

# Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL



## Relatório Técnico

|                          |                          |                        |
|--------------------------|--------------------------|------------------------|
| <b>Nº/Ano:</b> 6695/2019 | <b>Nº de Páginas:</b> 15 | <b>Nº de Anexos:</b> 0 |
|--------------------------|--------------------------|------------------------|

**Título:** Consideração das restrições de unit commitment no modelo dessem por programação linear inteira-mista (MILP), com representação de trajetórias de partida e parada e modelagem de usinas térmicas a ciclo combinado

**Departamento:** Departamento de Otimização Energética e Meio Ambiente - DEA

**Área de Responsabilidade:** B200      **Conta de Apropriação:** 1600

**Cliente:**  
OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO - ONS  
Rua Júlio do Carmo, 251 - Cidade Nova  
Rio de Janeiro - RJ, CEP: 20211-160

**Atenção:**  
Alberto Sérgio Kligerman

**Resumo:**  
Este relatório especifica as restrições de Unit Commitment Térmico incluídas no modelo DESSEM.

**Autores:**  
Carlos Henrique Sabóia - Cepel *CS*  
Tiago Norbiato dos Santos - Cepel *TNS*  
André Luiz Diniz Souto Lima - Cepel *ALDSL*

**Palavras-Chave:**  
Unit Commitment Térmico; Programação mista inteira-linear

**Classificação:** CONTROLADO

**Gerente de Projeto**  
*TNS*  
Tiago Norbiato dos Santos

**Tel.:** 2598-6245  
**E-mail:** tnorbiato@cepel.br

**Chefe do Departamento DEA**  
*ALDSL*  
André Luiz Diniz Souto Lima

**Tel.:** 2598-6046  
**E-mail:** diniz@cepel.br

### Aprovação

*RBS*  
**Raul Balbi Söllero**  
Diretor de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação  
*30/10/2019*

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL      www.cepel.br  
Sede: Av. Horácio Macedo, 354 - Cidade Universitária - CEP 21941-911 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil - Tel.: 21 2598-6000 - Fax: 21 2260-1340  
Unidade Adrianópolis: Av. Olinda, 5800 - Adrianópolis - CEP 26053-121 - Nova Iguaçu - RJ - Brasil - Tel.: 21 2666-6200 - Fax: 21 2667-3518  
Endereço Postal: CEPTEL Caixa Postal 68007 - CEP 21944-970 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil / Endereço Eletrônico: cepel@cepel.br

CEPEL

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

PROJETO DESSEM

Relatório Técnico

**Consideração das restrições de *unit commitment* no modelo dessem por programação linear inteira-mista (MILP), com representação de trajetórias de partida e parada e modelagem de usinas térmicas a ciclo combinado**

Revisão 1

Outubro/2019

### 1 INTRODUÇÃO

O Operador Nacional do Sistema Elétrico Brasileiro (ONS) utiliza uma cadeia de modelos energéticos desenvolvidos pelo Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (CEPEL) para coordenar o Planejamento da Operação do Sistema Interligado Nacional Brasileiro (SIN). Nesta cadeia, utiliza-se para o planejamento de médio prazo o modelo NEWAVE, para o curto prazo o modelo DECOMP e, para o curtíssimo prazo, está em validação o modelo DESSEM.

Em cada modelo, resolve-se um problema de programação linear (PPL), determinístico ou estocástico, com o objetivo de minimizar o custo total de operação, representado pela soma dos custos de geração termoelétrica e eventuais custos de déficit. Em particular, nos modelos DECOMP e DESSEM, como o horizonte de planejamento não é muito longo, minimiza-se a soma do custo presente (custo de geração térmica ao longo do período) com o custo futuro, definido por uma Função de Custo Futuro (FCF) calculada pelos modelos NEWAVE e DECOMP, respectivamente. Esta FCF fornece uma estimativa do custo de operação do sistema após o horizonte de estudo, em função do estado final do sistema (armazenamento nos reservatórios e, no caso do NEWAVE, também as afluências passadas), garantindo o acoplamento entre os modelos.

O programa DESSEM fornece uma proposta para Programação Diária da Operação (PDO) de Sistemas Hidrotérmicos, com um horizonte de estudo de até 2 semanas e discretizado em intervalos de até meia-hora, podendo-se também adotar patamares cronológicos de maior duração. Além de diversas funcionalidades que já são representadas pelo modelo DECOMP, o modelo DESSEM considera uma série de aspectos essenciais para a PDO, tais como a operação de unidades geradoras, a modelagem DC da rede elétrica, com representação de limites de fluxo, restrições de segurança e perdas nas linhas de transmissão, propagação da água entre usinas hidroelétricas em cascata, restrições de rampa tanto para geração como para variáveis associadas à operação hidráulica, entre outros.

Neste relatório, descreve-se a implementação da funcionalidade de *unit commitment* das unidades geradoras termoelétricas, que envolve a consideração de vários aspectos relacionados à operação das usinas térmicas, como custos de partida/parada, tempos mínimos ligada/desligada, geração térmica mínima das unidades quando acionadas, rampas de variação entre a geração mínima e máxima, trajetória de acionamento e desligamento das unidades, operação de usinas térmicas a ciclo combinado. O problema é modelado como um problema de programação inteira mista, resolvido pelo pacote de otimização CPLEX.

## 2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DAS RESTRIÇÕES/CUSTOS DE UCT

Neste capítulo encontra-se a descrição da modelagem matemática do problema de *unit commitment* térmico (UCT), implementado no modelo DESSEM. A modelagem proposta teve como base o modelo de programação inteira mista descrito em [1] e aprimorado em [2]. Após uma primeira versão, entregue em 09/2017, outros importantes e inovadores aprimoramentos foram derivados e implementados até 05/2019, como a modelagem das trajetórias de acionamento e desligamento das unidades térmicas, tratamento de usinas térmicas a ciclo combinado através do conceito de unidades equivalentes gás/vapor, metodologia de solução baseada nos algoritmos *feasibility pump* e *local branching*.

### 2.1 Variáveis adicionais

Além de todas as variáveis já empregadas na formulação matemática do modelo DESSEM e descritas em [3], são adicionadas as seguintes variáveis de decisão ao problema, para representação das restrições de *unit commitment* térmico:

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| $u_i^t \in \{0,1\}$              | Estado da unidade térmica $i$ , no período de tempo $t$ , sendo 1 (ligada) ou 0 (desligada);  |
| $gt_i^t \in \mathbb{R}_+$        | Geração da unidade térmica $i$ , no período de tempo $t$ ;  |
| $\hat{y}_i^t \in [0,1]$          | Variável contínua de mudança de estado (ligar) da unidade térmica $i$ , no período de tempo $t$ , sendo 1 (ligou no período de tempo $t$ ) e 0 (sem mudança no estado podendo estar ligada ou desligada);       |
| $\hat{w}_i^t \in \{0,1\}$        | Variável binária auxiliar ao indicativo de acionamento;   |
| $\hat{\delta}_i^t \in \{0,1\}$   | Variável binária auxiliar para relaxar a trajetória de acionamento no caso de transição entre unidades equivalentes de usinas a ciclo combinado;  |
| $\tilde{y}_i^t \in [0,1]$        | Variável contínua de mudança de estado (desligar) da unidade térmica $i$ , no período de tempo $t$ , sendo 1 (desligou no período de tempo $t$ ) e 0 (sem mudança no estado podendo estar ligada ou desligada); |
| $\tilde{w}_i^t \in \{0,1\}$      | Variável binária auxiliar ao indicativo de desligamento;  |
| $\tilde{\delta}_i^t \in \{0,1\}$ | Variável binária auxiliar para relaxar a trajetória de desligamento no caso de transição entre unidades equivalentes de usinas a ciclo combinado;   |
| $\hat{C}_i^t \in \mathbb{R}_+$   | Custo de mudança de estado (ligar ou desligar) da unidade térmica $i$ , no período de tempo $t$ ;   |
| $\alpha_i^t \in \{0,1\}$         | Variável binária auxiliar para relaxar a rampa de subida ou descida entre a geração mínima e máxima, em caso de transição de unidades equivalentes em usinas a ciclo combinado.                                 |

### 2.2 Parâmetros

Consideram-se os seguintes valores conhecidos na modelagem do problema:

|                    |   |
|--------------------|---|
| $NUT$              | Número total de unidades térmicas na configuração;                        |
| $T$                | Número total de períodos de tempo;  |
| $\underline{gt}_i$ | Geração mínima da unidade térmica $i$ ;                                   |
| $\overline{gt}_i$  | Geração máxima da unidade térmica $i$ ;                                   |
| $GT_i^{Inic}$      | Geração inicial da unidade térmica $i$ ;                                  |
| $N_i^{Inic}$       | Número de horas que a unidade $i$ , esta <i>on</i> (+) ou <i>off</i> (-); |
| $C_i^{cold}$       | Custo de ligar uma unidade térmica $i$ , desligada há muito tempo;        |

|                  |  |
|------------------|--|
| $C_i^{shunt}$    | Custo de desligar uma unidade térmica $i$ ;  |
| $TrUp_i(k)$      | Trajectoria de acionamento. Conjunto crescente dos $k$ -ésimos valores de geração que uma unidade térmica $i$ deve seguir até atingir sua geração mínima;                |
| $NUp_i$          | Número de valores contidos na trajetória de acionamento da unidade térmica $i$ , ou seja, número de períodos de tempo necessários para atingir a geração térmica mínima; |
| $RUp_i$          | Varição máxima de subida (Ramp Up) da geração da unidade térmica $i$ , fora da trajetória de acionamento;  |
| $TrDn_i(k)$      | Trajectoria de desligamento. Conjunto decrescente dos $k$ -ésimos valores de geração que uma unidade térmica $i$ deve seguir até anular sua geração;                     |
| $NDn_i$          | Número de valores contidos na trajetória de desligamento da unidade térmica $i$ , ou seja, número de períodos de tempo necessários para anular sua geração;              |
| $RDn_i$          | Varição máxima de descida (Ramp Down) da geração da unidade térmica $i$ , fora da trajetória de desligamento;  |
| $TON_i$          | Tempo mínimo que a unidade térmica $i$ deve permanecer ligada. Assumisse que $TON_i \geq NUp_i + NDn_i$ ;  |
| $TOff_i$         | Tempo mínimo que a unidade térmica $i$ deve permanecer desligada;  |
| $\lambda(t)$     | Número total de períodos, entre o período inicial e o período $t$ ;  |
| $\Delta(t)$      | Duração em horas do período de tempo $t$ ;   |
| $\Psi(t_1, t_2)$ | Duração total de horas do período de tempo $t_1$ ao período de tempo $t_2$ ;   |

### 2.3 Restrições de Indicativo de Acionamento

Estas restrições, definidas para todas as unidades térmicas e em todos os períodos de decisão, informam se houve acionamento em algum instante de tempo.

$$\hat{y}_i^t = \hat{w}_i^t + (u_i^t - u_i^{t-1}) - \delta_i^t, \quad \forall i \leq NUT, \forall t \leq T$$

$$\hat{y}_i^t + \hat{w}_i^t \leq 1, \quad \forall i \leq NUT, \forall t \leq T$$

### 2.4 Termo Indicador de Acionamento

A expressão abaixo, definida para todas as unidades térmicas e em todos os períodos de decisão, informa se houve acionamento em algum dos  $NUp_i$  períodos anteriores ao instante  $t$  em análise. Se a expressão tiver valor 1 então a unidade térmica encontra-se em trajetória de acionamento, caso contrário, a unidade já atingiu seu patamar de geração mínima ou encontra-se desligada.

$$\sum_{k=1}^{NUp_i} \hat{y}_i^{t-k+1}$$

### 2.5 Restrições de Indicativo de Desligamento

Estas restrições, definidas para todas as unidades térmicas e em todos os períodos de decisão, informam se houve desligamento em algum instante de tempo.

$$\tilde{y}_i^t = \tilde{w}_i^t + (u_i^{t-1} - u_i^t) - \tilde{\delta}_i^t, \quad \forall i \leq NUT, \forall t \leq T$$

$$\tilde{y}_i^t + \tilde{w}_i^t \leq 1, \quad \forall i \leq NUT, \forall t \leq T$$

## 2.6 Termo Indicador de Desligamento

A expressão abaixo, definida para todas as unidades térmicas e em todos os períodos de decisão, informa se houve desligamento em algum dos  $NDn_i$  períodos posteriores ao instante  $t$  em análise. Se a expressão tiver valor 1 então a unidade térmica encontra-se em trajetória de desligamento, caso contrário, a unidade já atingiu a geração nula ou encontra-se ligada.

$$\sum_{k=1}^{NDn_i} \tilde{y}_i^{t+k-1}$$

## 2.7 Restrições de Limites de Geração Térmica por Unidade

Estas restrições, definidas para todas as unidades térmicas e em todos os períodos de decisão, impõem um limite inferior e superior de geração obrigatória, caso uma unidade  $i$  esteja ligada em algum período de tempo  $t$ , respeitando as trajetórias de acionamento e desligamento pré-definidas.

$$gt_i^t \geq \underline{gt}_i \left( u_i^t - \sum_{k=1}^{NUp_i} \hat{y}_i^{t-k+1} - \sum_{k=1}^{NDn_i} \tilde{y}_i^{t+k-1} \right) + \sum_{k=1}^{NUp_i} TrUp_i(k) \cdot \hat{y}_i^{t-k+1} + \sum_{k=1}^{NDn_i} TrDn_i(NDn_i - k + 1) \cdot \tilde{y}_i^{t+k-1}$$

$$gt_i^t \leq \overline{gt}_i \left( u_i^t - \sum_{k=1}^{NUp_i} \hat{y}_i^{t-k+1} - \sum_{k=1}^{NDn_i} \tilde{y}_i^{t+k-1} \right) + \sum_{k=1}^{NUp_i} TrUp_i(k) \cdot \hat{y}_i^{t-k+1} + \sum_{k=1}^{NDn_i} TrDn_i(NDn_i - k + 1) \cdot \tilde{y}_i^{t+k-1}$$

## 2.8 Modelagem dos custos de partida e parada

Nesta seção descreve-se a modelagem dos custos de acionamento (partida) e desligamento (parada) das unidades geradoras térmicas.

### 2.8.1 Custo de partida constante

Estas restrições, definidas para todas as unidades térmicas e em todos os períodos de decisão, computam o custo de ligar uma unidade  $i$ , no período  $t$ , dado que a mesma unidade estava desligada no período anterior  $(t-1)$ .

$$\hat{C}_i^t \geq C_i^{cold} \cdot (u_i^t - u_i^{t-1})$$

Observa-se que, apesar do custo de partida poder ser considerado de forma exponencial com o tempo em que a unidade está desligada, no uso oficial do modelo DESSEM tem-se considerado um valor constante para esse custo.

### 2.8.1.1 Condição de Contorno (Primeiro Período)

Considerando o estado inicial da unidade, ou seja, caso a mesma já estiver ligada antes do início do período de estudo, a restrição no primeiro período será:

$$C_i^{cold} \geq -\hat{C}_i^1 + C_i^{cold} \cdot u_i^1 \geq -\infty$$

### 2.8.2 Custo de parada

Estas restrições, definidas para todas as unidades térmicas e em todos os períodos de decisão, computam o custo de desligar uma unidade  $i$ , no período  $t$ , dado que a mesma unidade estava ligada no período anterior  $(t-1)$ .

$$\hat{C}_i^t \geq C_i^{shunt} \cdot (u_i^{t-1} - u_i^t)$$

#### 2.8.2.1 Condição de Contorno (Primeiro Período)

Considerando o estado inicial da unidade, ou seja, caso a mesma já estiver ligada antes do início do período de estudo, a restrição no primeiro período será:

$$\infty \geq \hat{C}_i^1 + C_i^{shunt} \cdot u_i^1 \geq C_i^{shunt}$$

## 2.9 Restrições de tempo mínimo de unidade ligada

Estas restrições, definidas para todas as unidades térmicas e em todos os períodos, impõem um tempo mínimo que uma unidade deve permanecer ligada dado que a mesma estava desligada no período anterior  $(t-1)$  e foi ligada no período atual  $t$ . Considerando que  $V_i^t = \min[TON_i, \Psi(t, T)]$ ,

$p_i^t = \min\{\theta: \sum_{k=t}^{\theta} \Delta(k) \geq V_i^t\}$  e  $\beta_i^t = \sum_{k=t}^{p_i^t} \Delta(k)$ , tem-se:

$$\sum_{k=t}^{p_i^t} \Delta(k) \cdot u_i^k \geq \beta_i^t (u_i^t - u_i^{t-1}), \quad \forall i \leq NUT, \forall t \leq T$$

### 2.9.1 Condição de Contorno (Primeiro Período): cumprindo $TON_i$

Considerando o estado inicial da unidade, ou seja, caso a mesma já esteja ligada antes do início do período de estudo, a restrição no primeiro período, considerando que  $\hat{V}_i = \min[TON_i - N_i^{Inic}, \Psi(1, T)]$ ,  $\hat{p}_i = \min\{\theta: \sum_{k=1}^{\theta} \Delta(k) \geq \hat{V}_i\}$  e  $\hat{\beta}_i = \sum_{k=1}^{\hat{p}_i} \Delta(k)$ , será:

$$\sum_{k=1}^{\hat{p}_i} \Delta(k) \cdot u_i^k \geq \hat{\beta}_i$$

**2.9.2 Condição de Contorno (Primeiro Período): tempo superior a  $TOn_i$**

Considerando o estado inicial da unidade, ou seja, caso a mesma já esteja ligada antes do início do período de estudo com um tempo superior a  $TOn_i$ , não haverá restrição de tempo mínimo ligada. No entanto, caso a unidade seja desligada deverá cumprir  $TOff_i$ . A restrição no primeiro período, considerando que  $\hat{V}_i = \min[TOff_i, \Psi(1, T)]$ ,  $\hat{p}_i = \min\{\theta: \sum_{k=1}^{\theta} \Delta(k) \geq \hat{V}_i\}$  e  $\hat{\beta}_i = \sum_{k=2}^{\hat{p}_i} \Delta(k)$ , será:

$$\sum_{k=2}^{\hat{p}_i} \Delta(k) \cdot (1 - u_i^k) \geq \hat{\beta}_i(1 - u_i^1)$$

**2.10 Restrições de tempo mínimo de unidade desligada**

Estas restrições, definidas para todas as unidades térmicas e em todos os períodos, impõem um tempo mínimo que uma unidade deve permanecer desligada dado que a mesma estava ligada no período anterior  $(t-1)$  e foi desligada no período atual  $t$ . Considerando que  $F_i^t = \min[TOff_i, \Psi(t, T)]$ ,  $p_i^t = \min\{\theta: \sum_{k=t}^{\theta} \Delta(k) \geq F_i^t\}$  e  $\beta_i^t = \sum_{k=t}^{p_i^t} \Delta(k)$ , tem-se:

$$\sum_{k=t}^{p_i^t} \Delta(k) \cdot (1 - u_i^k) \geq \beta_i^t(u_i^{t-1} - u_i^t), \quad \forall i \leq NUT, \forall t \leq T$$

**2.10.1 Condição de Contorno (Primeiro Período): cumprindo  $TOff_i$**

Considerando o estado inicial da unidade, ou seja, caso a mesma já esteja desligada antes do início do período de estudo, a restrição no primeiro período, dado que  $\hat{F}_i = \min[TOff_i + N_i^{Inic}, \Psi(1, T)]$ ,  $\hat{p}_i = \min\{\theta: \sum_{k=1}^{\theta} \Delta(k) \geq \hat{F}_i\}$  e  $\hat{\beta}_i = \sum_{k=1}^{\hat{p}_i} \Delta(k)$ , a restrição será da forma:

$$\sum_{k=1}^{\hat{p}_i} \Delta(k) \cdot (1 - u_i^k) \geq \hat{\beta}_i$$

**2.10.2 Condição de Contorno (Primeiro Período): tempo superior a  $TOff_i$**

Caso a unidade já esteja desligada antes do início do período de estudo com um tempo superior a  $TOff_i$ , haverá restrição de tempo mínimo inicial desligada. No entanto, caso a unidade seja ligada



deverá cumprir  $TOn_i$ . A restrição no primeiro período, considerando que  $\hat{V}_i = \min[TOn_i, \Psi(1, T)]$ ,  $\hat{p}_i = \min\{\theta: \sum_{k=1}^{\theta} \Delta(k) \geq \hat{V}_i\}$  e  $\hat{\beta}_i = \sum_{k=2}^{\hat{p}_i} \Delta(k)$ , será:

$$\sum_{k=2}^{\hat{p}_i} \Delta(k) \cdot u_i^k \geq \hat{\beta}_i \cdot u_i^1$$

### 2.11 Restrições de Rampa de Tomada de Carga

Estas restrições, definidas para todas as unidades térmicas e em todos os períodos, limitam a variação da geração térmica, caso aconteça um aumento da mesma, do período anterior ( $t-1$ ) para o período atual  $t$ . Note que a restrição ficará relaxada caso a unidade esteja em trajetória de acionamento/desligamento ou em transição no caso de usinas a ciclo combinado.

$$gt_i^t - gt_i^{t-1} \leq RUp_i + (\overline{gt}_i - RUp_i) \cdot \left( \alpha_i^t + \sum_{k=1}^{NUp_i} \hat{y}_i^{t-k+1} + \sum_{k=1}^{NDn_i} \tilde{y}_i^{t+k-1} \right)$$

### 2.12 Restrições de Rampa de Alívio de Carga

Estas restrições, definidas para todas as unidades térmicas e em todos os períodos, limitam a variação da geração térmica, caso aconteça uma diminuição da mesma, do período anterior ( $t-1$ ) para o período atual  $t$ . Note que a restrição ficará relaxada caso a unidade esteja em trajetória de acionamento/desligamento ou em transição no caso de usinas a ciclo combinado.

$$-gt_i^{t+1} + gt_i^t \leq RDn_i + (\overline{gt}_i - RDn_i) \cdot \left( \alpha_i^t + \sum_{k=1}^{NUp_i} \hat{y}_i^{t-k+1} + \sum_{k=1}^{NDn_i} \tilde{y}_i^{t+k-1} \right)$$

### 2.13 Restrições e variáveis auxiliares para as usinas a ciclo combinado

Na modelagem das usinas térmicas a ciclo combinado utilizou-se o conceito de "unidades equivalentes" que representam fisicamente uma determinada configuração de unidades a gás e a vapor. As restrições e variáveis adicionais permitem a transição entre estas unidades equivalente, ou seja, após uma unidade equivalente ter cumprido sua trajetória de acionamento, é possível transitar para uma outra unidade da mesma usina sem a necessidade de cumprir as outras trajetórias de acionamento/desligamento.

#### 2.13.1 Unicidade

Apenas uma unidade equivalente de uma mesma usina pode estar acionada dentro do conjunto  $\Theta$  destas unidades equivalentes:

$$\sum_{i \in \Theta} u_i^t \leq 1$$

### 2.13.2 Variáveis e Restrições de Controle

No intuito de se permitir transições entre unidades equivalentes foram desenvolvidos um conjunto de restrições de controle que associam as variáveis  $\delta$  e  $\alpha$  que relaxam as trajetórias de acionamento/desligamento e rampas entre as gerações mínima e máxima com as variáveis de status  $\mu$ . Estas restrições não serão apresentadas neste relatório por não terem uma interpretação física relacionada ao problema de UCT.

### 2.13.3 Rampa de Subida de Variação na Transição

A variável binária de controle  $\varphi$  está associada às restrições de controle de ciclo combinado. Quando a mesma assumir valor unitário, será possível ocorrer uma transição entre unidades equivalentes respeitando-se uma rampa de variação  $RT$ :

$$\sum_{i \in \Theta} gt_i^t - \sum_{i \in \Theta} gt_i^{t-1} \leq RT \cdot \varphi^t + LSup \cdot (1 - \varphi^t)$$
$$- \sum_{i \in \Theta} gt_i^t + \sum_{i \in \Theta} gt_i^{t-1} \leq RT \cdot \varphi^t + LSup \cdot (1 - \varphi^t)$$

### 3 ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO

O algoritmo de solução tradicional empregado pelo DESSEM para a resolução do problema com *unit commitment* térmico é o algoritmo branch-and-cut [4] que consiste na união do algoritmo branch-and-bound (busca da solução ótima através de uma árvore de enumeração obtida com o particionamento do conjunto de restrições), juntamente com a metodologia de planos cortantes aplicada em cada nó viável da árvore. Esta metodologia de solução está disponível no pacote de otimização comercial da IBM o CPLEX.

Por se tratar de um problema de otimização combinatória, cuja complexidade é não polinomial, os tempos de resolução podem variar bastante. Foram obtidos bons resultados com casos testes do DESSEM utilizando técnicas ainda mais avançadas de resolução como pode ser observado em [2]. Esta última referência foi o ponto de partida para o desenvolvimento do algoritmo final utilizado no DESSEM para a resolução de casos reais de programação da operação com tempos de resolução médios de uma hora de processamento. Este algoritmo faz uso das técnicas de feasibility pump [5], local branching [6], pontos interiores e fixação de variáveis binárias.

Finalmente, um ponto relevante refere-se a obtenção das variáveis duais no modelo DESSEM com *unit commitment*. Por se tratar de programação inteira mista os valores das variáveis duais não podem ser obtidos diretamente da resolução do problema como ocorre em programação linear. Existe na literatura diversos trabalhos que tratam de dualidade em programação inteira mista tais como [7], [8], [9], entretanto a metodologia empregada para a construção da função custo dual, por ser exata, é bastante onerosa em termos computacionais. Desta forma optou-se por utilizar inicialmente a metodologia proposta em [10], que consiste em encontrar a solução ótima do problema de programação inteira e depois fixar o resultado das variáveis inteiras no problema de programação linear relaxado e desta forma obter as variáveis duais. No caso do DESSEM o custo marginal de operação (CMO) obtido desta forma seria o CMO condicionado ao "status" ótimo das unidades.

## **4 ENTRADA DE DADOS**

Os dados necessários para a modelagem do problema de UCT são introduzidos no modelo DESSEM através dos arquivos de “Operação das Unidades Térmicas (OPERUT)” e “Cadastro das Unidades Térmicas (CADTERM)”.

### **4.1 Arquivo OPERUT (Item III.10 do Manual do Usuário)**

Inicialmente deve ser incluído no início deste arquivo, antes dos blocos INIT e OPER, o flag **UCTERM**. Este flag indica que a modelagem do problema de UCT será considerada no caso e, desta maneira, o DESSEM deixa de ser modelado como um problema de programação linear e passa a ser um problema de programação inteira mista.

#### **4.1.1 Bloco INIT (Item III.10.5 do Manual do Usuário)**

Neste bloco são informadas as condições iniciais das unidades térmicas, como o número de horas que a unidade está ligada ou desligada ( $N_i^{mic}$ ) e a geração inicial da unidade ( $GT_i^{mic}$ ), caso a mesma esteja ligada. Quando não for informada nenhuma condição inicial para a unidade, considera-se que a mesma está desligada a um tempo superior ao tempo mínimo desligada, neste caso, será uma decisão do modelo ligar esta unidade no início.

### **4.2 Arquivo CADTERM (Item III.9 do Manual do Usuário)**

Neste arquivo são informadas as informações de cadastro para cada unidade térmica, através de dois registros de dados, CADUSIT e CADUNIDT.

#### **4.2.1 Registro CADUSIT (Item III.9.1 do Manual do Usuário)**

Neste registro são cadastradas todas as usinas térmicas e suas respectivas unidades. Desta forma, para o problema de UCT, são informados o número de unidades térmicas na configuração ( $NUT$ ).

#### **4.2.2 Registro CADUNIDT (Item III.9.2 do Manual do Usuário)**

Neste registro, para cada unidade térmica, são informados os limites mínimo ( $\underline{GT}_i$ ) e máximo ( $\overline{GT}_i$ ) de geração, tempos mínimos de permanência ligada ( $TON_i$ ) e desligada ( $TOFF_i$ ), custos de acionamento a frio ( $C_i^{cold}$ ) e de desligamento ( $C_i^{shunt}$ ), rampas de tomada ( $RUP_i$ ) e alívio de carga ( $RDN_i$ ), e indicador de unidade a ciclo combinado e rampa de transição entre unidades equivalentes.

### 5 RELATORIOS DE SAÍDA

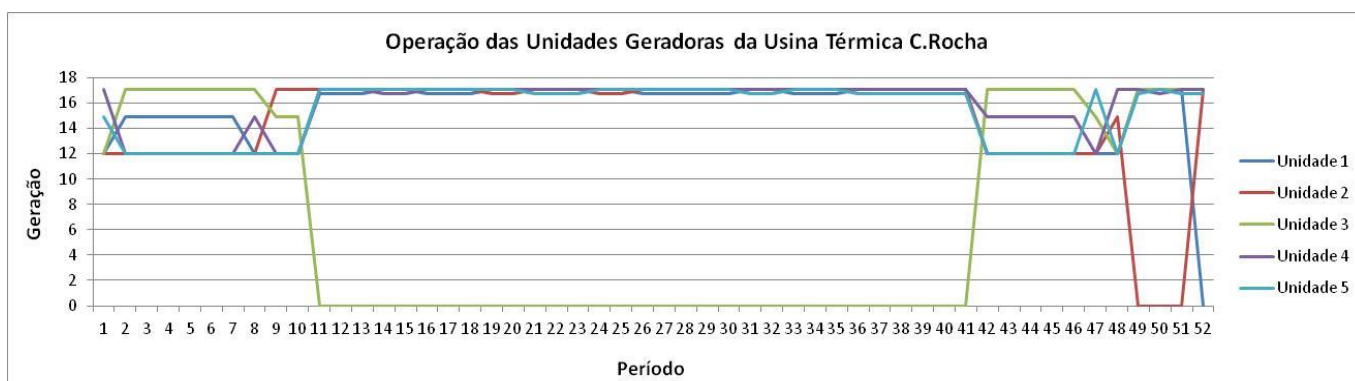
O relatório de saída do DESSEM com UCT é o arquivo PDO\_OPER\_UCT.DAT. Neste relatório são impressos, para cada período de operação e cada unidade térmica, as seguintes informações:

1. Geração da unidade;
2. Limites inferior e superior de geração da unidade;
3. "Status" da unidade: 0 (desligada) ou 1 (ligada);
4. Quantidade de períodos que a unidade está em uma determinada condição ligada ou desligada. Por exemplo, o valor 10 indica que a unidade está ligada a 10 períodos e -10 indica que a unidade está desligada a 10 períodos;
5. Custo pago para ligar ou desligar a unidade. Este valor é diferente de nulo apenas nos casos em que houve uma mudança no "status" da unidade, ou seja, foi ligada ou desligada;
6. Custo unitário de geração da unidade (CVU);
7. Geração mínima obrigatória para a unidade. Este valor é impresso apenas que possa ser compreendido quando uma unidade com CVU maior do que o CMO do subsistema em que a mesma está alocada é ligada pelo modelo.

## 6 RESULTADOS

A seguir segue um exemplo da operação das 5 unidades térmicas da usina termoeletrica C. Rocha com a consideração da formulação de UCT. Neste caso foram consideradas as seguintes premissas:

- ✓ Discretização temporal em dois dias, sendo o 1o. dia subdividido em 48 períodos de meia hora e o 2o. dia subdividido em 4 períodos de oito, seis, uma e nove horas, respectivamente;
- ✓ Sem trajetórias de acionamento/desligamento, apenas gerações mínimas e máximas;
- ✓  $TON_i = 5$  horas
- ✓  $TOff_i = 10$  horas
- ✓ IBM/CPLEX 12.2 compilado em 64bits;
  - Algoritmo Branch-and-Bound em modo paralelo com 12 núcleos
  - Gap relativo de otimalidade de 1%



**Figura 6.1 – Operação das unidades da usina termoeletrica C. Rocha**

Neste exemplo podemos observar que o modelo respeitou os limites mínimos e máximos de geração, bem como os tempos mínimos de unidade ligada e desligada.

## **7 CONCLUSOES**

Neste relatório foi apresentada a metodologia adotada no modelo DESSEM para modelagem do problema de *Unit Commitment Térmico* (UCT). Ao longo desse documento foram apresentadas as variáveis e formulação matemática da modelagem proposta, que foi desenvolvida com base o modelo de programação inteira mista descrito em [1] e aprimorado em [2]. Foram descritos também os arquivos de entrada e saída para a consideração de UCT no modelo DESSEM, e apresentados resultados ilustrativos com o modelo adotado, em que se verificou a aderência da formulação.

### 8 REFERÊNCIAS

- [1] M. Carrión, J. M. Arroyo, "A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem," *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 3, Aug. 2006.
- [2] Sabóia, C.H.M., Diniz, A. L., "A local branching approach for network-constrained thermal unit commitment problem under uncertainty", in *Proc. PSCC 2016 Power System Computation Conference*, Genova, Itália.
- [3] CEPEL, Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, "Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Representação Detalhada das Unidades Geradoras, Consideração da Rede Elétrica e Restrições de Segurança - Modelo DESSEM", Manual de Metodologia, Abril 2019.
- [4] Nemhauser, G. L., Wolsey, L. A., "Integer and Combinatorial Optimization", John Wiley & Sons, Inc, 1999.
- [5] M. Fischetti, F. Glover, A. Lodi, "The Feasibility Pump", *Mathematical programming*, 2005.
- [6] M. Fischetti, A. Lodi, "Local Branching", *Mathematical programming*, 2003.
- [7] Wolsey, L., "Integer Programming Duality Price Functions and Sensitivity Analysis", *Mathematical Programming* 20, pp. 173-195, 1981
- [8] Pachkova, E., "Duality in MIP by Branch-and-Cut", *AMO – Advanced Modeling and Optimization*, Vol. 7, Number 2, 2005
- [9] Guzelsoy, M., Ralphs, T. K., "Duality for Mixed-Integer Programs", *International Journal of Operations Research*, Vol. 4, No. 3, 118-137, 2007
- [10] O'Neill, R. P., Sotkiewicz, P. M., Hobbs, B. F., Rothkopf, M. H., Stewart, W. R., "Efficient Market-Clearing Prices in Markets with Nonconvexities," *European Journal of Operational Research*, 2005, vol. 164, pp. 269–285.