições de reserva de geração por usina; restrições de *unit commitment* hidráulico (UCH), entre outras.

² pode-se citar, como exemplos de tais restrições, o balanço hídrico das usinas (volume final de um estágio igual ao volume inicial do estágio seguinte), o tempo de viagem da água entre as usinas, e as restrições de variação de geração/defluência das usinas entre estágios consecutivos.

- **Restrições envolvendo apenas variáveis de origem térmica:** custos e limites de geração por unidade; restrições de reserva por usina; restrições de *unit commitment* térmico (UCT), tais como rampa para tomada / alívio de carga, custos fixos e quadráticos de operação, custos de *start-up*.
- **Restrições envolvendo tanto variáveis de origem hidráulica como variáveis de origem térmica:** demanda por subsistema (estudos sem a rede elétrica) ou demanda por barra (estudos com rede elétrica); restrições elétricas; limites de fluxos em um circuito ou em um somatório de circuitos (estudos com rede)

Uma descrição mais detalhada das restrições consideradas no modelo DESSEM é feita em [3].

2.4 Estratégia de Solução – Sem Unit Commitment Hidráulico

A estratégia de solução adotada quando não se consideram as restrições de UCH envolve a decomposição do problema em T subproblemas, um para cada estágio t , onde cada subproblema contém apenas as restrições do estágio a que se referem, modeladas de forma linear. Os subproblemas são então resolvidos em sequência por um pacote de otimização OSL [5], que se baseia no algoritmo Simplex de Programação Linear. A otimização do problema como um todo, ou seja, considerando a interdependência entre as operações de todos os estágios, é feita através da técnica de Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD).

A técnica de PDDD consiste em realizar sucessivas iterações, cada uma composta de uma simulação no sentido direto (simulação *forward*, resolvendo os subproblemas dos estágios 1 ao $T-1$), seguida de uma simulação no sentido inverso (recursão *backward*), resolvendo os subproblemas dos estágios T ao 2. Durante esta recursão *backward*, constrói-se uma aproximação linear para a FCF de cada estágio t , de $T-1$ a 1, em função dos resultados da resolução do subproblema para o estágio $t+1$ na própria recursão. Como resultado de sucessivas iterações, obtém-se uma FCF para cada estágio, linear por partes, que indica o valor esperado do custo futuro de operação em função dos armazenamentos nos reservatórios do sistema ao final do estágio. Este custo inclui não só o período até o final do horizonte de estudo do DESSEM, mas também o período após este horizonte.

Ao final de cada iteração, obtém-se um limite inferior (custo presente + custo futuro do estágio 1) e um limite superior (somatório dos custos presentes dos estágios 1 a $T-1$ + custo total do estágio T) para o valor da função objetivo do problema multi-estágio. A convergência é atingida quando a diferença entre estes dois valores torna-se inferior a uma certa tolerância de otimalidade, definida a priori.

Depois de atingida a convergência da PDDD, o modelo realiza uma simulação final, na qual resolve em seqüência os subproblemas dos estágios 1 a T , obtendo os resultados finais para o despacho hidrotérmico.

Um detalhamento melhor desta estratégia é apresentada em [6].

2.5 Estratégia de Solução – com Unit Commitment Hidráulico

O modelo permite ainda considerar ou não restrições de *unit commitment* (UC) para as unidades térmicas e/ou hidroelétricas. Para casos com UC, adotou-se uma metodologia em 4 etapas, descritas sucintamente a seguir e detalhadas em [7].

2.5.1 1ª etapa: Construção das funções de custo futuro através de PDDD

Nesta primeira etapa, considera-se uma formulação linear tanto para as restrições como para os custos na função objetivo. Desta forma, as expressões referentes às restrições de UCH e de UCT são ignoradas ou substituídas por aproximações lineares, e desconsideram-se custos fixos e quadráticos de operação das térmicas. A resolução do problema é feita por PDDD, de forma idêntica ao caso sem UC.

2.5.2 2ª Etapa: Resolução do subproblema no período de interesse, através de Decomposição por Relaxação Lagrangeana (RL)

Esta etapa tem início após a resolução da PDDD e construção das FCFs para cada estágio. Consideram-se apenas as restrições referentes ao período de interesse, e utiliza-se como condição de contorno para a otimização a FCF para o último estágio do período de interesse, denominado de T' .

Através do artifício de Relaxação Lagrangeana com duplicação de variáveis, decompõe-se cada subproblema de $t = 1$ até T' em 3 subproblemas locais: um puramente térmico, outro

puramente hidráulico e um terceiro de atendimento à demanda (ou restrições de fluxo de potência). Resolvem-se os subproblemas locais de forma iterativa, junto com um problema “mestre” não diferenciável. Ao final do processo, chega-se a um despacho que atende a uma formulação relaxada do problema original. Detalhes desta metodologia podem ser encontrados em [7,8,9].

2.5.3 3ª Etapa: Recuperação da Viabilidade Primal para o despacho encontrado na 2ª etapa

Caso o despacho encontrado na etapa de RL não satisfaça as restrições que foram relaxadas ao longo do processo, prossegue-se em uma nova etapa de resolução do subproblema para o período de interesse, chamada de “Recuperação Primal”. Nesta fase, utiliza-se a mesma técnica de duplicação de variáveis e relaxação lagrangeana adotada na etapa anterior, porém as restrições relaxadas recebem uma penalização adicional, segundo a técnica do Lagrangeano Aumentado. A resolução do problema é novamente feita de forma iterativa, resolvendo-se diversos subproblemas puramente térmicos, hidráulicos ou de atendimento à demanda (sendo que nesta fase a função objetivo para todos eles é quadrática), juntamente com um problema mestre, diferenciável, que é resolvido por uma variante do método de gradiente. Esta etapa também é bem detalhada em [7,8,9].

2.5.4 4ª etapa: Simulação Final (SF), por programação linear

Esta etapa consiste na resolução de uma simulação *forward* para os subproblemas dos estágios do período estendido, formulados como um problema linear (de forma idêntica à feita durante a PDDD), obtendo-se o despacho e os custos marginais do sistema.

Observa-se que a operação e os custos marginais para o período de interesse são fornecidos pelo algoritmo descrito no item 2.5.3, caso seja necessário realizar a recuperação primal.

Apresenta-se na Figura 2.3 um fluxograma geral do algoritmo de resolução do modelo DESSEM, considerando-se o caso mais geral onde estão presentes as restrições de UC. Para os casos sem UC, o fluxograma é alterado eliminando-se as etapas 2 e 3 e realizando-se a etapa de simulação final para todo o período de estudo.

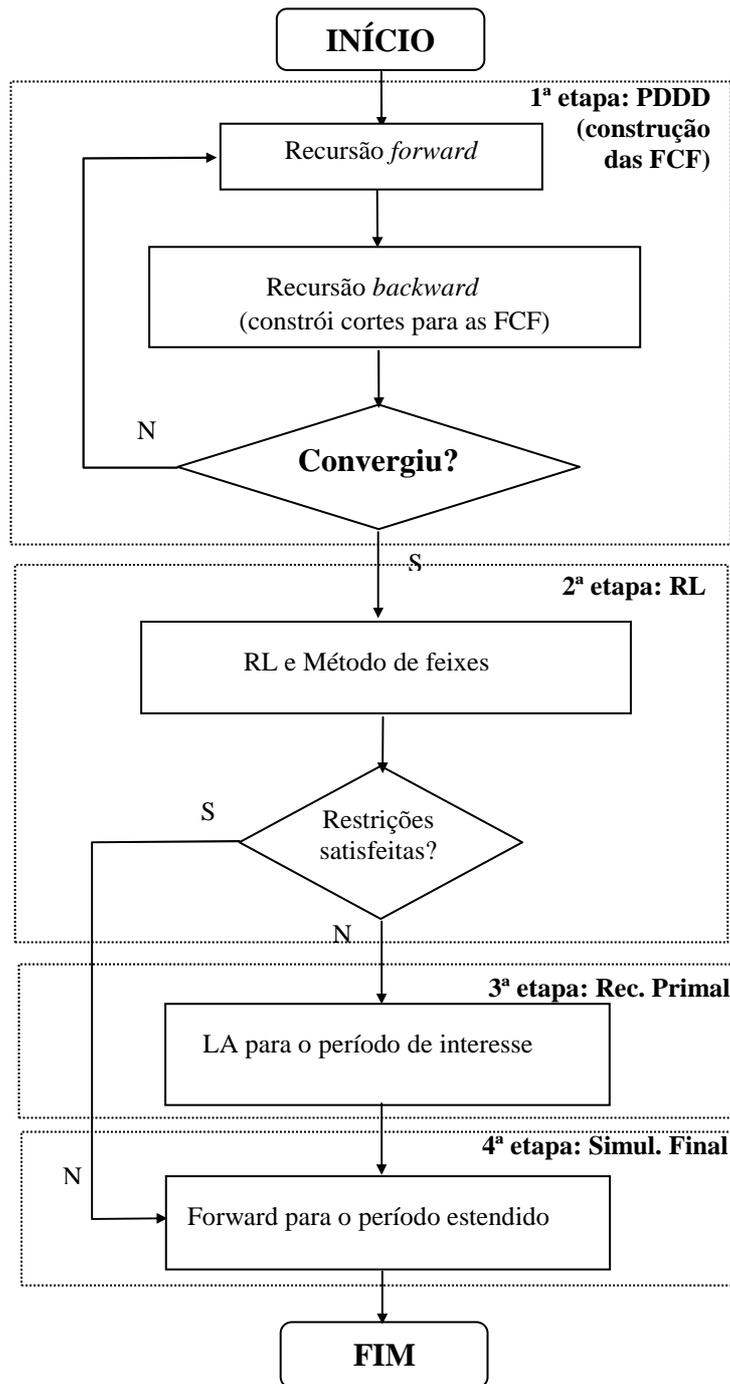


Figura 2.3 – Fluxograma de resolução do problema de despacho no modelo DESSEM

3 FUNÇÃO DE PRODUÇÃO ENERGÉTICA DE UMA USINA HIDROELÉTRICA

3.1 Função de Produção Real de cada Unidade

A produção de energia elétrica pode ser encarada de forma simplificada como a transformação da energia potencial da água armazenada, através do conjunto turbina-gerador. Esta água é captada em uma certa cota, passa pelo interior da turbina e é descarregada em uma cota inferior à primeira. A turbina transforma a energia potencial em energia mecânica que aciona o gerador conectado ao eixo da turbina, que por sua vez fornece energia elétrica em seus terminais. Assim, considerando uma única unidade hidrelétrica, pode-se escrever:

$$gh = 9,81 \cdot 10^{-3} \cdot \eta_t \cdot \eta_g \cdot hl \cdot q \quad (3.1)$$

onde:

- gh - potência ativa do gerador, em MW
- q - vazão que passa pela turbina (m^3/s)
- hl - altura de queda líquida (m), que corresponde à diferença entre a cota de montante h_{mon} do reservatório (função do armazenamento) e a cota de jusante h_{jus} (função do turbinamento total da usina e, em alguns casos, também do vertimento), subtraindo-se ainda as perdas estimadas nos condutos que levam a água do seu ponto de captação no reservatório até a turbina;
- η_t - rendimento da turbina, em p.u.
- η_g - rendimento do gerador, em p.u.

A constante que multiplica estes termos corresponde à aceleração da gravidade multiplicada por um fator de correção de unidades. Maiores detalhes são apresentados em [10].

Define-se como rendimento do grupo turbina-gerador (η), o produto dos rendimentos da turbina e do gerador, $\eta_t \cdot \eta_g$. Esse rendimento resultante é responsável pela introdução de novas perdas no processo de produção de energia elétrica, as quais são função da altura de

queda líquida e da vazão turbinada. Esse inter-relacionamento que envolve estas três variáveis, η , hl e q é bastante complexo, sendo normalmente expresso através das curvas de desempenho da turbina, denominadas de curvas-colinas. A Figura 3.1 a seguir apresenta o gráfico da curva colina de uma turbina hidráulica.

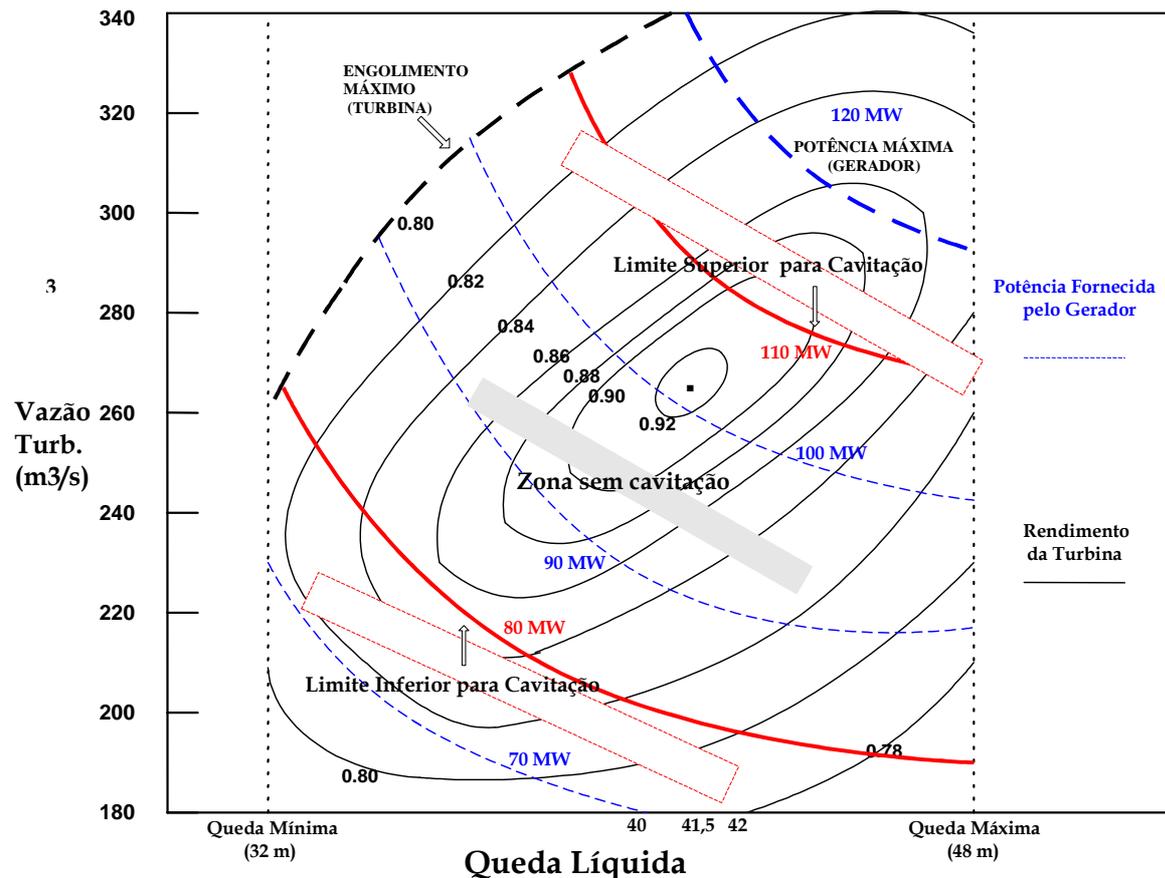


Figura 3.1 Curva-Colina de uma unidade hidroelétrica - Exemplo Ilustrativo.

No eixo horizontal estão apresentados os valores de queda líquida e no eixo vertical o de vazão turbinada. Cada par de valores queda líquida/vazão turbinada, denominado “ponto de operação da unidade”, determina um rendimento para o conjunto turbina-gerador, cujas curvas de nível são representadas na figura. O ponto de rendimento máximo (na figura, 0,94) caracteriza uma queda e uma vazão de projeto para a unidade.

Cada turbina possui ainda um limite superior de potência causado por limitações mecânicas de engolimento, que depende da altura de queda líquida a qual a turbina esteja submetida no

momento. Já os geradores possuem limites superiores fixos, ditados pelas perdas ôhmicas nos enrolamentos. Ou seja, existe um valor de potência que não pode ser ultrapassado por razões construtivas do grupo, bem como por considerações de regime de funcionamento do gerador.

Além dos limites mínimo e máximo operativos para a potência e a vazão, existem ainda as chamadas *zonas proibidas de geração*, nas quais a turbina não pode operar devido a fenômenos de cavitação e vibração mecânica excessiva, que podem no longo prazo reduzir a vida útil da turbina.

A partir da curva colina podem-se construir gráficos de Vazão turbinada X Potência, Vazão turbinada X rendimento e Altura de queda X Potência, sempre considerando os demais elementos constantes. Para um melhor entendimento da seção seguinte é importante conhecer o comportamento das curvas de Potência X Vazão turbinada, para diferentes alturas de queda líquida, mostradas na Figura 3.2 a seguir:

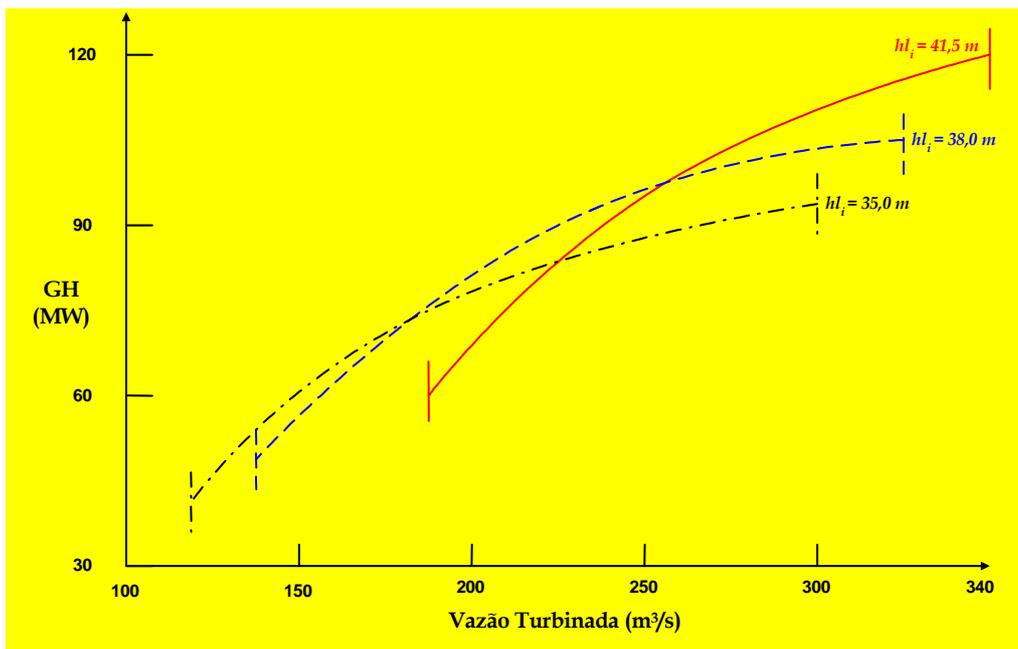


Figura 3.2 - Curva Potência Máxima x Vazão Turbinada

As questões operativas das unidades hidráulicas vistas até aqui representam não linearidades e integralidades na modelagem da função de produção de uma unidade hidroelétrica e, conseqüentemente, da usina como um todo. Esta modelagem é difícil de ser considerada juntamente com todas as restrições do problema de curto prazo. Uma estratégia de

modelagem do problema de despacho considerando explicitamente as restrições de UCH está em desenvolvimento pelo CEPEL [9].

3.2 Função de Produção Real da Usina como um todo

A função de produção real da usina como um todo não pode ser vista simplesmente como a soma das funções individuais de cada unidade. O montante de água defluída por uma unidade hidroelétrica pode influenciar a operação das demais, não apenas pela diminuição da cota de montante (efeito significativo apenas nas usinas de reservatório pequeno), mas também pela elevação da cota do canal de fuga. A maneira como as unidades são despachadas ao longo do tempo (unit commitment) também pode influenciar a geração total da usina.

Esta dependência entre a operação das unidades, adicionada às não linearidades e integralidades da função de produção de uma unidade hidroelétrica fazem com que a modelagem da produção total de uma usina não seja simples. Felizmente, ao se desprezar as zonas proibidas das unidades hidroelétricas e considerar um rendimento constante para o sistema turbina-gerador, a função de produção apresenta um comportamento razoável, podendo ser modelada por uma função linear por partes do turbinamento e vertimento totais na usina, independente de como a geração se distribui entre as unidades. Esta função pode ser representada no Problema de Programação Linear (PPL) de cada subproblema resolvido pelo modelo DESSEM.

Na seção 5 será vista como é feita a modelagem da FPE no DESSEM, na qual, apesar do tratamento individual das unidades no problema de despacho (devido ao fato de que, ao se considerar a rede elétrica, unidades de uma mesma usina podem estar conectadas a barras diferentes), a função de produção é vista para a usina como um todo, não importando como é feita a distribuição da vazão turbinada entre as unidades.

Tanto na estratégia de resolução do modelo DESSEM sem UCH (item 2.4) como na primeira etapa da estratégia de solução com UCH (PDDD, item 2.5.1), a modelagem do subproblema de cada estágio é linear. Nestas duas situações, uma modelagem aproximada da função de produção hidroelétrica, considerando a usina como um todo, é bastante satisfatória. A razão é que, para os casos sem UCH, as próprias características inerentes à produção de cada unidade

hidroelétrica não estão sendo consideradas, e, para a etapa da PDDD nos casos com UCH, deseja-se construir apenas uma aproximação para a FCF no final do horizonte de interesse.

A seção 4 a seguir descreve sucintamente uma modelagem já existente para esta função, utilizada pelo modelo DECOMP, que representa a geração da usina como uma função do armazenamento e da defluência total da usina. A modelagem implementada no modelo DESSEM, detalhada na seção 5, utiliza os princípios básicos desta metodologia, porém representa individualmente as variáveis turbinamento e vertimento na função.

4 Modelagem da Função de Produção da Usina como um todo – MODELO DECOMP

O modelo DECOMP, em sua versão atual [11], considera a geração da usina como uma função do armazenamento e da defluência total (turbinamento + vertimento) realizada pela usina [1]. Esta formulação parte do princípio, usualmente verificado na prática, de que a usina verterá apenas após atingir seu turbinamento máximo. Assim, dependendo se o vertimento influencia ou não na cota do canal de fuga, podem-se ter os gráficos das figuras 4.1 e 4.2 representando a FPE da usina (para facilitar a visualização, está sendo considerada uma usina a fio d'água).

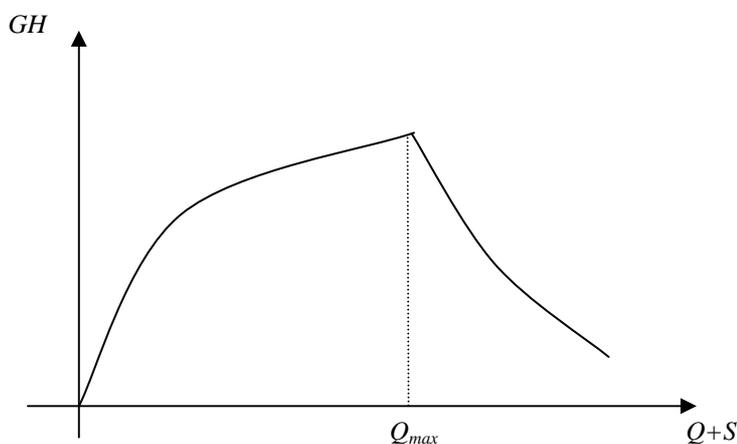


Figura 4.1 – Geração de uma usina a fio d'água como função da defluência total – caso em que o vertimento influencia na cota do canal de fuga

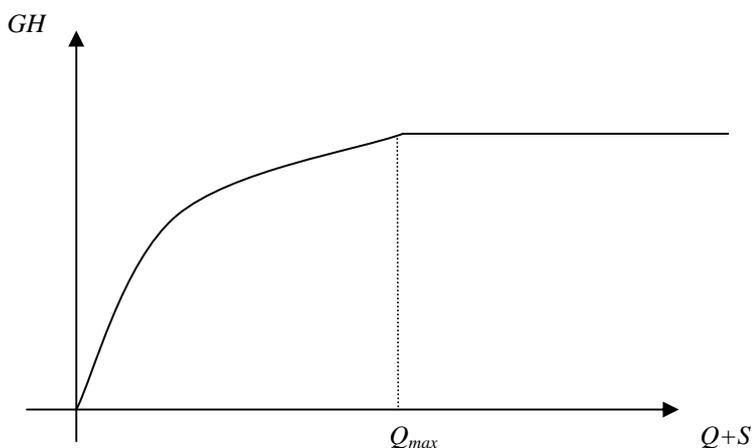


Figura 4.2 – Geração de uma usina a fio d'água como uma função da defluência total – caso em que o vertimento não influencia na cota do canal de fuga

A modelagem deste tipo de função no DECOMP é feita através de aproximações lineares por partes, incluindo no subproblema um conjunto de inequações que estabelecem como região viável os pontos situados no semi-espço inferior de todas as inequações. Espera-se que a geração sempre “encoste” nos planos, uma vez que o objetivo é minimizar o custo total de operação e os pontos no interior da região não aproveitam a máxima geração para uma determinada defluência (ou, de forma equivalente, não utilizam o mínimo de água necessário para uma determinada geração).

Adicionalmente, verifica-se que em muitos casos a função a ser aproximada (em geral no espaço tridimensional de $\{V, Q+S, GH\}$) não é côncava, o que inviabiliza a aproximação linear por partes através de inequações. Neste caso, é feita previamente uma convexificação da região abaixo da função, resultando em uma aproximação como a mostrada na Figura 4.3:

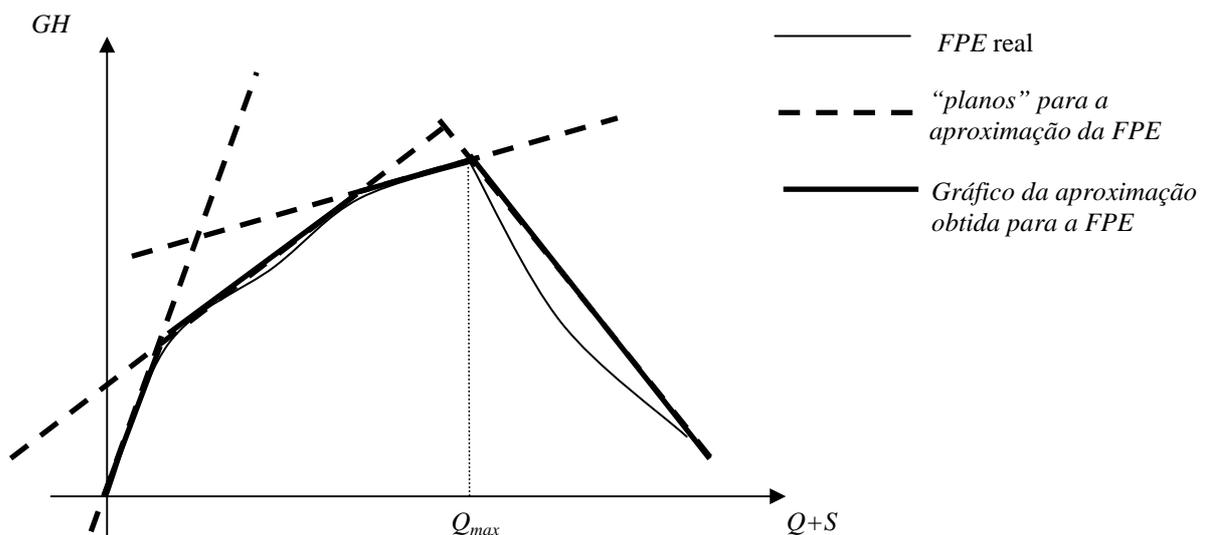


Figura 4.3 – Aproximação da FPEA como função da defluência total

O inconveniente desta abordagem é que não considera alguns casos particulares onde a usina pode verter antes de atingir o turbinamento máximo. Duas situações em que isto pode ocorrer são:

- Restrições de rampa para vertimento (operação de vertedouros): em determinado estágio a usina pode estar turbinando o máximo e vertendo. No estágio subsequente (meia hora ou hora posterior) pode não ser necessário ou possível turbinar o máximo, entretanto o vertimento não pode ser anulado bruscamente de um estágio para o outro por questões operativas dos vertedouros.

- Restrições elétricas (geração máxima) combinada com restrições hidráulicas (vazão mínima): Caso a soma da geração em um conjunto de usinas esteja limitado superiormente por alguma restrições elétrica e, ao mesmo tempo, haja obrigatoriedade de defluência mínima em algumas destas usinas, pode não ser possível atender esta restrição hidráulica apenas com turbinamentos, o que poderia causar vertimentos em usinas que não estejam em seu turbinamento máximo.

A modelagem proposta no modelo DESSEM considera explicitamente a variável S na aproximação da FPE , consistindo em um aprimoramento em relação à modelagem descrita nesta seção. Além de poder tratar com mais fidelidade os casos descritos anteriormente, a separação das variáveis Q e S no aproximação da FPE permite uma maior flexibilidade e transparência na modelagem do problema. Esta modelagem, descrita na seção 5, é referenciada neste relatório por “FPEA”.

5 MODELAGEM DA FPE NO MODELO DESSEM

A seguir descrevem-se todas as etapas da construção da Função de Produção Energética Aproximada (FPEA) para o modelo DESSEM. Alguns dos procedimentos apresentados são comuns aos utilizados na modelagem adotada para o DECOMP, descrita na seção anterior.

Cada ponto no gráfico da FPE será identificado daqui por diante pelas suas variáveis independentes (V, Q, S) , e sua geração $GH = FPE(V, Q, S)$. A notação (V, Q, S, GH) indica o ponto no gráfico da função em \mathfrak{R}^4 .

5.1 Aproximação da FPE na dimensão de V e Q

Esta primeira etapa consiste em modelar a FPE em toda a região em que não há vertimento ($S=0$). A partir da geração e das derivadas da função real em um ponto qualquer $(V_0, Q_0, 0)$ definido no domínio de variação da FPE, pode-se obter, para qualquer outro ponto neste domínio, uma estimativa de sua geração através da aproximação de Taylor de ordem 1. Normalmente, essa aproximação só é boa em uma pequena região em torno de $(V_0, Q_0, 0)$, o que conduz à necessidade de se realizar aproximações a partir de diversos pontos do domínio da função, criando-se então uma malha de discretização com N pontos, definida a priori.

Construindo essas aproximações, obtém-se um conjunto de N planos, cada um tangente à FPE em um ponto, conforme ilustrado na Figura 5.1 (por questões de visualização, considerou-se um plano com V constante).

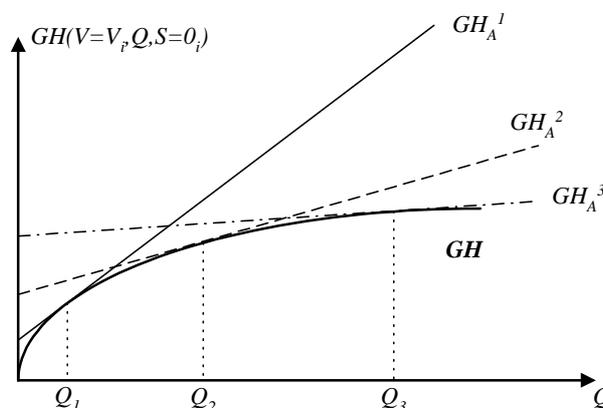


Figura 5.1 – Aproximação da FPE por planos tangentes para V e S constantes e três valores de Q

Nesta figura, GH_A^i representa o plano da FPEA referente à aproximação a partir do ponto i .

A geração aproximada GH_A em um ponto qualquer $(V, Q, 0)$ corresponderá sempre ao plano que, nesse ponto, melhor aproxima a FPE, ou seja:

$$GH_A(V, Q, 0) = \min_{i=1, \dots, N} \{GH_A^i(V, Q, 0)\} \quad (5.1)$$

No PPL de cada estágio/cenário, a expressão acima representa um conjunto de N inequações lineares da forma:

$$GH_A(V, Q, 0) \leq GH(V_i, Q_i, 0) + \frac{\partial GH}{\partial V}(V_i, Q_i, 0) \times (V - V_i) + \frac{\partial GH}{\partial Q}(V_i, Q_i, 0) \times (Q - Q_i), \quad (5.2)$$

$i = 1, \dots, N$

onde, para simplificar a notação, foram omitidos os índices para a usina, estágio e cenário.

O atendimento a essas inequações é satisfeito por qualquer ponto na região abaixo da curva da FPEA. Entretanto, como o objetivo do PPL é minimizar o custo total de operação, é natural que a geração “encoste” nos planos da FPEA, já que um turbinamento desnecessário resulta em um nível mais baixo de armazenamento e, por conseguinte, um custo futuro mais alto.

Esses planos são construídos observando-se a faixa operativa permitida para V e Q em cada estágio. Ela é obtida considerando os limites físicos da usina, suas disponibilidades (descartando as unidades em manutenção) e suas restrições operativas, elétricas e hidráulicas, obtendo-se valores mínimos e máximos operativos para V , Q e S . O objetivo deste “refinamento” é permitir o ajuste da FPEA somente na região em que a usina efetivamente pode operar em cada estágio, visando uma melhor aproximação.

5.2 Construção da envoltória convexa à FPE

Uma questão que deve ser considerada nessa modelagem é que a FPE para V e Q , em geral, não é côncava em todo o seu domínio. Para tornar possível a abordagem descrita no item 5.1, deve-se construir inicialmente uma envoltória convexa da região abaixo da curva da FPE. Esta envoltória é definida pela “menor” função côncava cujo gráfico está acima ao da função original não-côncava, em todos os seus pontos, e é representada por um conjunto de M

planos, que passarão a constituir a FPEA da usina. A Figura 5.2 dá um exemplo desta envoltória, considerando apenas a variável Q . Ressalta-se que este procedimento é realizado no espaço tridimensional (V, Q, GH) .

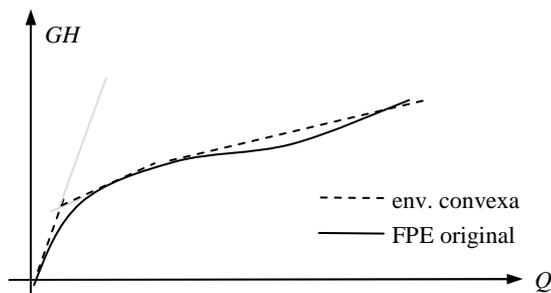


Figura 5.2 – Exemplo de construção da envoltória convexa para a região abaixo da FPE – corte para V constante

A construção da envoltória convexa permite que se possa aproximar a FPE em um domínio maior de valores para V . Entretanto, sua utilização faz com que a aproximação na região próxima ao volume inicial do reservatório não fique tão boa em relação à modelagem que descarta o uso desta envoltória. Ou seja, a adoção da envoltória faz com que tenhamos aproximações razoáveis (tão melhores quanto mais bem comportada for a FPE) em um grande intervalo para V , ao invés de se ter aproximações muito boas perto do volume inicial e muito ruins à medida em que se a operação da usina se afasta deste valor.

O modelo DECOMP, por comportar um horizonte de estudo maior (de até 1 ano) deve representar bem a FPE da usina em praticamente todo o seu domínio, pois ao longo deste período o reservatório pode encher ou esvaziar completamente a partir do volume inicial. Já o modelo DESSEM tem o seu horizonte de estudo reduzido a duas semanas. Isto faz com que seja difícil ocorrer uma grande variação de volume ao longo do estudo na maioria dos reservatórios. Portanto, **para o modelo DESSEM, optou-se por não construir a envoltória convexa para a FPE**. Assim, opta-se por representar muito bem a função na região próxima ao volume inicial dos reservatórios (onde na grande maioria dos casos a usina irá operar), estando sujeita a uma representação não tão boa nos raros casos em que a usina apresenta uma grande variação de volume ao longo da semana.

5.3 Modelagem do Vertimento

É importante destacar que o procedimento descrito nos itens 5.1 e 5.2 considera a variação da geração apenas em relação a V e Q , para um valor de vertimento nulo. Portanto, os termos $GH(V_i, Q_i, S_i)$, $\frac{\partial GH}{\partial V}(V_i, Q_i, S_i)$, e $\frac{\partial GH}{\partial Q}(V_i, Q_i, S_i)$ são calculados, a partir da FPE, apenas nos pontos onde $S_i = 0$. Isto ocorre porque o gráfico da FPE é em geral não côncavo na dimensão do eixo do vertimento.

Para a aproximação no eixo do vertimento, a aproximação de Taylor $\frac{\partial GH}{\partial S}(V_i, Q_i, S_i)$, em cada ponto (V_i, Q_i) , que seria a extensão natural de cada (hiper) plano construído no item 5.1, é substituída por uma aproximação secante à FPE, denotada por $\frac{\Delta GH}{\Delta S}(V_i, Q_i)$. Esta secante passa pelos pontos $(V_i, Q_i, 0, GH(V_i, Q_i, 0))$, e $(V_i, Q_i, S_{ref}, GH(V_i, Q_i, S_{ref}))$, como mostrado na Figura 4.

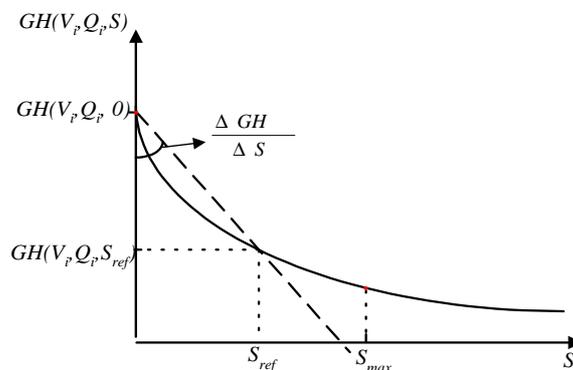


Figura 5.3 – Aproximação da FPE na dimensão S

O ponto de intercepção S_{ref} , pode ser fixo ou variável de acordo com o ponto (V_i, Q_i) . Neste último caso ele pode ser escolhido de forma a minimizar a soma dos desvios quadráticos entre a FPEA e a FPE, de $S = 0$ até $S = S_{max}$, sendo S_{max} , um valor definido para cada usina.

5.4 Expressão final para a FPEA

A FPEA de cada usina para o estágio t , considerando os procedimentos descritos nos itens 5.1 a 5.3, pode ser descrita pelo seguinte conjunto de planos:

$$GH_A(V^{t+1}, Q^t, S^t) \leq GH(V_i, Q_i, 0) + \frac{\partial GH}{\partial V}(V_i, Q_i, 0) \times (V^{t+1} - V_i) + \frac{\partial GH}{\partial Q}(V_i, Q_i, 0) \times (Q^t - Q_i) + \frac{\Delta GH}{\Delta S}(V_i, Q_i) \times S^t, \quad i=1, \dots, N \quad (5.3)$$

Como as coordenadas em V , Q e S para os N pontos utilizados na discretização são conhecidos, assim como as derivadas da FPE real, a representação destas inequações no PPL, dispondo as variáveis de decisão do lado esquerdo, é da forma:

$$GH^t - \frac{\partial GH}{\partial V}(V_i, Q_i, 0) V^{t+1} - \frac{\partial GH}{\partial Q}(V_i, Q_i, 0) Q^t - \frac{\Delta GH}{\Delta S}(V_i, Q_i) S^t \leq GH(V_i, Q_i, 0) - \frac{\partial GH}{\partial V}(V_i, Q_i, 0) V_i - \frac{\partial GH}{\partial Q}(V_i, Q_i, 0) Q_i, \quad i=1, \dots, N \quad (5.4)$$

5.5 Janela e Intervalo de Discretização para a FPEA

Um detalhe importante da implementação da FPEA é a definição do tamanho da janela e do intervalo de discretização para as variáveis V , Q e S .

5.5.1 Discretização em V

A discretização em V é a menos importante para o problema de despacho, onde o horizonte de estudo é de uma semana, por dois motivos:

- Para os reservatórios de maior porte, ao longo de uma semana as variações percentuais de volume são muito pequenas. É preciso que haja uma cheia muito grande para que o reservatório apresente um acréscimo significativo de volume neste horizonte de tempo, ou que exista uma necessidade muito grande de água a jusante para que haja um esvaziamento grande do reservatório. A segunda situação é bastante inusitada, e mesmo a primeira não é comum de ocorrer;
- Para os reservatórios de menor porte, onde acréscimos percentuais significativos poderiam ocorrer ao longo da semana, não se dispõe do polinômio cota-volume para calcular a variação da produtividade da usina com o volume do reservatório. Assim, mesmo que se identifique a necessidade de uma representação mais detalhada em V , esta fica impossibilitada pela ausência destes dados para modelagem no DESSEM, no qual estas usinas são ainda tratadas como fio d'água.

Dado o exposto acima, preferiu-se representar apenas um ponto em V para a FPEA para as usinas com reservatórios, correspondente ao volume ocupado no início do período de estudo.

5.5.2 Discretização em Q

A janela de discretização para Q deve englobar todo o intervalo correspondido entre $Q = 0$ e $Q = Q_{max}$, uma vez que não é possível conhecer a priori a faixa em que a usina irá operar no estudo a ser realizado pelo DESSEM. Ao contrário do que ocorre com o volume, não se pode delimitar uma faixa em torno do “turbinamento inicial” da usina (correspondente à geração da usina na meia hora anterior ao início do estudo), pois a usina, em questão de horas, pode apresentar uma variação da mesma magnitude de Q_{max} .

Em relação ao intervalo de discretização, sua definição foi resultado da análise dos desvios entre a FPE e a FPEA para diversos valores de intervalo adotados. Alguns destes resultados são mostrados na seção 7. Nota-se em geral que a adoção de 5 pontos de discretização para Q já fornece uma aproximação razoável para a FPE. A utilização de 15 pontos consegue ainda reduzir um pouco estes desvios, porém a um custo computacional maior em termos de tempo de execução. A adoção de grades com mais de 15 pontos melhora muito pouco a aproximação, sendo a relação benefício/custo cada vez menor, devido ao fato dos desvios já serem muito pequenos e o tempo computacional aumentar progressivamente.

Cabe ressaltar que, para usinas que apresentam a FPE com regiões fortemente não-côncavas, os desvios entre a FPE e a FPEA não podem ser reduzidos a valores tão pequenos quanto se queiram, a partir de um maior refinamento da grade de discretização. Nestas situações, há um desvio médio mínimo que não pode ser evitado em uma aproximação linear.

5.5.3 Discretização em S

Conforme observado anteriormente, a FPE no eixo da variável S , apresenta um comportamento contrário ao de V e Q , sendo seu gráfico levemente convexo. Desta forma, não há um intervalo de discretização neste eixo, já que a aproximação é feita por meio de uma secante (figura 5.3). Como mencionado anteriormente, deve-se definir entretanto o ponto em que a aproximação corta a FPE. Este valor pode ser calculado particularmente para cada usina, a fim de minimizar a média dos desvios entre a FPE e a FPEA, calculados para

diversos valores de vertimento entre 0 e um vertimento máximo “razoável” de acontecer na prática.

Nos resultados apresentados na seção 7, adotou-se o valor de $2*Q_{MLT}$ para S_{ref} , onde Q_{MLT} é a vazão média de longo termo para cada usina. A adoção deste valor apresentou bons resultados.

Observa-se ainda que a preocupação em se ter uma aproximação mais acurada deve se concentrar na região de menor vertimento (de 0 até Q_{MLT}). A razão disto é que, quando a usina está vertendo muito, o valor da água provavelmente é baixo e portanto é menos importante se ter uma aproximação excelente da FPE.

6 AVALIAÇÃO DA FPEA

A avaliação da FPEA é feita após a resolução do problema de otimização. De posse dos valores calculados de V , Q , S e GH para cada usina e em cada estágio e patamar, compara-se a geração que seria obtida pela FPE (a partir de V , Q , e S) com a que foi calculada com a FPEA (GH). Os desvios são computados, e seus valores fornecem uma medida da qualidade da FPEA, sendo úteis para orientar uma melhor aproximação (por exemplo, utilizar uma maior discretização em V e/ou Q).

Na seção 7 são mostrados os resultados de 2 tipos de estudo efetuados com a modelagem da FPEA no modelo DESSEM, os quais são descritos a seguir:

6.1 Comparação entre a FPEA e a Modelagem com Produtividade Constante

O primeiro estudo tem o objetivo de mostrar a necessidade de adoção da modelagem da produtividade variável das usinas hidroelétricas no modelo DESSEM, por meio da implementação da FPEA descrita neste relatório. Para tal realiza-se uma comparação entre os resultados obtidos com a FPEA e os obtidos adotando-se um modelo de função de produção com produtividade constante para as usinas (FPCTE), representado por:

$$GH = \rho Q, \quad (5.5)$$

onde ρ é a produtividade da usina, considerada constante para quaisquer valores de Q e V . Esta produtividade pode ser calculada, nos modelos de longo prazo, integrando-se uma curva $V \times Q \times \rho$ na região entre 0 e Q_{max} e entre V_{min} e V_{max} , obtendo-se desta forma um valor médio para ρ . No modelo DESSEM entretanto, consegue-se uma melhor aproximação para ρ ao longo do estudo utilizando-se como referência o volume do reservatório no início do estudo.

A análise feita neste estudo se baseia nas seguintes comparações:

- desvios obtidos entre a FPE e a FPEA e entre a FPE e a FPCTE
- tempos computacionais obtidos com a FPEA e com a FPCTE
- custo da solução ótima obtida com a FPEA e com a FPCTE

6.2 Análise de Sensibilidade da FPEA com a discretização para o turbinamento

O segundo estudo consiste em uma análise de sensibilidade em relação ao grau de refinamento da discretização na dimensão de Q . Foram avaliadas as diferenças nos desvios médios entre a FPE e a FPEA, no custo total de operação e no tempo computacional gasto em cada caso.

7 RESULTADOS NUMÉRICOS

A seguir apresentam-se os resultados numéricos para os dois estudos realizados com o objetivo de avaliar a FPEA. As características básicas do caso são apresentadas a seguir:

7.1 Dados dos Estudos

Os dados do sistema, relacionados a seguir, são os mesmos para ambos os estudos, e são adaptados de um estudo realizado no modelo DECOMP em setembro de 2000

Tabela 7.1 - Dados das usinas hidroelétricas

Região	Número de usinas	Capac. Instalada Total
Sudeste	47	39.485 MW
Sul	13	9.288 MW
Nordeste	7	10.058 MW
Norte	2	4.270 MW
Total	69	63.101 MW

Tabela 7.2 - Dados das usinas térmicas

Região	Número de usinas	Capac. Instal.
Sudeste	14	3.205 MW
Sul	14	1.761 MW
Nordeste	1	163 MW
Norte	0	0 MW
Total	29	5.129 MW

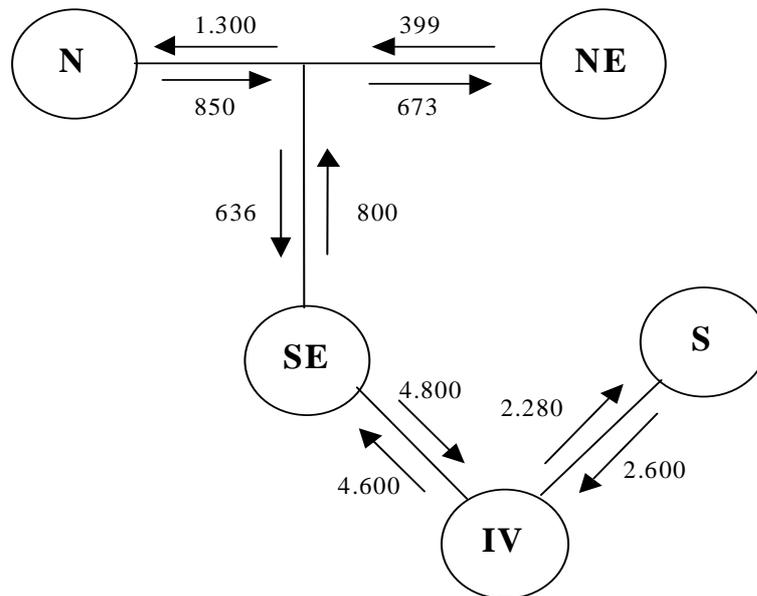


Figura 7.1 – Limites de intercâmbio entre subsistemas – valores em MW

Custo de déficit: 684 R\$/MWh

Dados de demanda:

Não se utilizou uma curva de carga horária para cada subsistema. Em seu lugar, adotaram-se os valores de carga para cada patamar (leve, médio e pesado) no modelo DECOMP. Desta forma, a curva de carga construída para o modelo DESSEM representa, a cada hora, o valor médio do patamar de carga no qual esta hora está incluída.

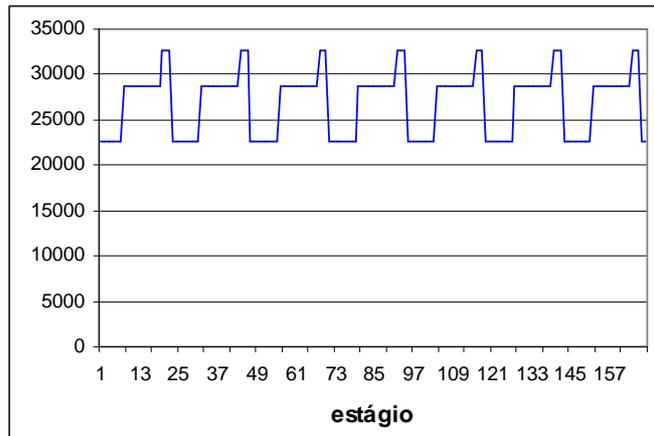


Figura 7.2 – Curva de Demanda – Subsistema Sudeste (valores em MW)

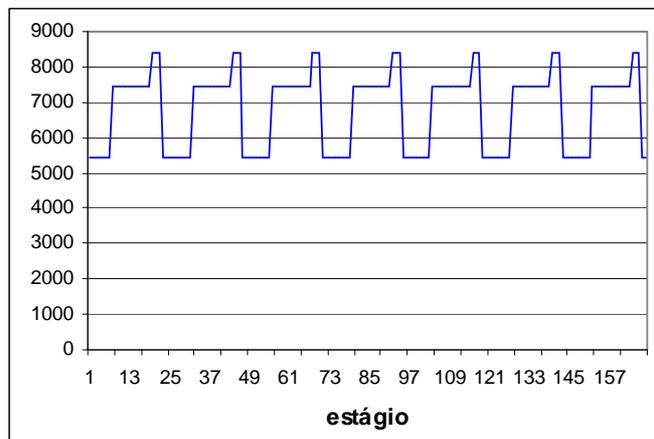


Figura 7.3 – Curva de Demanda – Subsistema Sul (valores em MW)

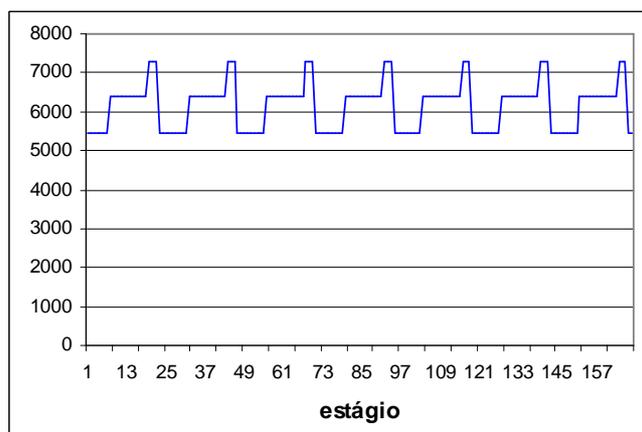


Figura 7.4 – Curva de Demanda – Subsistema Nordeste (valores em MW)

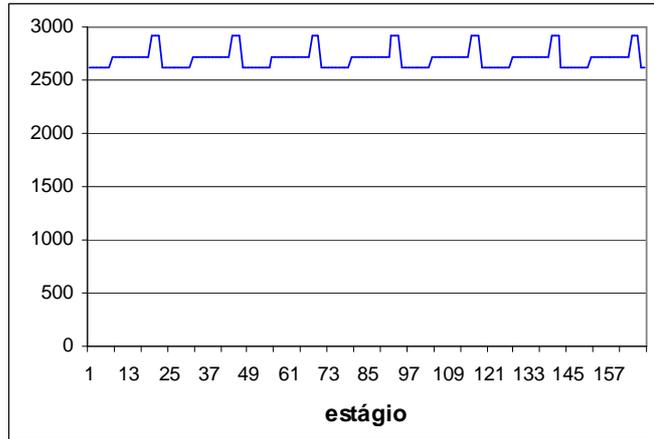


Figura 7.5 – Curva de Demanda – Subsistema Norte (valores em MW)

7.2 Estudo I: Comparação entre a FPEA e a FPCTE

O caso descrito anteriormente foi executado de duas formas: considerando a produtividade constante (FPCTE) para todas as usinas, e utilizando a modelagem descrita neste relatório (FPEA). A comparação dos desvios deve ser feita separadamente para os dois casos, ou seja, deve-se comparar primeiro a FPCTE com a FPE e depois a FPEA com a FPE, uma vez que, como se trata de um modelo de otimização, a mudança na modelagem da função de produção no PPL de cada estágio levará a pontos operativos diferentes nos dois casos, não sendo possível a comparação direta dos montantes de geração por usina e por estágio entre a FPEA e a FPCTE. Adotou-se uma grade de 5 pontos para a discretização da FPEA em Q .

As tabelas 7.3 e 7.4 mostram os desvios médios por usina (ao longo de todos os estágios de estudo) para a FPCTE e a FPEA, para as principais usinas do sistema. Nestas, GH(FPCTE) e GH(FPEA) são as médias das gerações fornecidas pelos PPLs na simulação final, para cada uma dessas modelagens implementadas no modelo DESSEM. A geração da FPE é a obtida em cada caso utilizando de forma exata os polinômios de montante e jusante do reservatório, para o ponto de operação (V , Q e S) obtido para cada usina e estágio no PPL de cada uma das modelagens.

Tabela 7.3 – Desvios entre a FPCTE e a FPE no caso em estudo, para as principais usinas do sistema.

Usina	GH (FPCTE) (MW)	GH (FPE) (MW)	Desvio absoluto (MW)	Desvio Relativo (%)
FURNAS	0,00	0,00	-	-

Usina	GH (FPCTE) (MW)	GH (FPE) (MW)	Desvio absoluto (MW)	Desvio Relativo (%)
MARIMBONDO	0,00	0,00	-	-
ILHA SOLTEIRA EQUIV.	2099,50	2257,79	-158,29	-7,01
JUPIÁ	1195,71	1233,64	-37,94	-3,08
ITAIPU	9293,22	9520,00	-226,78	-2,38
TRÊS MARIAS	245,12	247,50	-2,38	-0,96
SERRA DA MESA	595,62	597,15	-1,53	-0,26
SALTO SANTIAGO	1218,75	1218,92	-0,17	-0,01
SOBRADINHO	155,63	156,87	-1,24	-0,79
ITAPARICA	1131,74	1146,01	-14,28	-1,25

Tabela 7.4 – Desvios entre a FPEA e a FPE no caso em estudo, para as principais usinas do sistema.

Usina	GH (FPCTE) (MW)	GH (FPE) (MW)	Desvio absoluto (MW)	Desvio Relativo (%)
FURNAS	139,22	139,22	0,01	0,00
MARIMBONDO	162,82	160,41	2,41	0,00
ILHA SOLTEIRA EQUIV.	1222,98	1213,96	9,02	0,74
JUPIÁ	758,48	758,99	-0,51	-0,07
ITAIPU	8110,66	8125,27	-14,61	-0,18
TRÊS MARIAS	183,34	183,53	-0,19	-0,10
SERRA DA MESA	712,58	713,55	-0,97	-0,14
SALTO SANTIAGO	1409,61	1409,89	-0,29	-0,02
SOBRADINHO	542,01	545,89	-3,89	-0,71
ITAPARICA	1066,22	1063,43	2,79	0,26

Observa-se que, à exceção do pequeno aumento em Salto Santiago (0,01% para 0,02 %), todos os outros desvios foram menores para o caso com a utilização da FPEA, sendo que para Ilha Solteira Equivalente, Jupuí e Itaipu o desvio se tornou de 10 a 15 vezes menor. É interessante notar que, com a FPCTE, as usinas de Furnas e Marimbondo não foram despachadas. Isto acontece porque, utilizando uma produtividade constante, o modelo não considera a produtividade decrescente com o montante de vazão turbinada em cada usina, e a consequência disso é que há uma tendência em concentrar a geração em algumas usinas, deixando outras sem atividade.

A partir dos resultados para todas as usinas (mostrados nos Apêndices 10.1 e 10.2), calculou-se o desvio médio para as duas modelagens, o tempo computacional e os limites inferior e superior do custo da solução ótima, mostrados na tabela 7.5 a seguir.

Tabela 7.5 – Resumo comparativo entre as modelagens da FPCTE e FPEA

Modelo	Custo total de operação (1000R\$)	Tempo (min:seg)	Desvio médio absoluto	Desvio médio %
FPCTE	13.783.499,15	2:50	91,40	2,07
FPEA	13.781.612,50	3:37	-27,72	0,36

Observa-se que o desvio médio absoluto foi aproximadamente 6 vezes menor, sendo que o acréscimo de tempo computacional foi em torno de 20%, o que justifica plenamente a adoção da FPEA em relação à FPCTE. O custo de operação foi menor para a FPEA, mas não há um indício de que isto venha a ocorrer sempre, pois como mencionado anteriormente a FPCTE pode ser otimista ou pessimista, dependendo da operação dos reservatórios (enchimento / deplecionamento) ao longo do estudo.

Em relação aos pequenos desvios, mesmo no caso com função de produção constante (média de 2%), esclarece-se que, pelo fato do DESSEM ser um modelo com horizonte curto de tempo e a produtividade média ser calculada em função do volume inicial, os desvios médios não tendem a ser tão significativos, pela pequena variação de volume nos reservatórios ao longo da semana. Já em modelos com um maior horizonte de estudo, como o DECOMP, as diferenças tendem a ser maiores. De qualquer forma, mesmo no DESSEM observa-se que a diferença relativa percentual é bastante grande entre a FPEA e a FPCTE (0,36 para 2,07).

7.3 Análise de sensibilidade da FPEA em relação a Q

Utilizou-se o mesmo caso semanal do item 7.1, utilizando grades de 5, 15 e 25 pontos na dimensão Q . Os resultados para as mesmas usinas da tabela 7.4 são mostrados a seguir.

Tabela 7.6 – Desvios para cada usina, em relação ao número de pontos de discretização da FPEA para Q

Usina	5		15		25	
	Desvio Abs. (MW)	Desvio %	Desvio Abs. (MW)	Desvio %	Desvio Abs. (MW)	Desvio %
FURNAS	0,01	0,00	0,11	0,09	0,10	0,09

Usina	5		15		25	
	Desvio Abs. (MW)	Desvio %	Desvio Abs. (MW)	Desvio %	Desvio Abs. (MW)	Desvio %
MARIMBONDO	2,41	0,00	3,72	1,84	3,67	1,81
ILHA SOLT. EQ.	9,02	0,74	10,08	0,83	10,09	0,83
JUPIÁ	-0,51	-0,07	-0,18	-0,02	-0,08	-0,01
ITAIPU	-14,61	-0,18	-7,04	-0,09	-6,51	-0,08
TRÊS MARIAS	-0,19	-0,10	-0,17	-0,09	-0,16	-0,08
SERRA DA MESA	-0,97	-0,14	-0,73	0,00	-0,73	-0,10
SLT. SANTIAGO	-0,29	-0,02	-0,14	-0,01	-0,09	-0,01
SOBRADINHO	-3,89	-0,71	-3,31	-0,61	-3,26	-0,60
ITAPARICA	2,79	0,26	2,80	0,26	2,81	0,26

Os resultados para todas as usinas são mostrados nos apêndices 10.2, 10.3 e 10.4.

Observa-se que os desvios para estas 10 usinas já são muito pequenos mesmo com 5 pontos, embora ainda se consiga alguma diminuição ao aumentar a grade para 15 pontos. Já a adoção de 25 pontos para a grade de discretização em Q não fornece melhora visível nos resultados.

A seguir apresenta-se o resumo dos resultados desta análise de sensibilidade, considerando os desvios encontrados em todas as usinas do sistema.

Tabela 7.7 – Resumo da Análise de sensibilidade da FPEA em relação à discretização em Q

Nº. de pontos	Desvio Médio (%)	Custo (10 ⁶ \$)	CMO (R\$/MWh)				Tempo (min:seg)
			SE	S	NE	N	
5	0,36	13.781.612,50	122,40	0,21	0,03	0,15	3:37
15	0,23	13.781.704,78	122,38	0,38	0,03	0,14	5:38
25	0,23	13.781.708,30	122,39	0,41	0,03	0,14	11:26

Os resultados médios mostram que há um ganho razoável na aproximação da função de produção ao se passar de 5 pontos para 15 pontos, enquanto a adoção de grades mais detalhadas quase não melhora os resultados, tanto para os desvios como para a precisão no custo total de operação e nos custos marginais de energia em cada subsistema (CMOs).

A definição da malha deve buscar um equilíbrio entre o ganho obtido na aproximação da FPE e no cálculo do custo de operação com o aumento do tempo computacional. Pelos resultados apresentados a utilização de 5 pontos para o turbinamento já é muito boa, podendo-se obter ganhos de pouco mais de 33% nos desvios sem aumentar muito o tempo computacional aumentando a malha até 15 pontos, sendo esta opção a que parece fornecer o melhor custo / benefício.

8 CONCLUSÕES

Neste relatório apresentou-se a modelagem da função de produção das usinas hidroelétricas implementada no modelo DESSEM. Como a produção de uma usina depende do volume armazenado, do turbinamento e muitas vezes também do vertimento, esta função é multidimensional e sua modelagem requer alguns cuidados especiais. A utilização simplesmente de uma produtividade constante não é adequada, por se mostrar pessimista nos casos em que o sistema enche e principalmente por ser otimista justamente em uma situação crítica, quando o sistema depleciona.

Existe uma modelagem já implementada no modelo DECOMP, na qual a produção é função apenas do volume e da vazão defluente total da usina. Com a adoção de uma técnica que considera explicitamente as variáveis turbinamento e vertimento, acredita-se dispor de uma modelagem mais geral, que trata também situações em que o vertimento ocorre antes da usina chegar ao turbinamento máximo.

Os resultados apresentados mostraram a grande vantagem da utilização da Função de Produção Energética Aproximada (FPEA) em relação ao modelo de produtividade constante. Além disso, observa-se que os desvios entre a função de produção modelada e a produção real da usina são muito pequenos, o que mostra a qualidade da modelagem desenvolvida, sem que para isso se tenha um grande número de planos para representar a FPEA de cada usina. Assim, a modelagem é eficiente e “barata”, por não requerer excessivo esforço computacional.

Como trabalhos posteriores cita-se a comparação entre os resultados da modelagem desenvolvida para o modelo DESSEM e os obtidos com a modelagem original utilizada para o modelo DECOMP, a fim de mostrar de forma mais explícita as vantagens obtidas com a separação do turbinamento e vertimento na modelagem da função de produção.

9 REFERÊNCIAS

- [1] S.H.F Cunha, S. Prado, e J.P. Costa, “Modelagem da produtividade variável de usinas hidrelétricas com base na construção de uma função de produção energética”, XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, ABRH, anais 2, 391-397, Nov 1997.
- [2] Especificação Funcional do Modelo de Coordenação do Despacho Horário para a Programação da Operação Eletro-energética de Sistemas Hidrotérmicos Interligados - DESSEM, Relatório Técnico CEPEL, 1999.
- [3] CEPEL, Resumo Metodológico - Modelo Dessem, Relatório Técnico nº DPP/PEN – 1025/02, 2002.
- [4] Especificação Funcional do Modelo de Determinação da Coordenação da Operação a Curto Prazo – DECOMP, Relatório Técnico CEPEL - DPP/PEL 343/99
- [5] IBM, OSL-Optimization Subroutine Library - Guide and Reference Release 2.1 – IBM, 1995
- [6] M.V.F. Pereira, L.M.V.G. Pinto, “Multi Stage Stochastic Optimization Applied to Energy Planning”, Mathematical Programming, 359-375 52, 1991.
- [7] Diniz, A.S.L, Maceira, M.E., Souza, L.C.F. et al, “Aplicação de Técnicas de Relaxação Lagrangeana e Programação Dinâmica Dual ao Modelo de Despacho Horário da Operação Energética – DESSEM”, XVII SNPTEE, Uberlândia, Brazil, 2003.
- [8] Belloni, A.S., Diniz, A.L., Sagastizábal, C., Maceira, M.E., “*Bundle Relaxation and Primal Recovery in Unit Commitment Problems - The Brazilian Case*”, Annals of Operation Research, 120, 21-44, 2003
- [9] Diniz, A.S.L. Terry,L.A., Sousa, L.C.F. et al, “Hydro unit-commitment via lagrangian relaxation. application to the brazilian optimization model for short term scheduling of hydrothermal interconnected systems – DESSEM”, IX SEPOPE, Rio de Janeiro, Brazil, 2004

- [10] CEPEL, *Comissionamento de Unidades Hidráulicas no Problema do Planejamento da Operação de Curto Prazo*, Relatório Técnico nº DPP/PEN – 447/2000, 2000.
- [11] CEPEL, Modelo DECOMP – Manual de Referência Versão 11.0, Relatório Técnico DPD / PEN – 15053/03, Dezembro 2002

10 ANEXO: Resultados Obtidos para os casos estudados

10.1 Resultados para o Caso com Produtividade Constante (FPCTE)

Tabela 10.1 – Desvios entre a FPCTE e a FPE, para todas as usinas do sistema.

Usina	GH (FPCTE)	GH (FPE)	desvio absoluto	desvio %
CAMARGOS	4,32	4,24	0,08	1,92
ITUTINGA	6,50	6,45	0,05	0,76
FURNAS	0,00	0,00	0,00	0,00
M. DE MORAES	351,82	353,13	-1,31	-0,37
ESTREITO	576,29	577,13	-0,84	-0,15
JAGUARA	424,00	416,62	7,38	1,77
IGARAPAVA	158,65	159,65	-1,00	-0,63
VOLTA GRANDE	268,30	264,42	3,88	1,47
P. COLÔMBIA	202,16	230,04	-27,88	-12,12
CACONDE	76,63	80,40	-3,77	-4,69
E. DA CUNHA	84,22	87,91	-3,69	-4,20
A. S. OLIVEIRA	25,01	24,33	0,68	2,79
MARIMBONDO	0,00	0,00	0,00	0,00
A. VERMELHA	28,01	26,09	1,92	7,38
EMBORCAÇÃO	0,00	0,00	0,00	0,00
NOVA PONTE	4,33	4,30	0,03	0,68
MIRANDA	121,86	123,88	-2,01	-1,63
CORUMBÁ	367,03	373,01	-5,99	-1,61
ITUMBIARA	174,90	175,19	-0,29	-0,16
CACH. DOURADA	90,54	92,88	-2,34	-2,52
SÃO SIMÃO	1;709,40	1;651,94	57,46	3,48
BARRA BONITA	96,51	97,69	-1,18	-1,20
A. S. LIMA	112,73	110,85	1,88	1,70
IBITINGA	131,40	121,89	9,51	7,80
PROMISSÃO	155,71	153,31	2,40	1,57
NAVANHANDAVA	220,07	206,93	13,14	6,35
I. SOLT. EQUIV.	2;099,50	2;257,79	-158,29	-7,01
JUPIÁ	1;195,71	1;233,64	-37,94	-3,08
A. A. LAYDNER	0,00	0,00	0,00	0,00
CHAVANTES	156,10	156,54	-0,44	-0,28
L. N. GARCEZ	48,17	46,56	1,61	3,45
CANOAS II	40,87	41,13	-0,26	-0,63
CANOAS I	49,96	49,20	0,77	1,55
CAPIVARA	631,20	640,00	-8,80	-1,38
TAQUARUÇU	365,43	362,34	3,09	0,85
ROSANA	297,51	294,68	2,83	0,96
ITAIPIU	9;293,22	9;520,00	-226,78	-2,38
BILLINGS	0,00	0,00	0,00	0,00
HENRY BORDEN	580,20	580,20	0,00	0,00
SOBRAGI	15,16	14,38	0,78	5,42
FONTES A + BC	132,00	132,00	0,00	0,00

Usina	GH (FPCTE)	GH (FPE)	desvio absoluto	desvio %
SALTO GRANDE	51,19	50,89	0,30	0,59
MASCARENHAS	83,18	80,31	2,87	3,57
TRÊS MARIAS	245,12	247,50	-2,38	-0,96
GUILMAN AMORIM	39,94	39,94	0,00	0,00
ROSAL	32,22	32,20	0,02	0,06
SERRA DA MESA	595,62	597,15	-1,53	-0,26
DESVIO JORDÃO	0,00	0,00	0,00	0,00
G. B. MUNHOZ	1;298,41	1;329,82	-31,41	-2,36
SEGREDO	1;193,14	1;198,03	-4,89	-0,41
SALTO SANTIAGO	1;218,75	1;218,92	-0,17	-0,01
SALTO OSÓRIO	820,31	827,14	-6,83	-0,83
SALTO CAXIAS	846,69	847,66	-0,97	-0,11
ITÁ	580,00	572,35	7,65	1,34
PASSO FUNDO	225,59	226,00	-0,41	-0,18
ERNESTINA	0,00	0,00	0,00	0,00
PASSO REAL	1,83	1,77	0,05	3,07
JACUÍ	4,83	4,79	0,04	0,85
ITAÚBA	42,99	42,77	0,22	0,52
G. P. SOUZA	259,69	260,00	-0,31	-0,12
SOBRADINHO	155,63	156,87	-1,24	-0,79
ITAPARICA	1;131,74	1;146,01	-14,28	-1,25
MOXOTÓ	38,56	38,56	0,00	0,00
PAULO AFONSO 123	172,92	153,26	19,66	12,83
PAULO AFONSO 4	2;439,25	2;392,19	47,06	1,97
XINGÓ	2;642,97	2;642,97	0,00	0,00
BOA ESPERANÇA	0,00	0,00	0,00	0,00
CURUA-UNA	25,79	30,00	-4,21	-14,03
ITAIPU	3;051,40	2;960,00	91,40	3,09

10.2 Resultados para o Caso com Modelagem da Função de Produção – 5 Pontos para o Turbinamento

Tabela 10.2 – Desvios entre a FPEA e a FPE – 5 pontos para turbinamento - para todas as usinas do sistema.

Usina	GH (FPEA)	GH (FPE)	desvio absoluto	desvio %
CAMARGOS	10,88	10,81	0,07	0,69
ITUTINGA	16,86	16,88	-0,02	-0,13
FURNAS	139,22	139,22	0,01	0,00
M. DE MORAES	304,01	309,37	-5,36	-1,73
ESTREITO	492,57	492,65	-0,08	-0,02
JAGUARA	363,43	363,49	-0,06	-0,02
IGARAPAVA	136,35	136,36	-0,01	0,00
VOLTA GRANDE	231,20	231,24	-0,04	-0,02
P. COLÔMBIA	175,36	175,42	-0,06	-0,03
CACONDE	50,17	50,38	-0,21	-0,43
E. DA CUNHA	59,86	59,91	-0,05	-0,09
A. S. OLIVEIRA	17,81	17,83	-0,02	-0,12
MARIMBONDO	162,82	160,41	2,41	0,00
A. VERMELHA	712,84	718,42	-5,58	-0,78
EMBORCAÇÃO	0,00	0,00	0,00	0,00
NOVA PONTE	52,45	52,55	-0,10	-0,20
MIRANDA	143,72	145,81	-2,09	-1,43
CORUMBÁ	217,58	219,76	-2,17	-0,99
ITUMBIARA	526,47	528,55	-2,08	-0,39
CACH. DOURADA	255,32	256,07	-0,75	-0,29
SÃO SIMÃO	1;696,82	1;710,00	-13,18	-0,77
BARRA BONITA	96,44	98,40	-1,96	-1,99
A. S. LIMA	112,65	112,66	-0,01	-0,01
IBITINGA	131,32	131,32	0,00	0,00
PROMISSÃO	231,27	233,45	-2,19	-0,94
NAVANHANDAVA	326,39	326,44	-0,05	-0,01
I. SOLT. EQUIV.	1;222,98	1;213,96	9,02	0,74
JUPIÁ	758,48	758,99	-0,51	-0,07
A. A. LAYDNER	18,62	18,67	-0,06	0,00
CHAVANTES	208,43	209,12	-0,69	-0,33
L. N. GARCEZ	61,75	61,77	-0,02	-0,03
CANOAS II	52,00	52,01	-0,01	-0,03
CANOAS I	63,06	61,07	1,99	3,26
CAPIVARA	633,61	640,00	-6,39	-1,00
TAQUARUÇU	366,45	366,81	-0,36	-0,10
ROSANA	298,24	298,35	-0,12	-0,04
ITAIPU	8;110,66	8;125,27	-14,61	-0,18
BILLINGS	0,00	0,00	0,00	0,00
HENRY BORDEN	555,00	555,00	0,00	0,00
SOBRAGI	15,16	15,16	0,00	0,00
FONTES A+BC	132,00	132,00	0,00	0,00

Usina	GH (FPEA)	GH (FPE)	desvio absoluto	desvio %
SALTO GRANDE	51,19	51,19	0,00	0,00
MASCARENHAS	83,18	83,38	-0,20	-0,24
TRÊS MARIAS	183,34	183,53	-0,19	-0,10
GUILMAN AMORIM	39,94	39,94	0,00	0,00
ROSAL	32,22	32,21	0,01	0,03
SERRA DA MESA	712,58	713,55	-0,97	-0,14
DESVIO JORDÃO	0,00	0,00	0,00	0,00
G. B. MUNHOZ	1;524,49	1;549,92	-25,42	-1,64
SEGREDO	1;210,40	1;210,10	0,30	0,02
SALTO SANTIAGO	1;409,61	1;409,89	-0,29	-0,02
SALTO OSÓRIO	903,78	904,03	-0,25	-0,03
SALTO CAXIAS	946,85	947,10	-0,25	-0,03
ITÁ	579,57	580,00	-0,43	-0,07
PASSO FUNDO	225,91	226,00	-0,09	-0,04
ERNESTINA	0,00	0,00	0,00	0,00
PASSO REAL	157,38	156,94	0,44	0,28
JACUÍ	179,96	180,00	-0,04	-0,02
ITAÚBA	500,00	500,00	0,00	0,00
G. P. SOUZA	259,69	260,00	-0,31	-0,12
SOBRADINHO	542,01	545,89	-3,89	-0,71
ITAPARICA	1;066,22	1;063,43	2,79	0,26
MOXOTÓ	21,14	21,14	0,00	0,00
PAULO AFONSO 123	95,06	95,29	-0,23	-0,24
PAULO AFONSO 4	2;351,35	2;351,59	-0,24	-0,01
XINGÓ	2;452,53	2;452,53	0,00	0,00
BOA ESPERANÇA	0,00	0,00	0,00	0,00
CURUA-UNA	30,00	29,13	0,87	2,99
ITAIPU	2;933,15	2;960,87	-27,72	-0,94

10.3 Resultados para o Caso com Modelagem da Função de Produção – 15 Pontos para o Turbinamento

Tabela 10.3 – Desvios entre a FPEA e a FPE – 15 pontos para turbinamento - para todas as usinas do sistema.

Usina	GH (FPEA)	GH (FPE)	desvio absoluto	desvio %
CAMARGOS	9,06	8,96	0,10	1,08
ITUTINGA	14,03	14,03	0,00	-0,02
FURNAS	116,47	116,36	0,11	0,09
M. DE MORAES	304,41	310,15	-5,74	0,00
ESTREITO	493,84	493,85	-0,01	0,00
JAGUARA	364,36	364,36	0,00	0,00
IGARAPAVA	136,69	136,69	0,00	0,00
VOLTA GRANDE	231,77	231,77	0,00	0,00
P. COLÔMBIA	175,77	175,77	0,00	0,00
CACONDE	49,64	49,83	-0,19	-0,38
E. DA CUNHA	59,42	59,42	0,00	0,00
A. S. OLIVEIRA	17,67	17,67	0,00	0,00
MARIMBONDO	205,72	201,99	3,72	1,84
A. VERMELHA	752,74	757,83	-5,09	0,00
EMBORCAÇÃO	0,00	0,00	0,00	0,00
NOVA PONTE	52,43	52,34	0,10	0,00
MIRANDA	139,07	141,02	-1,95	-1,38
CORUMBÁ	226,57	228,82	-2,24	-0,98
ITUMBIARA	491,24	491,48	-0,25	-0,05
CACH. DOURADA	239,13	239,19	-0,06	-0,02
SÃO SIMÃO	1;695,83	1;710,00	-14,17	-0,83
BARRA BONITA	96,51	98,44	-1,92	-1,95
A. S. LIMA	112,73	112,73	0,00	0,00
IBITINGA	131,40	131,40	0,00	0,00
PROMISSÃO	232,09	234,24	-2,15	-0,92
NAVANHANDAVA	327,51	327,51	0,00	0,00
I. SOLT. EQUIV.	1;225,45	1;215,37	10,08	0,83
JUPIÁ	759,49	759,67	-0,18	-0,02
A. A. LAYDNER	19,92	19,93	-0,01	-0,04
CHAVANTES	209,65	210,22	-0,56	0,00
L. N. GARCEZ	62,07	62,07	0,00	0,00
CANOAS II	52,26	52,26	0,00	0,00
CANOAS I	63,38	61,41	1,97	3,20
CAPIVARA	633,62	640,00	-6,38	-1,00
TAQUARUÇU	366,45	366,46	-0,01	0,00
ROSANA	298,24	298,25	-0,01	0,00
ITAIPIU	8;115,59	8;122,63	-7,04	-0,09
BILLINGS	0,00	0,00	0,00	0,00
HENRY BORDEN	555,00	555,00	0,00	0,00
SOBRAGI	15,16	15,16	0,00	0,00
FONTES A+BC	132,00	132,00	0,00	0,00

Usina	GH (FPEA)	GH (FPE)	desvio absoluto	desvio %
SALTO GRANDE	51,19	51,19	0,00	0,00
MASCARENHAS	83,18	83,18	0,00	0,00
TRÊS MARIAS	192,85	193,02	-0,17	-0,09
GUILMAN AMORIM	39,94	39,94	0,00	0,00
ROSAL	32,22	32,21	0,01	0,03
SERRA DA MESA	690,05	690,78	-0,73	0,00
DESVIO JORDÃO	0,00	0,00	0,00	0,00
G. B. MUNHOZ	1;526,84	1;552,29	-25,46	0,00
SEGREDO	1;205,48	1;205,32	0,16	0,01
SALTO SANTIAGO	1;413,52	1;413,66	-0,14	-0,01
SALTO OSÓRIO	904,58	904,77	-0,19	-0,02
SALTO CAXIAS	947,61	947,64	-0,03	0,00
ITÁ	579,57	580,00	-0,43	-0,07
PASSO FUNDO	225,91	226,00	-0,09	-0,04
ERNESTINA	0,00	0,00	0,00	0,00
PASSO REAL	157,39	156,94	0,45	0,00
JACUÍ	179,96	180,00	-0,04	-0,02
ITAÚBA	500,00	500,00	0,00	0,00
G. P. SOUZA	259,69	260,00	-0,31	-0,12
SOBRADINHO	542,69	546,00	-3,31	-0,61
ITAPARICA	1;066,30	1;063,50	2,80	0,26
MOXOTÓ	20,95	20,95	0,00	0,00
PAULO AFONSO 123	94,21	94,21	0,00	0,00
PAULO AFONSO 4	2;352,53	2;352,55	-0,02	0,00
XINGÓ	2;452,67	2;452,67	0,00	0,00
BOA ESPERANÇA	0,00	0,00	0,00	0,00
CURUA-UNA	30,00	29,13	0,87	0,00
ITAIPU	2;933,85	2;960,87	-27,02	-0,91

10.4 Resultados para o Caso com Modelagem da Função de Produção – 25 Pontos para o Turbinamento

Tabela 10.4 – Desvios entre a FPEA e a FPE – 25 pontos para turbinamento - para todas as usinas do sistema.

Usina	GH (FPEA)	GH (FPE)	desvio absoluto	desvio %
CAMARGOS	9,39	9,30	0,09	1,01
ITUTINGA	14,54	14,54	0,00	0,00
FURNAS	117,40	117,30	0,10	0,09
M. DE MORAES	304,57	310,23	-5,66	0,00
ESTREITO	493,98	493,99	-0,01	0,00
JAGUARA	364,46	364,46	0,00	0,00
IGARAPAVA	136,73	136,73	0,00	0,00
VOLTA GRANDE	231,83	231,83	0,00	0,00
P. COLÔMBIA	175,81	175,81	0,00	0,00
CACONDE	49,19	49,37	-0,18	-0,37
E. DA CUNHA	59,01	59,01	0,00	0,00
A. S. OLIVEIRA	17,55	17,55	0,00	0,00
MARIMBONDO	206,33	202,66	3,67	1,81
A. VERMELHA	760,46	765,49	-5,03	0,00
EMBORCAÇÃO	0,00	0,00	0,00	0,00
NOVA PONTE	50,73	50,62	0,11	0,00
MIRANDA	140,28	142,28	-2,00	-1,41
CORUMBÁ	226,30	228,56	-2,26	-0,99
ITUMBIARA	486,85	486,96	-0,11	-0,02
CACH. DOURADA	237,13	237,15	-0,02	-0,01
SÃO SIMÃO	1;695,68	1;710,00	-14,32	-0,84
BARRA BONITA	96,51	98,43	-1,92	-1,95
A. S. LIMA	112,73	112,73	0,00	0,00
IBITINGA	131,40	131,40	0,00	0,00
PROMISSÃO	231,73	233,87	-2,14	-0,92
NAVANHANDAVA	327,02	327,02	0,00	0,00
I. SOLT. EQUIV.	1;225,82	1;215,73	10,09	0,83
JUPIÁ	759,67	759,75	-0,08	-0,01
A. A. LAYDNER	19,24	19,25	0,00	-0,02
CHAVANTES	209,19	209,75	-0,56	0,00
L. N. GARCEZ	61,95	61,95	0,00	0,00
CANOAS II	52,16	52,16	0,00	0,00
CANOAS I	63,26	61,28	1,98	3,23
CAPIVARA	633,62	640,00	-6,38	-1,00
TAQUARUÇU	366,45	366,45	0,00	0,00
ROSANA	298,24	298,24	0,00	0,00
ITAIPU	8;116,14	8;122,65	-6,51	-0,08
BILLINGS	0,00	0,00	0,00	0,00
HENRY BORDEN	555,00	555,00	0,00	0,00
SOBRAGI	15,16	15,16	0,00	0,00
FONTES A+BC	132,00	132,00	0,00	0,00

Usina	GH (FPEA)	GH (FPE)	desvio absoluto	desvio %
SALTO GRANDE	51,19	51,19	0,00	0,00
MASCARENHAS	83,18	83,18	0,00	0,00
TRÊS MARIAS	192,07	192,23	-0,16	-0,08
GUILMAN AMORIM	39,94	39,94	0,00	0,00
ROSAL	32,22	32,21	0,01	0,03
SERRA DA MESA	691,29	692,02	-0,73	-0,10
DESVIO JORDÃO	0,00	0,00	0,00	0,00
G. B. MUNHOZ	1;522,04	1;547,30	-25,25	0,00
SEGREDO	1;203,67	1;203,50	0,16	0,01
SALTO SANTIAGO	1;416,52	1;416,62	-0,09	-0,01
SALTO OSÓRIO	906,55	906,73	-0,18	-0,02
SALTO CAXIAS	949,50	949,52	-0,02	0,00
ITÁ	579,57	580,00	-0,43	-0,07
PASSO FUNDO	225,91	226,00	-0,09	-0,04
ERNESTINA	0,00	0,00	0,00	0,00
PASSO REAL	157,39	156,94	0,46	0,00
JACUÍ	179,96	180,00	-0,04	-0,02
ITAÚBA	500,00	500,00	0,00	0,00
G. P. SOUZA	259,69	260,00	-0,31	-0,12
SOBRADINHO	542,69	545,95	-3,26	-0,60
ITAPARICA	1;066,32	1;063,51	2,81	0,26
MOXOTÓ	20,92	20,92	0,00	0,00
PAULO AFONSO 123	94,05	94,06	-0,01	-0,01
PAULO AFONSO 4	2;352,75	2;352,76	0,00	0,00
XINGÓ	2;452,69	2;452,69	0,00	0,00
BOA ESPERANÇA	0,00	0,00	0,00	0,00
CURUA-UNA	30,00	29,13	0,87	0,00
ITAIPU	2;933,90	2;960,87	-26,97	-0,91