

CEPEL

CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA

Modelo DECOMP

**DETERMINAÇÃO DA COORDENAÇÃO DA OPERAÇÃO
A CURTO PRAZO**

Manual de Referência

Versão 31

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	AGRADECIMENTOS	1
2	O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO.....	2
2.1	SISTEMAS PURAMENTE TÉRMICOS	2
2.2	SISTEMAS HIDROTÉRMICOS	2
2.3	SISTEMAS INTERLIGADOS	4
3	PLANEJAMENTO DE OPERAÇÃO DE CURTO PRAZO.....	6
3.1	FUNÇÃO DE CUSTO FUTURO	8
3.2	ALGORITMO DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA	10
4	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE COORDENAÇÃO HIDROTÉRMICA NO MODELO DECOMP	11
4.1	ACOPLAMENTO COM O PLANEJAMENTO DE MÉDIO/LONGO PRAZO (MODELO NEWAVE): CÁLCULO DAS ENERGIAS ARMazenada E AFLUENTE MÉDIA	13
4.1.1	<i>Cálculo das energias armazenadas.....</i>	13
4.1.2	<i>Cálculo das energias afluentes.....</i>	14
4.1.3	<i>Energia afluyente média no primeiro mês de estudo</i>	15
4.2	REPRESENTAÇÃO TEMPORAL E DE CENÁRIOS.....	11
4.2.1	<i>Discretização Temporal e Horizonte de Estudo.....</i>	11
4.2.2	<i>Árvore de cenários</i>	11
4.2.3	<i>Representação de patamares de carga.....</i>	12
4.3	CARACTERÍSTICAS E RESTRIÇÕES PARA OS SUBSISTEMAS (SUBMERCADOS).....	13
4.3.1	<i>Configuração de subsistemas.....</i>	16
4.3.2	<i>Limites de interligação entre subsistemas.....</i>	17
4.3.3	<i>Demanda de energia por subsistema</i>	16
4.3.4	<i>Contratos de importação/exportação de energia.....</i>	17
4.3.5	<i>Representação de curvas de déficit por patamar</i>	17
4.3.6	<i>Restrições elétricas especiais.....</i>	17
4.3.7	<i>Restrição de transporte entre Itaipu 50 e 60 Hz e os subsistemas SU/SE</i>	19
4.3.8	<i>Tratamento das bacias especiais.....</i>	19
4.3.9	<i>Representação de subsistemas acoplados hidraulicamente.....</i>	22
4.4	CARACTERÍSTICAS ESPECÍFICAS DAS USINAS HIDROELÉTRICAS:.....	22
4.4.1	<i>Configuração dinâmica para as usinas hidroelétricas</i>	22
4.4.2	<i>Alteração de dados do cadastro de usinas hidráulicas.....</i>	22
4.4.3	<i>Representação de Unidades Elevatórias.....</i>	22
4.4.4	<i>Produtividade variável com a altura de queda: Função de produção hidroelétrica</i>	23
4.4.5	<i>Engolimento Máximo das Turbinas em função da altura de queda.....</i>	31
4.4.6	<i>Tempo de viagem da vazão defluente entre usinas em cascata.....</i>	33
4.4.7	<i>Evaporação</i>	33
4.4.8	<i>Retiradas de água para outros usos.....</i>	34
4.4.9	<i>Enchimento de volume morto.....</i>	37
4.4.10	<i>Cronograma de manutenção</i>	37

4.4.11	<i>Vazão defluente mínima</i>	37
4.4.12	<i>Volume de espera para amortecimento de cheias</i>	37
4.4.13	<i>Restrições hidráulicas especiais</i>	38
4.4.14	<i>Restrições de balanço hídrico por patamar para as usinas a fio d'água</i>	40
4.4.15	<i>Geração de pequenas usinas</i>	45
4.5	CARACTERÍSTICAS ESPECÍFICAS DAS USINAS TÉRMICAS	45
4.5.1	<i>Geração mínima nas usinas térmicas</i>	45
4.5.2	<i>Cronograma de manutenção</i>	45
4.6	CARACTERÍSTICAS DO PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO	46
4.6.1	<i>Integração com modelos de planejamento da operação a médio prazo NEWAVE e BACUS</i>	46
4.6.2	<i>Penalidades para Intercâmbio entre subsistemas e vertimentos em reservatórios</i>	46
4.6.3	<i>Revisão da política do mês inicial</i>	46
4.6.4	<i>Estudos com retomada do processamento</i>	46
4.6.5	<i>Estudos com solução por PL único</i>	46
4.6.6	<i>Antecipação do despacho das usinas a GNL</i>	48
5	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO POR PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL (PDD)	49
5.1	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL– APLICAÇÃO A CASOS DETERMINÍSTICOS	49
5.1.1	<i>Algoritmo de solução</i>	51
5.2	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL – APLICAÇÃO A CASOS ESTOCÁSTICOS	55
5.3	TEMPO DE VIAGEM	57
5.3.1	<i>Formulação do modelo</i>	58
5.3.2	<i>Exemplo</i>	61
6	REFERÊNCIAS	63
7	ANEXOS	65
7.1	CASO-EXEMPLO DE OCORRÊNCIA DE CMO NEGATIVO NO MODELO:	65
7.2	EXEMPLOS DE CÁLCULO DE ENERGIA ARMazenada e AFLUENTE PARA SUBSISTEMAS ACOPLADOS HIDRAULICAMENTE	67
7.3	OCORRÊNCIA DE GAP NEGATIVO NO PROCESSO DE CONVERGÊNCIA	68
7.4	TRATAMENTO PARA EVITAR A OCORRÊNCIA DE PEQUENAS INVIABILIDADES NOS RESULTADOS DE CASOS VIÁVEIS	73
7.5	NOTA TÉCNICA 01/2011 - PROCEDIMENTOS PARA VERIFICAÇÃO E AJUSTE DOS COMANDOS DAS USINAS A GNL NO MODELO DECOMP	74
1.1	REGISTROS TG	74
7.6	DESPACHO COM ANTECIPAÇÃO MÍNIMA DE 60 DIAS DAS USINAS GNL	81

1 Introdução

O planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de geração de energia elétrica abrange um largo espectro de atividades, desde o planejamento plurianual até a programação diária da operação dos reservatórios. Devido ao porte e complexidade deste problema, é necessária a sua divisão em diversas etapas. Em cada etapa, são utilizados modelos com diferentes graus de detalhe para representação do sistema, abrangendo períodos de estudos com horizontes distintos (médio prazo, curto prazo e programação diária).

Na etapa de médio prazo são realizados estudos para horizontes de até 5 anos à frente com o objetivo de definir quais serão as parcelas de geração hidráulica e térmica que minimizam o valor esperado do custo de operação, sendo o sistema representado através de um modelo equivalente [7]. Na etapa de curto prazo, a partir das informações obtidas na etapa de médio prazo, determinam-se as metas individuais de geração das usinas hidráulicas e térmicas do sistema, bem como os intercâmbios de energia entre subsistemas [8]. Finalmente na programação diária, define-se uma programação horária de geração que atenda as metas estabelecidas na etapa anterior, sujeita às condições operacionais da rede elétrica [9].

O modelo DECOMP foi desenvolvido para aplicação no horizonte de curto prazo. Seu objetivo é determinar as metas de geração de cada usina de um sistema hidrotérmico sujeito a afluências estocásticas de forma a minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento. Este custo de operação é composto de gastos com combustíveis nas unidades térmicas e eventuais penalizações pelo não atendimento da demanda (déficits no atendimento). O modelo representa as restrições físicas e operativas associadas ao problema (conservação da água, limites de turbinamento, defluência mínima, armazenamento, atendimento à demanda, etc.). A incerteza acerca das vazões afluentes aos diversos aproveitamentos do sistema é representada através de cenários hidrológicos.

Este relatório apresenta uma descrição do problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos interligados e sua formulação como um problema de otimização e sua particularização ao modelo DECOMP.

1.1 Agradecimentos

Os autores deste relatório agradecem as diversas colaborações feitas ao longo do tempo, pelos seguintes grupos de trabalho e entidades: representantes das empresas no GTMC – Grupo de Trabalho de Metodologia e Critérios; representantes das empresas no GTPR – Grupo de Trabalho de Programação da Operação; representantes das empresas no GCOI, nos trabalhos elaborados sob a coordenação Eletrobras; representantes dos agentes no SGEVM-CP (Subgrupo Especial de Validação de Modelos – Curto Prazo) sob a coordenação do ONS; representantes do ONS, CCEE, EPE, MME e ANEEL na CPAMP - Comissão Permanente para Análise de Metodologias e Programas Computacionais do Setor Elétrico – CPAMP; participantes dos agentes na Força Tarefa DECOMP, coordenada pelo ONS e CCEE.

2 O problema de planejamento da operação

O objetivo básico do planejamento da operação é obter, para cada etapa, as metas de geração de cada usina (hidro e termoelétrica) do sistema de forma a atender a demanda e minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento. Este custo é composto pelo custo variável de combustível das usinas termoelétricas e pelo custo atribuído às interrupções de fornecimento de energia, representado por uma função de penalização dos déficits de energia (custo do déficit).

2.1 Sistemas puramente térmicos

Em sistemas de geração compostos somente de unidades termoelétricas, o custo de cada usina depende basicamente do custo de combustível. Portanto, o problema de operação consiste em determinar a combinação de usinas que minimize o custo total de combustível (carvão, óleo, nucleares, etc.) necessário para atender a demanda, satisfazendo os limites de geração em cada usina térmica.

Em sua versão mais simples, este problema se resolve colocando as usinas em ordem crescente do custo de produzir um MWh adicional (o custo incremental) e ajustando a operação às flutuações da demanda. O último gerador alocado é chamado de gerador marginal, pois ele atenderá a qualquer acréscimo extra de carga que ocorra. Todos os geradores com custo inferior ao marginal operam em sua capacidade máxima e os geradores com custo de operação superior ao do marginal não entram em operação. Ainda que existam fatores adicionais que tornam este problema mais complexo (perdas de energia, limitações nas linhas de transmissão, custos de partida, limites na taxa de variação da produção energética, etc.), o problema de operação termoelétrico tem características básicas, resumidas a seguir:

- a. é *desacoplado* no tempo, quer dizer, uma decisão de operação hoje não tem efeito no custo de operação do próximo estágio;
- b. as unidades têm um *custo direto* de operação, quer dizer, o custo de operação de uma unidade não depende do nível de geração de outras unidades. Além disso, a operação de uma unidade não afeta a capacidade de geração ou a disponibilidade de outra unidade;
- c. a *confiabilidade* do fornecimento de energia depende somente da *capacidade total* de geração disponível e não da estratégia de operação das unidades do sistema.

2.2 Sistemas hidrotérmicos

Ao contrário dos sistemas puramente termoelétricos, sistemas com uma porcentagem substancial de geração hidroelétrica podem utilizar a energia armazenada "grátis" nos reservatórios do sistema para atender a demanda, substituindo assim a geração dispendiosa das unidades termoelétricas.

Entretanto, o volume de água afluente aos reservatórios é desconhecido, pois depende basicamente das chuvas que irão ocorrer no futuro. Além disso, a disponibilidade de energia hidroelétrica é *limitada* pela capacidade de armazenamento nos reservatórios. Isto introduz uma *relação* entre uma decisão de operação em uma determinada etapa e as *consequências futuras*

desta decisão. Por exemplo, se decidirmos utilizar as provisões de energia hidroelétrica para atender o mercado hoje e no futuro ocorrer uma seca, pode vir a ser necessário utilizar geração termoelétrica de custo elevado ou, mesmo, interromper o fornecimento de energia. Por outro lado, se optarmos por fazer uso mais intensivo de geração termoelétrica, conservando elevados os níveis dos reservatórios e ocorrerem vazões altas no futuro, poderá haver vertimento no sistema, o que representa um desperdício de energia e, em consequência, um aumento desnecessário no custo de operação. Esta situação está ilustrada na Figura 2.1.

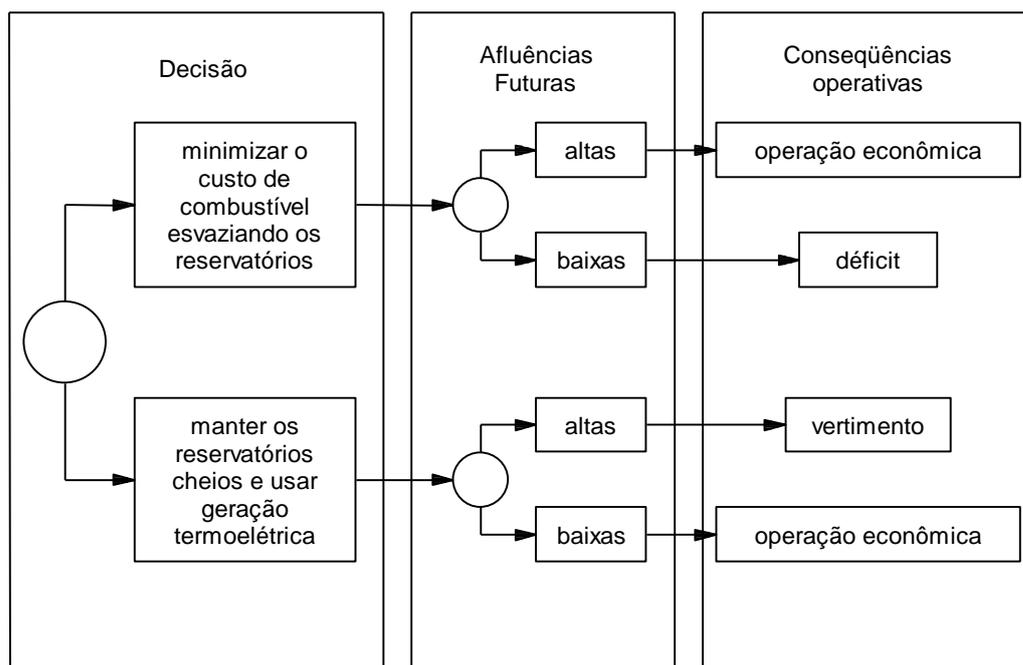


Figura 2.1 - Processo de decisão para sistemas hidrotérmicos

O problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos possui características que podem ser assim resumidas [13]:

- *é acoplado no tempo*, ou seja, é necessário avaliar as conseqüências futuras de uma decisão no presente. A solução ótima é um *equilíbrio* entre o benefício presente do uso da água e o benefício futuro de seu armazenamento, medido em termos da economia esperada dos combustíveis das unidades térmicas.
- a este problema dinâmico se agrega o problema da irregularidade das vazões afluentes aos reservatórios, que variam sazonalmente e regionalmente. Ademais, as previsões das afluências futuras são, em geral, pouco precisas. A incerteza com respeito as vazões, aliada a incerteza com respeito à demanda de energia, faz do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos um problema essencialmente *estocástico*.
- *é acoplado no espaço*, ou seja, há interdependência na operação de usinas hidroelétricas, pois a quantidade de água liberada em uma usina afeta a operação de outra situada a jusante.

- o valor da energia gerada por uma hidroelétrica somente pode ser medido em termos da economia resultante nos custos de geração térmica ou déficits evitados e não diretamente como uma função apenas do estado da usina.
- os objetivos de economia de operação e confiabilidade de atendimento são claramente *antagônicos*: a máxima utilização da energia hidroelétrica disponível a cada etapa é a política mais econômica, pois minimiza os custos de combustível. Entretanto, esta política é a menos confiável, pois resulta em maiores riscos de déficits futuros. Por sua vez, a máxima confiabilidade de fornecimento é obtida conservando o nível dos reservatórios o mais elevado possível. Entretanto, isto significa utilizar mais geração termoelétrica e, portanto, aumentar os custos de operação. O equilíbrio entre os custos de operação e a confiabilidade é obtido através do *custo do déficit*, que representa o impacto econômico associado à interrupção do fornecimento. A determinação do custo do déficit é um problema muito complexo, porém fundamental para a determinação da política de operação mais adequada para o sistema. Se o custo do déficit é muito baixo, resulta em uma utilização excessiva dos reservatórios e, portanto, em maiores riscos de racionamento no futuro. Se o custo de déficit é muito alto, resulta em uma utilização excessiva dos recursos termoelétricos do sistema e, portanto, em custos de operação elevados.

2.3 Sistemas interligados

A existência de interligações com os sistemas vizinhos permite uma redução dos custos de operação, através do intercâmbio de energia e um aumento da confiabilidade de fornecimento, através da repartição das reservas.

No caso de sistemas puramente térmicos, os custos de combustível proporcionam um mecanismo natural de coordenação para a troca de energia entre os sistemas. Se o custo de operação da térmica mais cara operando no sistema A (a térmica marginal) é US\$ 45/MWh e o custo correspondente no sistema B é US\$ 40/MWh, é intuitivo que a operação mais econômica para o sistema A é receber energia de B.

Observa-se que os intercâmbios de energia entre os sistemas térmicos resultam na otimização *global* dos custos de operação do sistema interligado. Em outras palavras, os resultados que se obtêm com sistemas independentes fazendo intercâmbios com base nos custos das térmicas marginais são os mesmos que se obteriam se os sistemas fossem operados de forma conjunta, como um único sistema. Também é importante observar que a coordenação entre os sistemas se faz unicamente através de *custos*, isto é, o sistema B não tem informações sobre o sistema A (tipo e disponibilidade dos equipamentos, demanda, etc.) ou vice-versa. Isto facilita os contratos de intercâmbio, tendo em vista que não é necessário compartilhar informações comerciais.

No caso de sistemas hidrotérmicos, é necessário inicialmente determinar o valor da geração hidroelétrica. Como discutido nas seções anteriores, o valor da energia hidroelétrica é o valor da geração térmica que se poderia substituir hoje ou no futuro. Este valor se calcula como uma etapa do processo de determinação da política ótima.

Com este conceito, pode-se representar uma hidroelétrica como uma “térmica” cujo “custo marginal de operação” (CMO) é o valor da água. Entretanto, é importante observar que este valor *não se mede de maneira isolada* em cada usina, pois depende da operação *conjunta* do

sistema. Em outras palavras, se a política ótima hidrotérmica de cada empresa for calculada de maneira isolada, os intercâmbios de energia posteriores, mesmo baseados nos valores da água de cada empresa, *não resultam* na operação mais econômica possível.

Em resumo, para obter os ganhos operativos máximos de um sistema hidrotérmico interligado, é necessário operar o sistema de maneira *integrada*, isto é, *otimizando de forma conjunta* a operação de todos os subsistemas, com o objetivo de minimizar o custo de operação total.

3 Planejamento de operação de curto prazo

Mais formalmente, o objetivo de planejamento da operação é encontrar uma estratégia de operação que, para cada estágio do período de planejamento, dado o estado do sistema no início do estágio, forneça as metas de geração para cada usina do sistema. Esta estratégia deve minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período, composto de custo de combustível mais penalizações por eventuais falhas no atendimento, considerando, possivelmente, algum mecanismo de aversão a risco, seja na função objetivo ou nas restrições do problema (vide seção 0. Supondo conhecidas as afluições no início do estágio t , o problema de controle resultante pode ser resolvido por uma recursão de programação dinâmica estocástica (PDE) do tipo “acaso-decisão”:

$$\alpha_t(X_t) = E_{A_t|X_t} \left\{ \min_{U_t} \left[C_t(U_t) + \frac{1}{1+\beta} \alpha_{t+1}(X_{t+1}) \right] \right\} \quad (1)$$

s.a.

$$X_{t+1} = f_t(X_t, A_t, U_t)$$

$$g_{t+1}(X_{t+1}) \geq 0$$

$$h_t(U_t) \geq 0$$

para $t = T, T-1, \dots, 1$; para todo X_t

A recursão (1) é feita para cada estágio t do período de estudo. O horizonte de estudo se representa por T e β é a taxa de desconto. A duração de cada estágio e do horizonte dependem das características do sistema.

As variáveis de estado X_t incluem as características do problema que afetam a decisão de operação. No caso de sistemas hidrotérmicos, existem tipicamente duas classes de variáveis de estado: volumes armazenados nos reservatórios no início do estágio t , V_t , e alguma informação acerca da tendência hidrológica. Esta informação pode ser dada, por exemplo, pelas vazões incrementais afluentes aos reservatórios nos estágios anteriores. O número de estágios passados que se representam está diretamente associado à *ordem* do modelo estocástico e varia para cada sistema. A_t é o vetor de volumes afluentes incrementais durante o estágio t . $A_t | X_t$ representa a distribuição de probabilidades da afluição A_t condicionada ao estado do sistema X_t .

As variáveis de decisão do problema em cada etapa t , U_t , incluem os volumes turbinados, Q_t , e vertidos, S_t , nos reservatórios. $C_t(U_t)$ é o custo imediato associado à decisão U_t e $\alpha_t(X_t)$ representa o valor esperado do custo de operação do estágio t até o final do período de planejamento sob a hipótese de operação ótima.

A equação de transição de estado, $X_{t+1} = f_t(X_t, A_t, U_t)$, corresponde à equação de conservação de água:

$$V_{t+1} = V_t + A_t + M(Q_t + S_t)$$

onde M é a matriz de incidência das usinas hidroelétricas ($m_{i,i} = -1$, $m_{i,j} = 1$ se i está imediatamente a montante de j e $m_{i,j} = 0$ nos outros casos). As restrições associadas ao estado do sistema, $g_{t+1}(X_{t+1}) \geq 0$ correspondem a limites nos volumes armazenados nas usinas

$$\underline{V}_{t+1}^i \leq V_{t+1}^i \leq \bar{V}_{t+1}^i$$

onde \underline{V}_{t+1}^i e \bar{V}_{t+1}^i são, respectivamente, os limites inferior e superior de armazenamento do reservatório i . As restrições associadas às variáveis de decisão, $h_t(U_t) \geq 0$, correspondem a limites superiores nos volumes turbinados

$$Q_t^i \leq \bar{Q}_t^i$$

e limites inferiores na defluência total da usina

$$Q_t^i + S_t^i \geq \underline{Q}_t^i$$

As usinas termoelétricas são representadas por grupos de térmicas com custos semelhantes, constituindo as usinas térmicas. O déficit de fornecimento de energia (corte de carga) é representado incluindo-se uma usina térmica fictícia de capacidade de geração infinita e custo de operação diferenciado para cada percentual de não atendimento do mercado em cada patamar de carga. A geração termoelétrica e os intercâmbios são representados de maneira indireta através da *função de custo imediato* $C_t(U_t)$. Esta função representa o custo de geração térmica necessária para complementar o atendimento da demanda na etapa t (o atendimento está garantido pela inclusão de uma térmica fictícia). Este complemento é a diferença entre a demanda e a energia hidroelétrica produzida pelos volumes turbinados Q_t

$$GH(U_t) = \sum_{i=1}^{NH} \rho_i Q_t^i$$

onde ρ_i é a produtividade da i -ésima usina hidroelétrica. Deve-se notar que a produtividade é, de fato, uma função da defluência total e dos volumes inicial e final do reservatório i :

$$\rho_i = \rho(V_t^i, V_{t+1}^i, Q_t^i, S_t^i)$$

Entretanto, nas derivações que se seguem, ρ_i será considerado constante. O tratamento adotado para considerar a sua variação será descrito no item 5.2.8.

Portanto, o cálculo do custo imediato de operação a cada estágio pode ser obtido resolvendo-se o seguinte problema de programação linear:

$$C_t(U_t) = \min \sum_{j=1}^{NT} C_j(G_t^j) \quad (2)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^{NH_k} \rho_i Q_t^i + \sum_{j=1}^{NT_k} G_t^j + \sum_{r \in \Omega_k} (f_t(r, i) - f_t(i, r)) = D_t^k \quad (3)$$

$$\underline{G}_t^j \leq G_t^j \leq \bar{G}_t^j \quad (4)$$

$$f_t(i, r) \leq \bar{f}_t(i, r) \quad (5)$$

para $k = 1, \dots, NS$;

onde:

NS número total de subsistemas.

NH_k	número total de usinas hidroelétricas do k -ésimo subsistema.
NT	número total de usinas térmicas.
NT_k	número total de usinas térmicas do k -ésimo subsistema.
k	representa o número do subsistema considerado $k, k = 1, \dots, NS$
j	representa as usinas termoelétricas $j, j = 1, \dots, J$
G_t^j	geração da termoelétrica j no estágio t (MWh)
\underline{G}_t^j e \bar{G}_t^j	limites mínimo e máximo de geração de j no estágio t (MWh)
C_j	custo de geração da térmica j (\$/MWh)
D_t^k	demanda de energia do k -ésimo subsistema no estágio t (MWh)
$f_t(i,r)$	intercâmbio de energia do subsistema i para o subsistema r (MWh) no estágio t .
$f_t^-(i,r)$	limite de intercâmbio de energia do subsistema i para o subsistema r (MWh) no estágio t .
Ω_k	conjunto de subsistemas diretamente conectados ao subsistema k

A restrição (3) representa o balanço de energia em cada subsistema. A restrição (4) representa os limites de geração termoelétrica e a restrição (5) os limites de intercâmbio de energia.

A função de custo imediato para distintos valores de U_t está representada na Figura 3.1. Observa-se que o custo de complementação termoelétrica diminui à medida que as energias turbinadas aumentam.

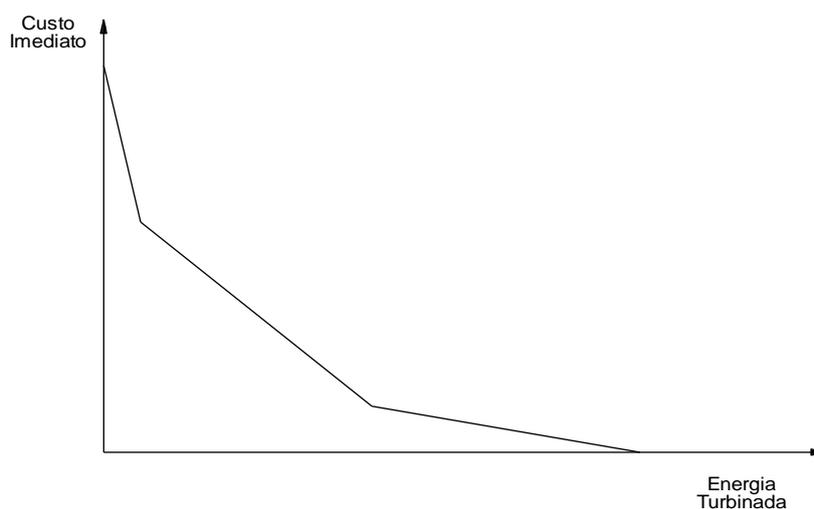


Figura 3.1 - Função de Custo Imediato

3.1 Função de Custo Futuro

A função $\alpha_{t+1}(X_{t+1})$ representa o valor esperado do custo de operação da etapa $t+1$ até o horizonte T , a partir do estado X_{t+1} e é por isso conhecida como *função de custo futuro*. Observa-se que o custo de operação depende dos valores das variáveis de estado.

A função de custo futuro permite comparar o custo de utilizar os reservatórios na etapa t , através da energia turbinada (função de custo imediato $C_t(U_t)$), ou “guardar” a água para uma utilização futura. A Figura 2.2 representa as duas funções para distintos valores de U_t . Observa-se que o custo futuro aumenta com a energia turbinada na etapa, já que isto implica em esvaziar os reservatórios.

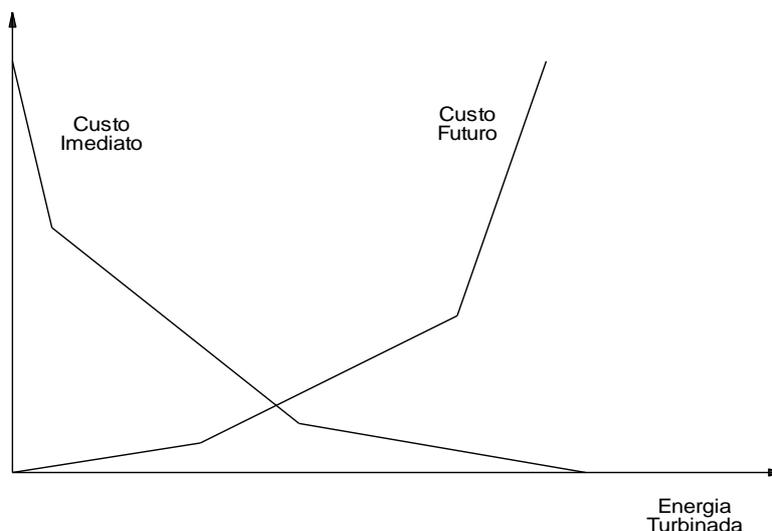


Figura 2.2 - Funções de custo imediato e custo futuro

A recursão (1) requer como dado de entrada a função de custo futuro para a última etapa, $\alpha_{T+1}(X_{T+1})$. Como visto na Introdução, esta função é calculada na etapa de médio prazo por modelos de planejamento que usualmente têm como variáveis de estado X a energia armazenada e as energias afluentes nos meses anteriores, sendo expressa por:

$$\alpha_{T+1} - \frac{\partial \alpha_{T+1}}{\partial EARM_{T+1}} EARM_{T+1} \geq \alpha_{T+1}^* + \sum_{l=1}^p \frac{\partial \alpha_{T+1}}{\partial EAF_{T+1-l}} EAF_{T+1-l}.$$

onde, sem perda de generalidade está sendo considerado apenas um subsistema.

A função de custo futuro do modelo DECOMP, expressa em termos dos volumes armazenados em cada usina do sistema pode ser expressa por:

$$\alpha_{T+1} - \frac{\partial \alpha_{T+1}}{\partial V_i} V_i \geq \alpha_{T+1}^*$$

O acoplamento do modelo DECOMP com um modelo de planejamento da operação de curto prazo é alcançado considerando que a função de custo futuro do horizonte de planejamento, dada pelo modelo de médio prazo, pode ser expressa em termos dos volumes armazenados nos reservatórios, utilizando a regra da cadeia: conhecidas as energias afluentes nos meses anteriores, é possível obter, para cada usina do sistema, a derivada da função de custo futuro do horizonte de curto prazo a partir da função de custo futuro de médio prazo:

$$\frac{\partial \alpha_{T+1}}{\partial V_i} = \frac{\partial \alpha_{T+1}}{\partial EARM_{T+1}} \cdot \frac{\partial EARM_{T+1}}{\partial V_i}$$

Como a energia armazenada é dada por:

$$EARM_{T+1} = \sum_{i=1}^{NH_k} V_i \left(\sum_{j \in J_i} \rho_j \right)$$

temos

$$\frac{\partial EARM_{T+1}}{\partial V_i} = \sum_{j \in J_i} \rho_j$$

e, portanto,

$$\frac{\partial \alpha_{T+1}}{\partial V_i} = \frac{\partial \alpha_{T+1}}{\partial EARM_{T+1}} \cdot \sum_{j \in J_i} \rho_j$$

onde J_i é o conjunto de usinas composto pelo reservatório i e todas as jusante dele.

Obs.: a energia afluyente média no primeiro mês é calculada considerando as energias afluentes no período de estudo e a duração efetiva do mês – correspondente à diferença entre o total de horas considerado no Programa Mensal de Operação e o número de horas da última semana do primeiro mês que pertencem ao mês seguinte. Caso sejam informadas as energias afluentes em semanas anteriores ao início do período de estudo estas serão consideradas no cálculo da energia afluyente média, como apresentado no item 7.2.

3.2 Algoritmo de Solução do Problema

Em teoria, o problema (1) poderia ser resolvido por um algoritmo de programação dinâmica estocástica (PDE). Este algoritmo possui muitas características interessantes: é relativamente fácil de implementar, é aplicável a problemas multi-estágios, permite representar não linearidades, etc. Entretanto, a construção da função de custo futuro é feita discretizando o espaço de estados X_t em um conjunto de valores e resolvendo a equação (1) para cada um destes valores. Como a estratégia de operação deve ser calculada para todas as possíveis combinações de volumes armazenados e tendências hidrológicas, o problema torna-se rapidamente intratável do ponto de vista computacional. Supondo que cada um dos NH níveis de armazenamento, V_j , e afluências no estágio anterior (tendência hidrológica), A_{t-1} , sejam discretizados em N intervalos, tem-se N^{2NH} estados discretizados. Portanto, o número de estados discretizados e, conseqüentemente o esforço computacional, cresce exponencialmente com o número de variáveis de estado. Isto significa que a resolução da equação (1) pelo algoritmo de PDE torna-se inviável mesmo para sistemas de usinas hidroelétricas bastante reduzidos. Por exemplo, supondo $N = 20$ intervalos de discretização e 5 usinas hidroelétricas tem-se 10 trilhões de estados possíveis. Uma das maneiras de evitar esta “maldição da dimensionalidade” consiste em aproximar a função de custo futuro através de funções analíticas. A metodologia proposta baseia-se no fato de que a função de custo futuro pode ser representada exatamente através de uma função linear por partes e usa uma relaxação desta função como aproximação, sem necessidade de discretizar o espaço de estados. Esta metodologia, baseada em programação dinâmica estocástica, é denominada programação dinâmica dual e será descrita no capítulo 5.

1..

4 Modelagem do Problema de Coordenação hidrotérmica no Modelo DECOMP

O modelo DECOMP foi desenvolvido pelo CEPEL para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos a curto prazo empregando a metodologia de PDD, descrita no capítulo anterior. No modelo de otimização desenvolvido, estão incorporadas as características para operação do sistema hidrotérmico descritas nas seções seguintes:

4.1 Representação Temporal e de Cenários

4.1.1 Discretização Temporal e Horizonte de Estudo

O modelo DECOMP considera uma discretização semanal para o primeiro mês de estudo, e uma discretização mensal para os demais meses. A duração máxima para o horizonte de estudo é de 2 anos.

4.1.2 Árvore de cenários

A estocasticidade das vazões é introduzida no modelo DECOMP através da construção de cenários a partir do segundo mês de estudo. Atualmente, consideram-se cenários de vazões mensais afluentes às usinas hidroelétricas do sistema, porém no futuro serão incorporadas também outras incertezas, como as gerações das fontes intermitentes, como as usinas eólicas. Estes cenários hidrológicos podem ser representados através de uma árvore de afluições, com probabilidades de ocorrência associadas a cada ramo. A Figura 5.1 apresenta uma estrutura de cenários para um horizonte de estudo de 4 meses, onde o primeiro mês está dividido em 5 semanas com afluições supostas conhecidas. A previsão das vazões para o mês inicial e os cenários de afluições para os demais meses do período de planejamento devem ser fornecidos pelo usuário. Os cenários de afluições podem ser gerados a partir de um modelo estocástico, como por exemplo o GEVAZP.

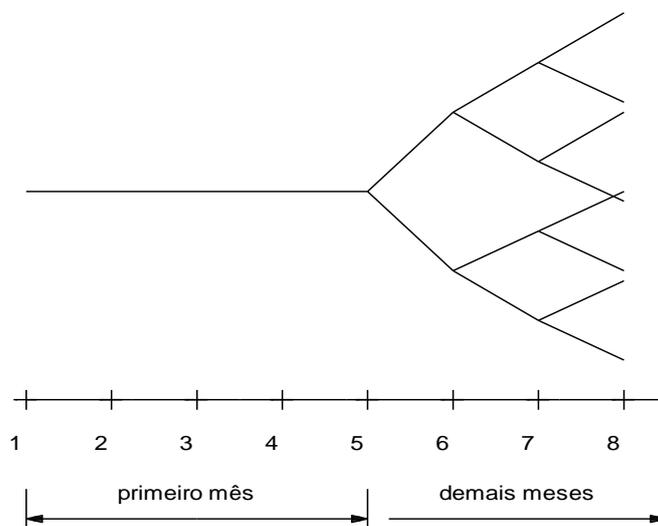


Figura 5.1 - Esquema de representação dos cenários de afluição

4.1.3 Representação de patamares de carga

A representação da curva de demanda por patamares foi incluída no modelo modificando-se as equações de conservação de água e atendimento a demanda em cada estágio t , bem como introduzindo limites de turbinamento para cada um dos patamares de carga, como mostrado nas formulações simplificadas a seguir:

- Conservação de água

$$V^{t+1}(i) = V^t(i) + a^t(i)\Delta t - \sum_{k=1}^K [(q_k^t(i) + s_k^t(i)) - \sum_{j \in M(i)} (q_k^t(j) + s_k^t(j))] \delta_k$$

- Atendimento ao mercado:

$$\sum_{i=1}^{NH} GH_k^t(i) + \sum_{j=1}^{NT} GT_k^t(j) = D_k^t \quad k = 1, \dots, K$$

- Limites de turbinamento:

$$q_k^t(i) \leq \bar{q}^t(i) \quad i=1, \dots, NH, \quad t = 1, \dots, T, \quad k = 1, \dots, K$$

onde:

- $V^t(i)$: volume armazenado no i -ésimo reservatório no início do estágio t
- $a^t(i)$: vazão afluyente incremental à i -ésima usina hidroelétrica no estágio t
- δ_k : duração do patamar de carga k
- Δt : duração do estágio t
- $M(i)$: conjunto de usinas imediatamente a montante de i
- $q_k^t(i)$: vazão turbinada pela i -ésima usina no patamar k do estágio t
- $\bar{q}^t(i)$: vazão turbinada máxima para a i -ésima usina durante o estágio t
- $s_k^t(i)$: vazão vertida pela i -ésima usina no patamar k do estágio t
- K : número de patamares de carga
- $GH_k^t(i)$: energia gerada pela i -ésima usina hidrelétrica no patamar k do estágio t
- $GT_k^t(j)$: energia gerada pela j -ésima usina térmica no patamar k do estágio t
- D_k^t : mercado de energia no patamar k do estágio t

Neste caso, o modelo permite especificar o uso de restrições de geração média não decrescente por patamar de carga (“restrições escada”) de tal modo que, para cada usina, tanto hidráulica quanto térmica, a geração (MWmed) no patamar de carga mais elevado seja maior do que ou igual à geração no patamar da carga menos elevado.

ATENÇÃO :

A utilização das restrições-escada no modelo DECOMP, conjugadas com a presença de restrições físicas diferenciadas para os patamares, pode levar à ocorrência de CMOs negativos nos resultados do modelo. Isto ocorreria em alguns casos onde a melhor solução para o sistema, perante às restrições físicas existentes em cada patamar, envolvesse um comportamento não crescente na geração de determinada(s) usina(s) ao longo dos patamares.

O caso-exemplo mostrado no anexo 7.1 representa uma situação onde isto pode ocorrer.

$$EARM = \sum_{i=1}^{NR} V_i \times \rho_i^{accum} EAF L = \sum_{i \geq 1}^{NH} A_i \times \rho_i^{accum} EAF L_{média} =$$

$$\frac{(ES_1 \times NH_1) + (\sum_{i=2}^{nsp} ES_i \times 168) + (\sum_{j=1}^{nsem-1} EA_j \times 168) + (EA_{nsem} \times NH_{nsem})}{168 \times (nsp + nsem - 2) + NH_1 + NH_{nsem}} NH_1 = 168 - 24 \times$$

$$Ndias_1 NH_{nsem} = 168 - 24 \times Ndias_2$$

4.2 Acoplamento com o planejamento de médio/longo prazo

Para o cálculo da política de operação no curto prazo, o modelo DECOMP necessita dos dados de uma função de custo futuro gerada por um modelo de planejamento de médio prazo. O modelo está habilitado para utilizar os valores da função de custo futuro fornecidos pelo modelo NEWAVE, como indicado em [14].

O modelo NEWAVE representa os reservatórios de maneira agregada, através dos chamados reservatórios equivalentes de energia (REE). Na metodologia tradicional, considerava-se apenas um único REE por subsistema, porém recentemente passou a haver a possibilidade de considerar vários REEs em um mesmo subsistema. Assim, o modelo NEWAVE informa ao modelo DECOMP a composição de usinas hidroelétricas em cada REE.

Para o acoplamento com a função de custo futuro do modelo de médio prazo (NEWAVE), são necessárias as energias armazenadas médias no instante de acoplamento, correspondentes ao último estágio do horizonte do estudo do DECOMP. Além disso, devem ser conhecidas as energias afluentes, em cada subsistema, verificadas nos p meses que antecedem o estágio de acoplamento, onde p é a ordem do modelo auto-regressivo adotado para as séries de aflúncias para o subsistema no modelo NEWAVE. Finalmente, deve-se ter acesso à Função de Custo Futuro construída pelo NEWAVE para o instante de acoplamento. Com todas estas informações, o modelo DECOMP determinará, para as diferentes alternativas de operação para cada subsistema, o valor total do custo futuro.

As energias afluentes, em cada subsistema, verificadas nos meses que antecedem o período de estudo são dados de entrada do DECOMP, enquanto as dos demais meses são calculadas pelo modelo.

As energias afluentes (expressos em MWh) são calculadas, a cada estágio, considerando a duração dos estágios correspondentes. Para o acoplamento, esses valores são calculados considerando a duração do “mês médio” utilizado no modelo NEWAVE, igual a 730.5 horas, de modo a manter a coerência com as unidades dos cortes da função de custo futuro.

4.2.1 Cálculo das energias armazenadas

As energias armazenadas em cada subsistema são calculadas levando-se em consideração, para cada reservatório, os volumes de água estocados e a soma das produtividades de todas as usinas

por onde a água deverá passar antes de atingir o oceano, calculadas segundo a altura equivalente de cada usina. A expressão geral adotada para cálculo é:

$$EARM = \sum_{i=1}^{NR} V_i \times \rho_i^{accum}$$

onde :

EARM: Energia armazenada no subsistema;

NR : número de reservatórios do subsistema;

V_i : volume do i -ésimo reservatório do subsistema; e

ρ_i^{accum} : produtividade acumulada do reservatório i , calculada para a altura equivalente.

Se uma determinada usina apresentar número total de máquinas inferior ao número de unidades para motorização de base, é considerada produtividade nula para a mesma.

4.2.2 Cálculo das energias afluentes

As energias afluentes a cada subsistema, em determinado estágio, são calculadas levando-se em consideração, para cada usina, sua afluência incremental e a soma acumulada de produtividades semelhante à utilizada no cálculo da energia armazenada, porém neste caso a altura utilizada para o cálculo é a correspondente a 65% do volume útil das usinas.

$$E AFL = \sum_{i \geq 1}^{NH} A_i \times \rho_i^{accum}$$

onde :

E AFL: energia afluente ao subsistema;

NH : número de usinas hidroelétricas no subsistema;

A_i : afluência incremental à i -ésima usina do subsistema; e

ρ_i^{accum} : produtividade acumulada do reservatório i , calculada para a altura correspondente a 65% de seu volume útil.

Se uma determinada usina apresentar número total de máquinas inferior ao número de unidades para motorização de base, é considerada produtividade nula para a mesma.

No caso da existência de tempo de viagem entre aproveitamentos, este deve ser levado em consideração no cálculo da energia natural afluente apenas no caso de acoplamento hidráulico, como mostrado no item 5.1.10.2.

O cálculo das energias afluentes é feito para os termos da função de custo futuro do modelo NEWAVE que compreendem as vazões afluentes anteriores ao instante de cálculo da função de custo futuro, e que incluem tanto vazões referentes aos meses/cenários ao longo do horizonte de estudo do modelo DECOMP como vazões passadas (anteriores ao início do estudo).

4.2.3 Energia afluyente média no primeiro mês de estudo

O primeiro mês do período de estudo possui algumas particularidades que devem ser consideradas ao se calcular a energia afluyente média para acoplamento com o NEWAVE. Uma parcela desse mês pode constituir-se de semanas “passadas”, caso o estudo no DECOMP esteja sendo iniciado em uma semana que não seja a primeira semana do mês. Além disso, alguns dias da primeira semana do mês (seja ela passada ou presente) podem pertencer ao mês civil anterior, o mesmo acontecendo com a última semana do mês, em relação ao mês civil seguinte.

Considerando estas particularidades, a energia afluyente média mensal no primeiro mês do estudo para cada subsistema é dada por:

$$EAF L_{m\acute{e}dia} = \frac{(ES_1 \times NH_1) + \left(\sum_{i=2}^{nsp} ES_i \times 168\right) + \left(\sum_{j=1}^{nsem-1} EA_j \times 168\right) + (EA_{nsem} \times NH_{nsem})}{168 \times (nsp + nsem - 2) + NH_1 + NH_{nsem}}$$

onde:

nsp : número de semanas passadas do 1º mês do estudo;

$nsem$: número de semanas a serem otimizadas no 1º mês de estudo;

$Ndias_1$: número de dias do mês anterior incluídos na primeira semana do 1º mês de estudo

$Ndias_2$: número de dias do mês seguinte incluídos na última semana do 1º mês de estudo.

O número de horas da primeira e última semana do 1º mês são calculadas da forma (neste exemplo, o mês tem 5 semanas)

$$NH_1 = 168 - 24 \times Ndias_1$$

$$NH_{nsem} = 168 - 24 \times Ndias_2$$

Além disso temos:

ES_i : energias afluyentes ocorridas nas semanas passadas ao início do período de estudo (informadas pelo usuário);

EA_j : energias afluyentes previstas para as semanas do período de estudo.

4.3 Mecanismos de Aversão ao Risco

Através deste recurso, é possível incorporar ao modelo DECOMP mecanismos de aversão ao risco com vistas à redução da probabilidade de déficits futuros, sendo possível a escolha exclusiva de um dos seguintes mecanismos: Volume mínimo operativo (VMINOP), CVaR (Valor Condicionado ao Risco) ou SAR (Superfície de Aversão a Risco).

Para maiores detalhes das modelagens destes mecanismos ver os seguintes relatórios:

- SAR: CEPEL, Nota Técnica nº 65, “Mecanismos Alternativos de Aversão a Risco – Superfície de Aversão a Risco”, Maio de 2013.
- CVaR: CEPEL, Nota Técnica nº 66, “Mecanismos Alternativos de Aversão a Risco - Valor

Condicionado a um Dado Risco”, Maio de 2013.

- CAR: CEPEL, Nota Técnica “Status do Processo de Introdução de Metodologias de Aversão ao Risco no Modelo NEWAVE”, Julho de 2003.

4.4 Características e restrições para os subsistemas (submercados)

4.4.1 Configuração de subsistemas

O sistema pode ser dividido em vários subsistemas, que correspondem a um subconjunto de componentes do sistema (usinas hidroelétricas, elevatórias, térmicas, etc.) e que são interconectados entre si por linhas de intercâmbio. Os custos marginais de operação (CMO) preços de liquidação de diferença (PLD) são definidos por subsistema, razão pela qual eles também são denominados de “submercados”, embora a terminologia de “subsistema” seja a adotado ao longo deste documento e nos relatórios de saída do DECOMP.

4.4.2 Limites de interligação entre subsistemas

Pode-se representar no modelo as linhas de transmissão interligando os diversos subsistemas. Para cada intercâmbio, é possível definir limites mínimos e máximos de fluxo de energia por estágio e patamar de carga.

4.4.3 Restrição de transporte entre Itaipu 50 e 60 Hz e os subsistemas SU/SE

Considerando a representação de Itaipu como uma usina do subsistema Sudeste, sua capacidade de transporte de energia para os subsistemas Sul e Sudeste é realizada pela incorporação opcional de um conjunto de restrições específico para este fim, que incluem a incorporação do nó de Ivaiporã ao sistema. A Figura 5.2 ilustra a representação da interligação de Itaipu com a inclusão desse nó. Ressalta-se que a usina está situada na região Sudeste, mas a sua geração total é repartida, por meio de restrições, entre as linhas de transmissão de 50Hz e 60Hz. A carga da ANDE está incorporada à geração 50Hz.

4.4.4 Demanda de energia por subsistema

Considera-se uma restrição de atendimento à demanda por submercado, para cada intervalo de tempo e patamar de carga (vide seção 4.1.3). A formulação básica dessas restrições para o período t e patamar k para um determinado subsistema, considerando apenas a presença dos intercâmbios, é dada por:

$$\sum_{i=1}^{NH} GH_k^t(i) + \sum_{j=1}^{NT} GT_k^t(j) + \sum_{i \in \Omega_{Int}} Int_k^t(i) = D_k^t$$

Onde:

$GH_k^t(i)$: geração da usina hidrelétrica i no período t e patamar k ;

$GT_k^t(i)$: geração da usina térmica i no período t e patamar k ;

$Int_k^t(i)$: Fluxo líquido (“+”: entrada; “-“ saída) no conjunto Ω_{Int} de intercâmbios associados ao subsistema, para o período t e patamar k ;

D_k^t : demanda no período t e patamar k ;

4.4.5 Representação de curvas de custo de déficit por patamar

O modelo DECOMP permite que o custo do não atendimento à carga, em cada subsistema, estágio e patamar, seja fornecido através de uma curva linear por partes, que relaciona custos distintos às diferentes parcelas de carga não atendida. Caso não seja fornecida essa curva, o modelo representará o déficit através de uma usina térmica de capacidade infinita, com custo correspondente ao maior valor entre \$5000/MWh e o custo da térmica mais cara informada.

4.4.6 Contratos de importação/exportação de energia

A incorporação de contratos de importação e/ou exportação de energia (registros **CI** e **CE**) permite a representação de contratos de compra/venda de energia entre os subsistemas em estudo e outros subsistemas cuja operação não esteja representada no estudo (ex. Argentina).

Os contratos de importação/exportação são representados no problema de otimização como usinas térmicas, considerando a convenção de sinal positivo/negativo, respectivamente, para importação/exportação, na função objetivo e restrição de atendimento à demanda do subsistema contratante.

$$\sum_{i=1}^{NH} GH_k^t(i) + \sum_{j=1}^{NT} GT_k^t(j) - \sum_{i=1}^{NCE} g_k^t(i) + \sum_{i=1}^{NCI} g_k^t(i) = D_k^t$$

$$\sum_{i=1}^{NH} GH_k^t(i) + \sum_{j=1}^{NT} GT_k^t(j) - \sum_{i=1}^{NCE} g_k^t(i) + \sum_{i=1}^{NCI} g_k^t(i) = D_k^t$$

onde:

NCE : número de contratos de exportação no estágio t e patamar k

NCI : número de contratos de importação no estágio t e patamar k

Este recurso permite ainda a representação de contratos *take-or-pay*. É possível definir, para cada estágio e patamar de carga, limites mínimos e máximos de energia contratada por contrato.

4.4.7 Restrições elétricas especiais

Existem pontos no sistema elétrico brasileiro que merecem especial atenção, por problemas de transmissão ou por sobrecarga. Para considerar estes pontos, foram incluídas restrições elétricas especiais, que traduzem limitações de geração em conjuntos de usinas hidrelétricas, usinas

térmicas, intercâmbios entre subsistemas e/ou contratos de exportação e importação. Estas restrições específicas de operação são escritas como combinações lineares da forma:

$$LI \leq \sum_{i=1}^{NHR} k_H(i) GH(i) + \sum_{j=1}^{NTR} k_T(j) GT(j) + \sum_{l=1}^{NIR} k_I(l) Int(l) + \sum_{m=1}^{NCR} k_C(m) g(m) \leq LS$$

onde:

NHR : número de usinas hidroelétricas na restrição

NTR : número de usinas térmicas na restrição

NIR : número de intercâmbios na restrição

NCR : número de contratos na restrição

k_H : fatores de ponderação para as usinas hidroelétricas na restrição

k_T : fatores de ponderação para as usinas térmicas na restrição

k_I : fatores de ponderação para os intercâmbios na restrição

k_C : fatores de ponderação para os contratos na restrição

$GH(i)$: energia gerada pela i -ésima usina hidrelétrica na restrição

$GT(j)$: energia gerada pela j -ésima usina térmica na restrição

$Int(l)$: fluxo de energia no l -ésimo intercâmbio na restrição, ou seja, energia intercambiada entre os subsistemas de origem e destino do intercâmbio l

$g(m)$: fluxo de energia contratada no m -ésimo contrato na restrição.

LI : limite inferior da restrição elétrica

LS : limite superior da restrição elétrica

Cabe ressaltar que estas restrições são bastante flexíveis, pois podem representar:

- gerações mínima e/ou máxima em uma usina:

$$LI \leq GH(i) \leq LS$$

- gerações mínimas e/ou máximas de um conjunto de usinas:

$$LI \leq GH(1) + GH(2) + \dots + GH(NHR) \leq LS$$

- restrições de sobrecarga de um ponto do sistema:

$$LI \leq k_H(1)GH(1) + \dots + k_H(NHR)GH(NHR) + k_T(1)GT(1) + \dots + k_T(NTR)GT(NTR) + k_I(1)Int(1) + \dots + k_I(NIR)Int(NIR) \leq LS$$

Adicionalmente, é possível impor que o limite inferior seja igual ao limite superior ($LI = LS$) e, desta forma, representar, por exemplo, metas obrigatórias de geração para uma determinada usina, intercâmbio ou grupo de usinas e/ou intercâmbios.

As restrições elétricas são introduzidas no modelo por estágio e patamar. Na representação acima, os índices do estágio e patamar foram suprimido para não sobrecarregar a notação.

Caso uma restrição elétrica envolva uma usina termoelétrica a GNL (que tem seu despacho realizado antecipadamente, conforme Relatório Técnico DP/DEA – 36587/09), o modelo fará um pré-processamento da restrição para a consideração da participação da geração da usina GNL, conforme descrito no anexo 7.4, onde foi incluída na íntegra a Nota Técnica 01/2011 – Procedimentos para verificação e ajuste dos comandos das usinas a GNL no modelo DECOMP. O critério de ajuste implementado é o critério com base nos custos das usinas.

4.4.8 Geração de pequenas usinas

A geração em pequenas usinas hidroelétricas, não representadas através de registros UH, ou de qualquer outro recurso de geração que não é despachado de forma centralizada, pode ser considerada como abatimento de carga do respectivo subsistema. Para tal, o usuário deve fornecer a geração de cada uma dessas usinas.

4.4.9 Tratamento das bacias especiais

Algumas bacias hidrográficas do sistema interligado brasileiro, tais como Paraíba do Sul e Alto Tietê, têm a sua operação hidroenergética determinada através de procedimentos de simulação específicos que não têm por objetivo minimizar o custo de operação do sistema.

A consideração destas bacias para determinação da operação do sistema pode ser feita de duas formas. A primeira consiste na introdução das regras operativas dentro do processo de otimização resolvido pelo modelo DECOMP. Uma segunda forma de consideração seria simular as bacias separadamente, utilizando ferramentas como o SHP [15], e posteriormente fornecer ao modelo DECOMP as gerações e cargas resultantes nessas bacias, para serem abatidas ou acrescidas à demanda do subsistema à qual pertencem

4.4.9.1 Consideração dentro do processo de otimização do DECOMP

Caso as regras operativas da bacia possam ser traduzidas ou aproximadas por equações/inequações lineares envolvendo as gerações, defluências e bombeamentos das usinas, recomenda-se a utilização das Restrições Hidráulicas Especiais (item 5.2.5) e a inclusão de unidades elevatórias na configuração (item 5.2.4). Desta forma é possível atender aos requisitos da bacia considerando a otimização do sistema como um todo.

4.4.9.2 Consideração como abatimento / acréscimo de carga

Caso as regras operativas da bacia sejam de difícil linearização, ou esta aproximação se torne indesejável para a precisão requerida na operação, a representação dessas bacias pode ser considerada como abatimento de carga. O usuário fornece, para cada um dos estágios considerados no estudo, o total de geração hidrelétrica de cada uma dessas bacias. Este total é subtraído da carga do sistema e o modelo DECOMP obtém então a política ótima de operação das demais usinas do sistema. Neste caso, devem ser fornecidas, também, as energias naturais

afluentes nos estágios do estudo e, para o estágio horizonte, a energia armazenável máxima na bacia, para correta interpretação da função custo futuro do estágio horizonte.

Neste caso, a equação de atendimento à demanda de energia no estágio t para o patamar k é dada por:

$$\sum_{i=1}^{NH} GH_k^t(i) + \sum_{j=1}^{NT} GT_k^t(i) = D_k^t - \sum_{i \in NBE} g_k^t(i)$$

onde:

NBE : Número de bacias especiais consideradas externamente na configuração
 $g_k^t(i)$ geração na i -ésima bacia hidrelétrica especial no estágio t e patamar k

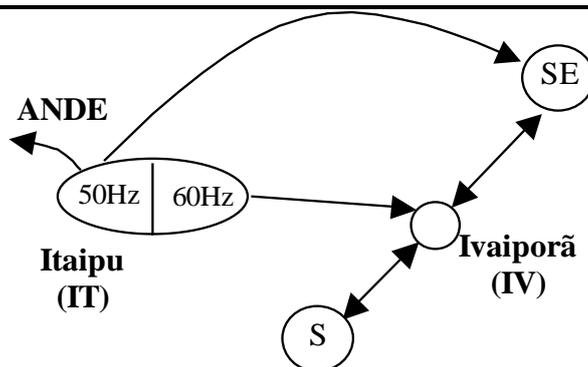


Figura 5.2 – Representação da interligação de Itaipu

- Balanço no nó Itaipu:

$$GH^t(\text{Itaipu}) = IT50^t + IT60^t$$

- Balanço no nó Ivaiporã:

$$IT60^t + SUIV^t + SEIV^t = IVSU^t + IVSE^t$$

Combinando as duas equações anteriores obtêm-se a equação que relaciona a geração de Itaipu com os intercâmbios envolvendo o nó Ivaiporã:

$$GH^t(\text{Itaipu}) - IVSU^t - IVSE^t + SUIV^t + SEIV^t = IT50^t$$

Respeitando-se ainda:

$$\begin{aligned} GH^t(\text{Itaipu}) &\leq \overline{GH}^t(\text{Itaipu}) \\ IVSU^t &\leq \overline{IVSU}^t \\ IVSE^t &\leq \overline{IVSE}^t \\ SUIV^t &\leq \overline{SUIV}^t \\ SEIV^t &\leq \overline{SEIV}^t \end{aligned}$$

onde:

$GH^t(\text{Itaipu})$: geração de Itaipu no estágio t ;

$IT60^t$: geração de Itaipu 60 Hz no estágio t

$IT50^t$: geração de Itaipu 50 Hz no estágio t , para atendimento do Sudeste e da carga da ANDE;

$IVSU^t$: fluxo de Ivaiporã para o subsistema Sul no estágio t ;

$IVSE^t$: fluxo de Ivaiporã para o subsistema Sudeste no estágio t ;

$SUIV^t$: fluxo do subsistema Sul para Ivaiporã no estágio t ;

$SEIV^t$: fluxo do subsistema Sudeste para Ivaiporã no estágio t ;

$\overline{GH}^t(\text{Itaipu})$: geração máxima de Itaipu no estágio t ;

\overline{IVSU}_t : limite máximo do fluxo de Ivaiporã para o subsistema Sul no estágio t ;

\overline{IVSE}_t : limite máximo do fluxo de Ivaiporã para o subsistema Sudeste no estágio t ;

\overline{SUIV}_t : limite máximo do fluxo do subsistema Sul para Ivaiporã no estágio t ;

\overline{SEIV}_t : limite máximo do fluxo do subsistema Sudeste para Ivaiporã no estágio t ;

$$EARM = \sum_{i=1}^{NR} V_i \times \rho_i^{acum} EAF L = \sum_{i \geq 1}^{NH} A_i \times \rho_i^{acum} EAF L_{média} =$$

$$\frac{(ES_1 \times NH_1) + (\sum_{i=2}^{nsp} ES_i \times 168) + (\sum_{j=1}^{nsem-1} EA_j \times 168) + (EA_{nsem} \times NH_{nsem})}{168 \times (nsp + nsem - 2) + NH_1 + NH_{nsem}} NH_1 = 168 - 24 \times$$

$$Ndias_1 NH_{nsem} = 168 - 24 \times Ndias_2$$

4.5 Características das usinas hidroelétricas:

4.5.1 Configuração dinâmica para as usinas hidroelétricas

A entrada de novas unidades hidráulicas no sistema é representada por meio de alterações nos dados de cadastro levando-se em conta a data a partir da qual deve-se considerar a modificação na configuração do sistema. Nesta versão, supõe-se que os novos aproveitamentos já estão cadastrados.

4.5.2 Alteração de dados do cadastro de usinas hidráulicas

Os dados das usinas hidroelétricas, constantes do arquivo de cadastro *hidr.dat*, podem ser alterados individualmente por estágio, caracterizando uma representação flexível de cada aproveitamento ao longo do período de estudo.

4.5.3 Representação de Unidades Elevatórias

Uma unidade elevatória consiste em um equipamento utilizado para retirar água de um reservatório a uma cota inferior (reservatório de jusante) e a enviar para um reservatório em uma cota superior (reservatório de montante), isto é, desviar o caminho natural do curso d'água (Figura 5.6). Tal operação é vantajosa quando se obtém um ganho de produtividade, ao se desviar a água em relação ao caminho natural desta.

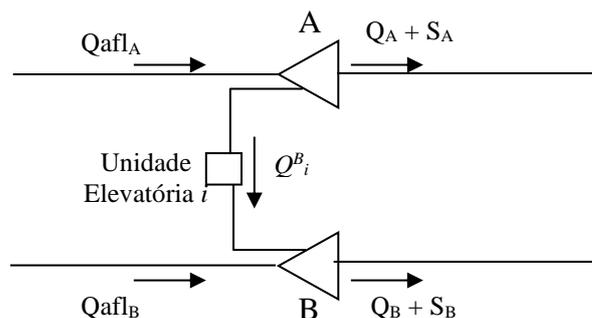


Figura 5.6– Exemplo de uma unidade elevatória, que bombeia água da usina A para a usina B

O modelo utilizado para representar uma unidade elevatória consiste somente de uma variável para representar a vazão bombeada, Q^B_i , $i = 1, \dots, NUNE$, onde $NUNE$ é o número total de unidades elevatórias existentes. A representação de uma unidade elevatória no modelo se dá em duas restrições: a restrição de conservação da água de cada usina do sistema e a restrição de balanço energético para cada subsistema.

Nas restrições de conservação da água, o volume bombeado em uma determinada unidade elevatória é acrescido ao volume afluente no estágio para a usina de montante, e deduzido do volume final para a usina de jusante:

$$V^{t+1}_A = V^t_A + Q_{afl}^t_A - Q^t_A - S^t_A - Q^{B^t}_A$$

$$V^{t+1}_B = V^t_B + Q_{afl}^t_B - Q^t_B - S^t_B + Q^{B^t}_A$$

onde Q_{afl} indica a vazão afluente às usinas, sejam ela incrementais ou resultantes da operação de usinas a montante.

Nas equações de demanda (item 5.1.2), acresce-se o consumo de energia para a operação da unidade elevatória à demanda do subsistema ao qual a usina pertence. Este consumo de energia consiste na vazão bombeada multiplicada pelo consumo específico da unidade.

$$\sum_{i=1}^{NH} GH_k^t(i) + \sum_{j=1}^{NT} GT_k^t(j) = D_k^t + \sum_{l=1}^{NUNE} \kappa(l) Q^{B^t}(l)$$

$k = 1, \dots, K$

onde $\kappa(l)$ é o consumo específico da unidade (MW / (m³/s)).

4.5.4 Produtividade variável com a altura de queda: Função de produção hidroelétrica

O modelo DECOMP formula o problema de despacho hidrotérmico como um problema de programação linear (PPL) no qual a função objetivo consiste em minimizar o custo de operação ao longo do período de planejamento. Como o foi visto no item 3, a energia hidroelétrica produzida pelos reservatórios varia com a produtividade da usina, que é uma função não linear do volume armazenado, vazão turbinada e vazão vertida.

A modelagem mais simples para a produtividade de uma usina, que é comumente utilizada em outros softwares comerciais de coordenação hidrotérmica utilizados no Brasil e no exterior, é considerá-la constante, o que leva a um modelo puramente linear. Em geral, toma-se o valor da produtividade média da usina, o qual corresponde à produtividade associada ao esvaziamento completo do reservatório a partir do volume máximo e considerando o nível de jusante fixo e igual à cota média do canal de fuga. Esta aproximação pode resultar em metas de geração muito otimistas ou pessimistas, pois despreza a perda ou ganho de potência relativa à variação do nível de armazenamento do reservatório.

Com o objetivo de introduzir na formulação do modelo informações acerca da variação da produtividade sem perder as facilidades de uma modelagem linear para o problema, foi desenvolvida inicialmente em [3] uma aproximação linear por partes, onde a geração da usina

era computada em função de duas variáveis: o **volume disponível médio** do reservatório no período e a **vazão defluente total** do período. A descrição dos aspectos específicos dessa abordagem pode ser encontrada nos manuais de referência do modelo anteriores à versão 21.1.

A partir da versão 21.1, foi implementada uma estratégia alternativa de cálculo da função de produção, desenvolvida em [4], onde a geração das usinas hidroelétricas passou a ser modelada em função de três variáveis: volume armazenado médio, vazão turbinada e vazão vertida. Portanto, a maior contribuição dessa nova modelagem é a consideração do vertimento de forma independente do turbinamento, o que leva a uma maior acurácia no cálculo da função. Além disso, foram realizados alguns aprimoramentos no cálculo da envoltória convexa da função, como será descrito posteriormente.

Daqui em diante, faremos menção a essa função como "**função de produção hidroelétrica aproximada (FPHA)**", cujos conceitos físicos são basicamente os mesmos da modelagem em vigor no modelo DECOMP até a versão 21, com exceção das diferenças mencionadas no parágrafo anterior. Uma descrição mais detalhada dessa função pode ser encontrada no relatório [5], que descreve a implementação da modelagem da FPHA no modelo DESSEM.

A concepção da função de produção é representar o mais fidedignamente possível as equações físicas que regem o processo de conversão da energia potencial hidráulica em energia elétrica ao longo de um intervalo de tempo Δt . Analisando-se esse conjunto de equações, chegou-se à conclusão de que é conveniente expressar matematicamente o valor da energia elétrica produzida pela usina hidrelétrica no período como uma função das seguintes variáveis:

- o **volume disponível médio** no período ($V = v_i$), onde v_i é o volume da usina no início do período;
- a **vazão turbinada total** da usina Q no período;
- a **vazão vertida** da usina S no período,

a partir da expressão da função de produção exata da usina, descrita a seguir.

Função de produção hidroelétrica EXATA (FPH)

A função de produção hidroelétrica exata, denotada por FPH, consiste na geração fornecida pela usina, a partir de valores conhecidos de V , Q e S . Portanto a função $FPH = GH(V, Q, S)$ é obtida de forma exata, a partir dos dados cadastrais das usinas referentes às unidades geradoras e ao reservatório. Essa função é dada pela expressão:

$$GH = \min\{P_{disp}; \rho_{esp} Q (h_{mon}(V) - h_{jus}(Q, S)) k_{phd}\} \text{ [MWmed]} \quad (1)$$

onde:

GH = geração na usina hidroelétrica;

P_{Disp} = potência disponível pode ser produzida pelo conjunto de geradores da usina no período (leva em consideração a potência instalada e eventuais manutenções);

ρ_{esp} = produtividade específica = $9.81 \times 10^{-3} \cdot r_{med}$;

r_{med} = rendimento médio do grupo turbina-gerador (em p.u.);

$h_{mon}(\cdot)$ = cota média de montante (polinômio volume armazenado X cota);

$h_{jus}(\cdot)$ = cota média de jusante (polinômio vazão defluente X nível de jusante);

k_{phd} = coeficiente (considerado constante) de perdas hidráulicas nas tubulações;

A Figura 5.8 abaixo ilustra a geração real da usina hidrelétrica de Furnas, como função (não-linear) do armazenamento e da vazão defluente, considerando que só há turbinamento. Ressalta-se que, no caso particular de usinas à fio d’água, a FPH se torna função apenas da vazão turbinada, pois o volume armazenado é constante.

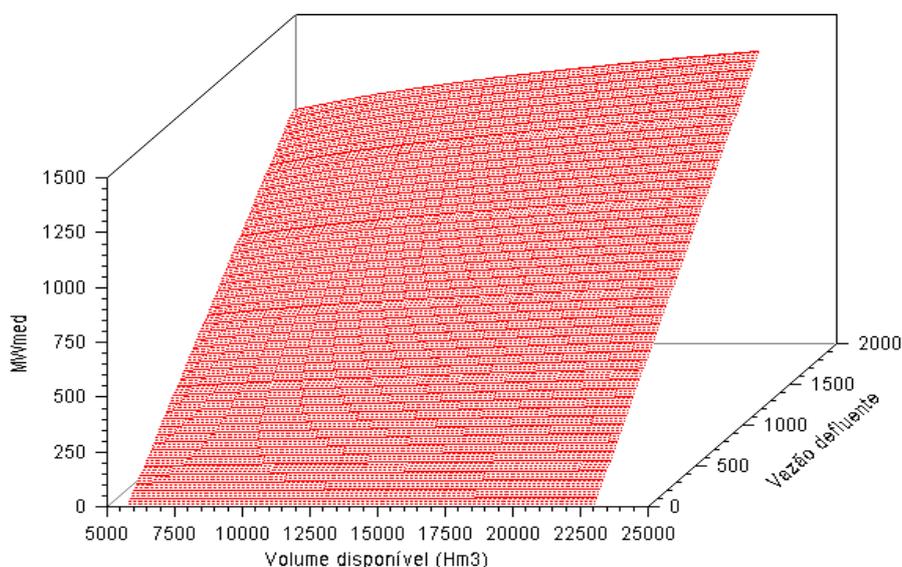


Figura 5.8 - Função de Produção Energética Real

Função de produção hidroelétrica APROXIMADA (FPHA)

Embora a função de produção hidroelétrica, em geral, seja não-linear e não-côncava, a análise de seu comportamento para diversos aproveitamentos indica que, dentro das faixas normais de variação do volume disponível e da vazão turbinada nestas usinas, é possível construir uma aproximação desta função, que seja linear por partes e côncava, e que minimize os desvios com relação aos valores da função exata. Esta aproximação permite associar as vantagens das propriedades linear e côncava com a precisão de uma representação não-linear.

Os passos para construção dessa função são descritos a seguir:

1º Passo: Cálculo de uma grade de pontos para a FPH

A função de produção energética FPH pode ser calculada para um conjunto de N pontos $\{V_i, Q_j \mid i = 1, \dots, m \text{ e } j = 1, \dots, n\}$ no plano $V \times Q$, que é denominado “grade de discretização” da função. Para cada um desses pontos, calcula-se a geração GH_i pela expressão exata (1), considerando um valo nulo de vertimento ($S=0$). Com resultado, obtém-se uma função discretizada $GH_i(V_i, Q_j)$ no espaço tridimensional.

2º Passo: Cálculo da envoltória convexa da função discretizada, no plano $V \times Q$

Mesmo que a função seja côncava no plano referente ao turbinamento, a função tridimensional $FPH = GH(V, Q)$ apresentará em geral um comportamento não côncavo, devido ao produto entre o turbinamento e a altura de queda na expressão (1). Desta forma, para tornar possível a construção de um modelo linear por partes, deve-se, inicialmente, ajustar uma envoltória convexa para a região abaixo da curva da FPH.

Essa envoltória é definida como “menor” função côncava cujo gráfico está acima da função original não-côncava, em todos os seus pontos, e é representada por um conjunto de M planos, que passarão a constituir a FPHA da usina. A Figura 5.9 dá um exemplo dessa envoltória, considerando, para uma melhor visualização apenas a variável Q . Ressalta-se que este procedimento é realizado no espaço tridimensional (V, Q, GH) .

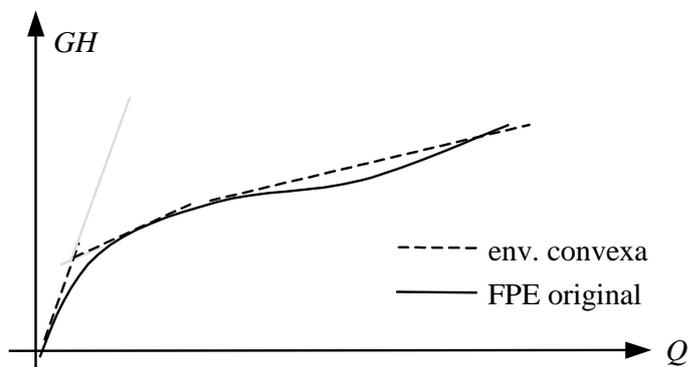


Figura 5.9 – Exemplo de construção da envoltória convexa para a região abaixo da FPE, para um valor de V constante.

A Figura 5.10 a seguir ilustra uma região hipotética definida por essa envoltória convexa, denotada por C , para o caso de uma usina com reservatório. Os pontos brancos correspondem àqueles onde a FPH real não encosta na sua envoltória convexa, indicando regiões onde essa função não é côncava.

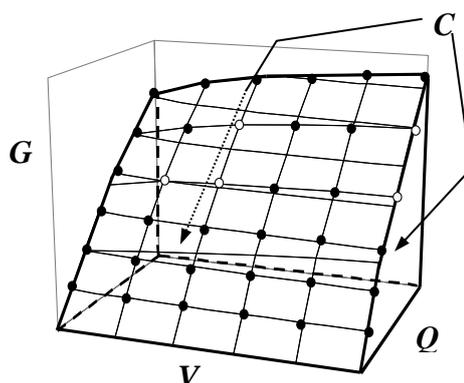


Figura 5.10 – Exemplo ilustrativo de envoltória convexa para a região abaixo da FPH, para o caso de usinas com reservatório.

Vale ressaltar que, se a FPH for mal comportada (ou seja, não côncava) em uma grande parte da grade definida no plano $V \times Q$, aumentar o número de pontos na discretização não resultará

em um modelo mais acurado, uma vez que todos os pontos na região não côncava da curva serão eliminados durante o cálculo da envoltória convexa.

Algoritmos para a determinação de envoltórias convexas em espaços tri-dimensionais são pesados do ponto de vista computacional. No entanto desenvolveu-se, na nova modelagem da FPHA, um algoritmo próprio que, além de ser bastante eficiente, pode ser adaptado para as particularidades da função de produção.

Após a aplicação da envoltória convexa, obtém-se um modelo inicial denominado $FPHA_0$, que seria representado por uma função côncava e linear por partes, construída diretamente a partir do subconjunto de planos que compõem a envoltória convexa. Entretanto, esse modelo é, por construção, sempre uma aproximação otimista da FPH, ou seja, o valor de geração $FPHA_0(V, Q)$ é sempre maior ou igual ao valor exato $GH(V, Q)$ obtido pela expressão (1). Esse efeito é reduzido com a aplicação de um fator de correção, como será apresentado a seguir.

3º Passo: Aplicação de um fator de correção

Uma representação mais realista pode ser obtida aplicando-se um fator de correção α para o modelo $FPHA_0$, calculado de forma a minimizar o desvio quadrático médio entre a $FPHA_0$ e a FPH, considerando ainda somente o plano $V \times Q$, com valores nulos para vertimento.

$$FPHA(V, Q) = \alpha FPHA_0(V, Q), \quad (2)$$

Este procedimento é ilustrado na Figura 5.11, para um valor fixo de volume armazenado:

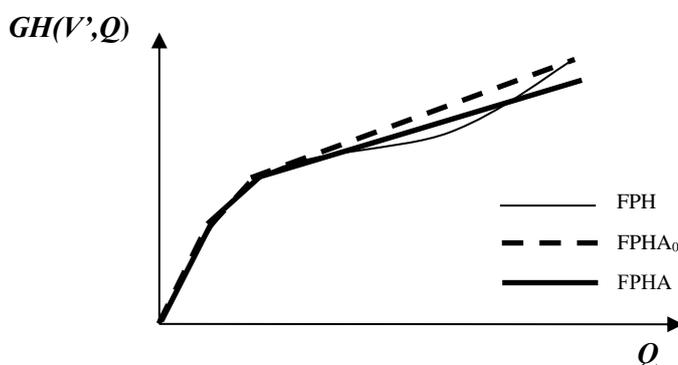


Figura 5.11 – Esquema ilustrativo do ajuste realizado na FPHA₀ na grade V × Q, para minimizar o erro médio quadrático em relação à FPH.

Cálculo do Fator de correção α

O fator de correção α é calculado de forma a minimizar o erro médio quadrático entre a função exata $GH(V,Q)$ e os valores corrigidos (após a aplicação desse fator) para a FPHA, considerando uma amostra significativa de $m \times n$ pontos quaisquer na região de ajuste:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (GH(v_i, q_j) - \alpha \cdot FPHA_0(v_i, q_j))^2}$$

O valor de α que minimiza a expressão acima é dado por:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n FPHA_0(v_i, q_j) GH(v_i, q_j)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n FPHA_0(v_i, q_j)^2} \quad (3)$$

4º Passo: Modelagem do Vertimento

Até então, considerou-se a variação da geração apenas em relação a V e Q , para um valor de vertimento (S) nulo. Isto ocorre porque, como o gráfico da FPH é, em geral, não côncavo na dimensão do vertimento, não é interessante computar uma envoltória convexa incluindo também pontos para valores não nulos de vertimento. Em vez disso, optou-se por uma aproximação secante no eixo da variável S , que passa pelos pontos $(V_i, Q_i, 0, GH(V_i, Q_i, 0))$ e $(V_i, Q_i, S_{ref}, GH(V_i, Q_i, S_{ref}))$, como mostrado na Figura 5.11. Note que esses pontos estão no espaço \mathcal{R}^4 , portanto a figura indica um corte dessa função para valores fixos V_i e Q_i de volume armazenado e turbinamento.

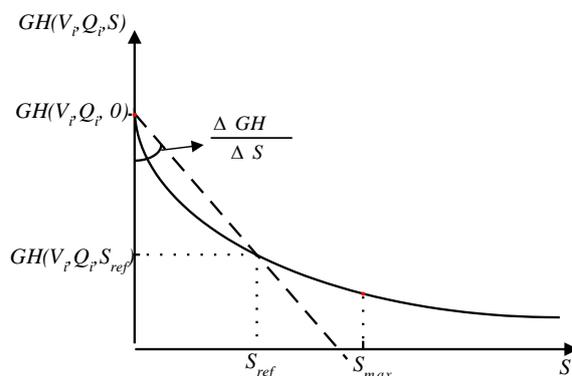


Figura 5.12 – Aproximação da FPE na dimensão S.

O ponto de interseção S_{ref} , denominado **vertimento de referência**, indicado na Figura 5.12, pode ser fixo ou variável de acordo com o par (V_i, Q_i) . Adotou-se o procedimento de calcular o valor de S_{ref} de modo a minimizar, para cada ponto (V_i, Q_i) , a soma dos desvios quadráticos entre a FPHA e a FPH, no intervalo entre $S = 0$ e $S = S_{max}$, sendo S_{max} um valor limite de vertimento definido para cada usina. Adota-se atualmente para S_{max} um valor igual ao dobro da vazão natural de longo termo (MLT) fornecida pelo arquivo MLT.DAT, ou o dobro da capacidade de turbinamento da usina (caso a vazão MLT da usina seja nula nesse arquivo).

5º Passo: Expressão final para a função

Uma vez construída a FPHA, de acordo com os procedimentos descritos nas seções anteriores, a geração das usinas hidráulicas no problema de otimização de despacho hidrotérmico resolvido pelo modelo DECOMP é modelada pelas seguintes restrições¹:

$$GH_{i,t} \leq \alpha(\gamma_0^{i,k} + \gamma_V^{i,k} \bar{V}_i^t + \gamma_Q^{i,k} Q_i^t) + \gamma_S^{i,k} S_i^t, \quad k = 1, \dots, K_i, \quad (4)$$

$$0 \leq Q_{i,t} \leq \bar{Q}_{i,t}$$

$$GH_{i,t} \leq \bar{GH}_{i,t},$$

para cada usina i e período t , onde:

K_i : índice que percorre todos os hiperplanos (cortes) da FPHA

$\gamma_0^{i,k} \geq 0$, $\gamma_V^{i,k} \geq 0$, $\gamma_Q^{i,k} \geq 0$ e $\gamma_S^{i,k} \leq 0$: parâmetros de cada hiperplano k .

$\bar{V}_i^t = \frac{V_i^t + V_i^{t+1}}{2}$: Volume armazenado médio da usina i no período t ;

$Q_{i,t}$ vazão turbinada pela i -ésima usina durante o estágio t

$\bar{Q}_{i,t}$ limite de turbinamento da i -ésima usina durante o estágio t

$S_{i,t}$ vazão vertida pela i -ésima usina durante o estágio t

$vd_{i,t}$ volume disponível no i -ésimo reservatório no estágio t

¹ Por questões de simplicidade, desprezaram-se os fatores de conversão de unidades das vazões Q e S médias no período (em m^3/s) e volume V (em hm^3) para valores de geração média no período (MW).

$GH_{i,t}$ geração da i -ésima usina durante o estágio t

$\overline{GH}_{i,t}$ geração máxima na i -ésima usina para o estágio t

Δt duração do estágio t

M_i Conjunto de usinas imediatamente a montante de I

Ressalta-se que, caso a curva de demanda seja representada por patamares (item 4.1.3), haverá um conjunto de restrições para cada patamar:

$$GH_{i,t}^{\tau} \leq \alpha(\gamma_0^{i,k} + \gamma_V^{i,k}V_i^t + \gamma_Q^{i,k}Q_{i,t}^{\tau}) + \gamma_S^{i,k}S_{i,t}^{\tau}, k = 1, \dots, K_i, \quad (4)$$

$$0 \leq Q_{i,t} \leq \overline{Q}_{i,t}$$

$$GH_{i,t} \leq \overline{GH}_{i,t},$$

ou seja, a função será a mesma, aplicada de forma independente às variáveis turbinamento e vertimento associadas ao referido patamar. O volume considerado para fins de cálculo de geração será o mesmo para todos os patamares, visto que eles não seguem ordem cronológica.

Ressalta-se que o atendimento ao conjunto de inequações (4) é satisfeito por qualquer ponto na região abaixo da curva da FPHA. Entretanto, como o objetivo do PPL é minimizar o custo total de operação, é natural que a geração “encoste” nos planos da FPHA, já que uma geração hidroelétrica menor do que a já fornecida pela função levaria a um custo de operação maior ou igual ao custo incorrido em utilizar a geração obtida com a função.

Janela de Ajuste da FPHA

Os planos da FPHA são construídos observando-se a faixa operativa permitida para V e Q em cada estágio, que é obtida considerando os limites físicos da usina, suas disponibilidades (descartando as unidades em manutenção) e suas restrições operativas, elétricas e hidráulicas. Obtém-se, desta forma, valores mínimos e máximos operativos para as variáveis V e Q . O objetivo de se definir essa janela é permitir o ajuste da FPHA somente na região em que a usina efetivamente pode operar em cada estágio, visando uma melhor aproximação.

4.5.4.1 A Função de produção hidroelétrica aproximada dinâmica (FPHAD):

O desempenho da modelagem da FPHA depende do número de pontos utilizados para a discretização da FPH, durante a construção do modelo. O ideal seria utilizar o maior número de pontos possível. Entretanto, o uso de um número excessivo de pontos levaria a um grande aumento no tamanho da matriz do PPL a ser resolvido. Por exemplo, em um estudo com 100 usinas hidroelétricas, 20 períodos de tempo e 500 restrições por usina, teríamos 1.000.000 de restrições somente para a FPHA. Isto leva a um aumento significativo no tempo de processamento.

De forma a determinar de forma acurada a geração das usinas hidroelétricas em um tempo aceitável, foi desenvolvido em [6] um método alternativo para a construção dos cortes (inequações) da função de produção hidroelétrica de cada usina. Nessa proposta, utiliza-se um modelo linear por partes dinâmico para a FPHA, denominado de FPHAD, pelo qual as inequações (cortes) do modelo vão sendo introduzidas de forma iterativa, ao longo da resolução do problema. A ideia dessa estratégia é permitir que a solução final para a geração das usinas possa estar em qualquer ponto da sua região viável de operação, e não sofra influência sensível da localização dos pontos de quebra da função. Além disso, ao não introduzir diretamente todas

as aproximações lineares no problema, se poderia utilizar um modelo mais detalhado para a FPHA das usinas (com um maior número de cortes), diminuindo ainda os desvios médios entre a FPHA e a função de produção exata da usina.

4.5.5 Engolimento Máximo das Turbinas em função da altura de queda

O engolimento máximo total do conjunto de turbinas de uma usina hidroelétrica, dada uma determinada vazão defluente q_{def} , pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$q_{maxT} = \left(\frac{h_l(q_{def})}{h_{ef}} \right)^\alpha \cdot q_{ef},$$

onde:

h_l : altura de queda líquida da usina;

h_{ef} : altura de queda efetiva da usina, dada pela média das alturas efetivas (de cadastro) dos conjuntos de unidades geradoras da usina, ponderadas pelo número de unidades em cada conjunto;

q_{ef} : vazão efetiva da usina, que corresponde à soma das vazões efetivas de cadastro de suas unidades geradores;

α : fator que depende do tipo das turbinas da usina:

=> 0,5 para turbinas Francis e Pelton;

=> 0,2 para turbinas Kaplan.

Para a determinação de q_{maxT} é necessário conhecer o valor de altura de queda líquida, que por sua vez depende do volume do reservatório e da vazão defluente, que são variáveis de decisão do problema DECOMP. Entretanto, o cálculo desse turbinamento máximo deve ser realizado a priori, antes de se resolver o problema de otimização do modelo DECOMP. Para contornar essa questão, considera-se um cálculo a priori de q_{maxT} , com as seguintes premissas:

- para a cota de montante (h_{mon}), adota-se o volume armazenado das usinas no início do estudo (V_{inic}), **já que se desejam resultados mais acurados para os primeiros períodos (semanas)**;
- Como o engolimento máximo diminui com a vazão defluente, assume-se a princípio uma hipótese de que a vazão defluente q_{def} corresponde ao turbinamento máximo da usina, pois é o valor até o qual há um estímulo natural para que a usina deflua, já que a partir deste valor haverá vertimentos.

Esta segunda hipótese leva a um caráter recursivo para o valor da cota de jusante (h_{jus}), uma vez que a mesma é afetada pelo próprio valor de turbinamento máximo que se deseja calcular. A expressão a seguir ilustra esse aspecto:

$$q_{maxT} = \left(\frac{h_{mon}(V_{inic}) - h_{jus}(q_{maxT}) - perdas}{h_{ef}} \right)^\alpha \cdot q_{ef},$$

onde o termo **perdas** corresponde às perdas de queda fornecidas no cadastro que, dependendo da usina, podem ser dadas em % ou em valor absoluto (m).

Este efeito recursivo é contornado adotando-se, para o cálculo de q_{maxT} , o resultado q_{maxT}^{iter} do algoritmo iterativo ilustrado na Figura 5.7, onde k indica o número da iteração e adotou-se o valor de 1m3/s para a tolerância δ .

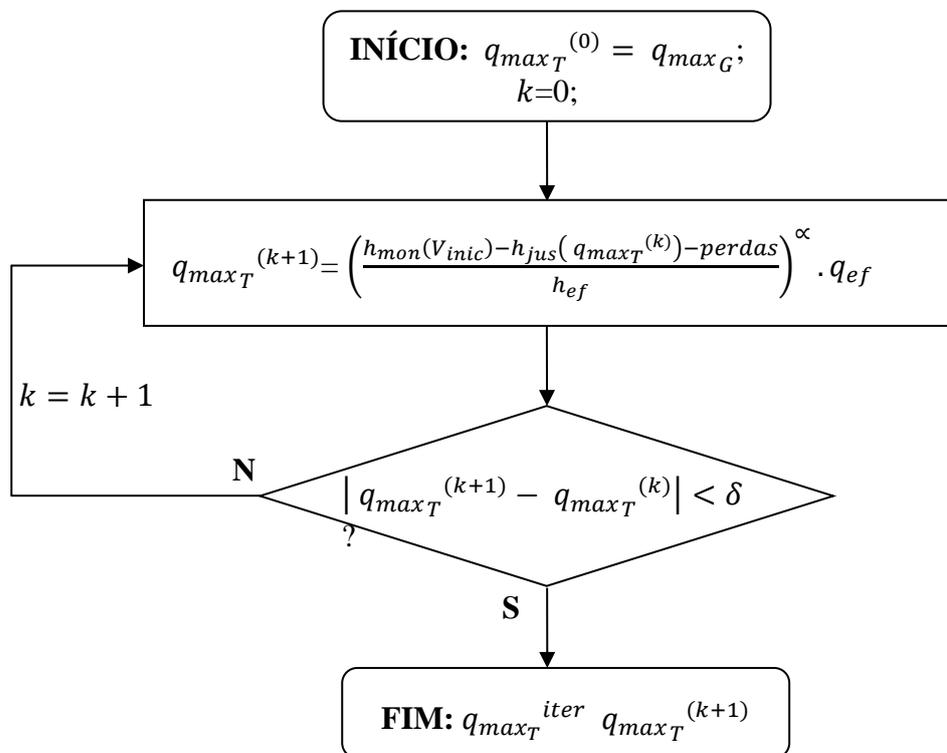


Figura 5.7-- Cálculo recursivo para o engolimento máximo da turbina de uma unidade geradora.

Consideração da defluência mínima obrigatória no cálculo de q_{maxT}

Quando o turbinamento da usina estiver no seu valor máximo e houver vertimentos influenciando a cota do canal de fuga, o valor de q_{maxT} calculado anteriormente (que assumiu $q_{def} = q_{maxT}$) será otimista, uma vez que a vazão vertida eleva a cota do canal de fuga, diminuindo ainda mais o valor de q_{maxT} . Embora não seja possível prever a priori essa possibilidade de vertimento, já que a defluência é resultado do problema de otimização, há situações em que o vertimento é inevitável e pode ser detectado antes de se resolver o problema de otimização.

Com base na diferença entre as aflúncias totais naturais (Q_{nat}) a cada usina hidroelétrica i e ao conjunto M_i de reservatórios à montante de i , e levando-se em consideração os volumes armazenado inicial e máximo (V_{max}) de i , pode-se calcular uma defluência mínima obrigatória (Q_{defmin}) da usina hidroelétrica i , como segue:

$$q_{defmin_i} = \max \{0, (Q_{nat_i} - \sum_{j \in M_i} Q_{nat_j}) - (V_{max_i} - V_{inic_i})\},$$

onde a primeira parcela do termo não nulo à direita corresponde à aflúncia natural que chega à usina i e a segunda parcela corresponde ao armazenamento existente no reservatório para

absorvê-la. Portanto, se a diferença entre essas parcelas for positiva, haverá uma defluência mínima obrigatória. Duas situações ainda podem ocorrer nesse caso:

- $q_{defmin_i} < q_{max_T}^{iter}$: neste caso, a defluência mínima obrigatória é menor do que o "estímulo" máximo de defluência para o reservatório, e mantém-se o valor $q_{max_T}^{iter}$ para o cálculo do engolimento máximo;
- $q_{defmin_i} > q_{max_T}^{iter}$: neste caso, haverá vertimento e o valor de engolimento máximo é calculado com base no valor de q_{defmin_i} .

Desta forma, o valor q_{max_T} a ser adotado para o engolimento máximo das turbinas do gerador será dado por:

$$q_{max_T} = \left(\frac{h_l(q_{def})}{h_{ef}} \right)^\alpha q_{ef},$$

onde

$$q_{def} = \max \{ q_{defmin_i}, q_{max_T}^{iter} \}.$$

4.5.6 Tempo de viagem da vazão defluente entre usinas em cascata

O modelo DECOMP é capaz de representar o tempo de viagem da água entre usinas hidroelétricas adjacentes em uma bacia hidroelétrica (ver item 4.3). Estes tempos de viagem são considerados nas restrições de balanço hídrico das usinas hidroelétricas e nos cortes de Benders construídos para a resolução do problema, bem como no cálculo da energia natural afluente aos subsistemas com acoplamento hidráulico (item 5.1.10.2). As vazões incrementais à usina de montante, que são dado de entrada para o modelo (ver [14], item 3.3.25), devem ser calculadas levando em conta o tempo de viagem até a usina de jusante.

4.5.7 Evaporação

No problema linear de despacho hidrotérmico do DECOMP, a representação da evaporação da água nos reservatórios é opcional. O usuário escolhe os reservatórios nos quais deverá ser considerada a evaporação. Neste caso, a cada estágio e cenário do período de planejamento o programa atualiza o coeficiente de evaporação (k_{vap}) referente ao volume inicial do reservatório, obtendo o percentual de volume a ser descontado (evaporado) do balanço hidráulico da usina, ou seja:

$$V^{t+1}(i) = (1.0 - k_{vap}) V^t(i) + a^t(i) \Delta t - \sum_{k=1}^K \left[(q_k^t(i) + s_k^t(i)) - \sum_{j \in M_i} (q_k^t(j) + s_k^t(j)) \right] \delta_k$$

sendo k_{vap} obtido através do polinômio:

$$k_{vap} = a_1 + a_2[V^t(i)^*] + a_3[V^t(i)^*]^2 + a_4[V^t(i)^*]^3 + a_5[V^t(i)^*]^4$$

$$\text{onde } V^t(i)^* = \min\{\overline{V(i)}, V^t(i) + a^t(i)\Delta t\}$$

Conforme expresso na equação de conservação da água acima, a consideração de evaporação modifica o coeficiente do termo referente ao volume inicial. Portanto, conforme detalhado no capítulo 4, a função de custo futuro terá seus coeficientes ($\pi_{i,t}$) atualizados pelos respectivos percentuais, então:

$$\pi_{i,t} = (1.0 - k_{vap}) \pi_{i,t}$$

Caso seja utilizada a opção PL único, a parcela $V^t(i)$ é substituída pelo volume associado à altura equivalente dos reservatórios de regularização. Nesta opção (PL único) existe também a possibilidade do usuário fornecer os volumes estimados dos reservatórios ao final dos estágios que desejar que substituam o valor default associado à altura equivalente.

4.5.8 Retiradas de água para outros usos (ex: irrigação)

Parte da vazão afluyente às usinas hidroelétricas pode ser desviada para permitir outros usos da água. No modelo DECOMP estes desvios podem ser representados, a cada estágio, segundo duas abordagens:

4.5.8.1 Retiradas de água para outros usos que deverão sempre ser atendidas

O modelo DECOMP permite a representação, a cada estágio, de retiradas de água a montante dos aproveitamentos (p.ex., irrigação), conforme a vazão definida pelo usuário. Através desse recurso também podem ser considerados retornos de água (retirada com taxas negativas). Estas restrições serão sempre atendidas e, caso estas imposições tornem o problema inviável, o programa reporta uma mensagem para o usuário ao final do processamento.

4.5.8.2 Desvios de água cujo não atendimento é associado a um custo

A cada um desses desvios está associado um custo de não atendimento e uma taxa de retorno, fornecidos pelo usuário e que são considerados durante o processo de otimização energética. Considera-se ainda que o retorno dos desvios pode ocorrer na mesma usina de onde foi feita a retirada ou em uma outra usina a jusante da mesma. A implementação no modelo DECOMP foi feita respeitando essas indicações, de modo a assegurar que, no caso do não atendimento a uma retirada, haja também uma diminuição no retorno, na mesma proporção da retirada.

Quando o desvio e o retorno ocorrem a montante da mesma usina hidroelétrica, este recurso também pode ser utilizado para representar usos consultivos, para tal basta que sejam fornecidos o valor realmente consumido pelo outro uso da água (diferença entre a retirada e o retorno) e para a taxa de retorno o valor zero.

4.5.8.2.1 Alteração nas equações de balanço hídrico

Os desvios são incluídos no modelo através da alteração nas equações de balanço hídrico. Para que o não atendimento a estes desvios não leve à inviabilidade da solução, são acrescentadas folgas relativas às retiradas de água ($F_{da}^t(i)$), e aos respectivos retornos ($F_R^t(j)$), sendo que:

$$F_{da}^t(i) \leq Q_{da}^t(i)$$

$$F_R^t(j) \leq R^t(j)$$

Dessa forma, as vazões efetivas de retirada e retorno são dadas por:

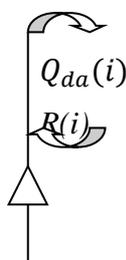
$$Q_{daef}^t(i) = Q_{da}^t(i) - F_{da}^t(i)$$

$$R_{ef}^t(j) = R^t(j) - F_R^t(j).$$

Na função objetivo, as folgas $F_{da}^t(i)$ são penalizadas com o valor do custo de não atendimento aos desvios, fornecido pelo usuário.

As equações de balanço hídrico modificadas, para cada um dos casos mencionados, ficariam da seguinte forma:

- **No caso de retirada e retorno na mesma usina:**



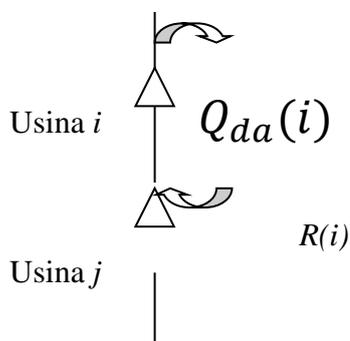
$$V^{t+1}(i) + \sum_{k=1}^{npat} [Q^t(i) + S^t(i) - \sum_{m \in M_i} (Q^t(m) + S^t(m))] - F_{ev}^t(i) - F_{da}^t(i) + F_R^t(i) = V^t + A^t(i) + \sum_{m \in M_{TV_i}} (Q^{t-tv_j-ij}(m) + S^{t-tv_j-ij}(m)) - Ev^t(i) - Q_{da}^t(i) + R^t(i)$$

onde:

- $V^{t+1}(i)$ é o volume armazenado na usina i , no estágio $t+1$;
- $Q^t(i)$ é a vazão turbinada na usina i , no estágio t ;
- $S^t(i)$ é a vazão vertida na usina i , no estágio t ;
- M_i é o conjunto de usinas à montante da usina i ;
- $A^t(i)$ é a vazão afluyente à usina i , no estágio t ;
- M_{tvi} é o conjunto de usinas à montante da usina i , com tempo de viagem de um aproveitamento para o outro;
- $Ev^t(i)$ é a perda por evaporação da usina i , no estágio t ;
- $Q_{da}^t(i)$ é a vazão de retirada de água requerida da usina i , no estágio t ;
- $R^t(i)$ é a vazão de retorno da água desviada da usina i , no estágio t ;
- k representa cada patamar de carga e $npat$, o total destes;

sendo que o termo à esquerda contém as variáveis de decisão e o da direita, as variáveis de estado para o estágio t .

- **No caso de retirada na usina i e retorno na usina j :**



Para a usina i , à montante da qual seria feita a retirada:

$$V^{t+1}(i) + \sum_{k=1}^{npat} [Q^t(i) + S^t(i) - \sum_{m \in M_i} (Q^t(m) + S^t(m))] - F_{ev}^t(i) - F_{da}^t(i) = \\ V^t + A^t(i) + \sum_{m \in M_{TV_i}} (Q^{t-tv_{j-ij}}(m) + S^{t-tv_{j-ij}}(m)) - Ev^t(i) - Q_{da}^t(i)$$

Para a usina j , à montante da qual se daria o retorno da água:

$$V^{t+1}(j) + \sum_{k=1}^{npat} [Q^t(j) + S^t(j) - \sum_{m \in M_j} (Q^t(m) + S^t(m))] - F_{ev}^t(j) + F_R^t(j) = \\ = V^t + A^t(j) + \sum_{m \in M_{TV_j}} (Q^{t-tv_{j-ij}}(m) + S^{t-tv_{j-ij}}(m)) - Ev^t(j) + R^t(j)$$

4.5.8.2.2 Relação entre retiradas e retornos de água

As retiradas $Q_{da}^t(i)$ e retornos $R^t(j)$ estão relacionados pela adição da seguinte equação no modelo:

$$R^t(j) = \alpha \times Q_{da}^t(i),$$

sendo α o percentual de retorno da água para o desvio considerado, fornecido pelo usuário.

4.5.8.2.3 Equação final de balanço hídrico considerando retiradas e retornos

Finalmente, substituindo $R^t(j)$ nas equações de balanço hídrico, tem-se:

- No caso de retirada e retorno na mesma usina:

$$V^{t+1}(i) + \sum_{k=1}^{npat} [Q^t(i) + S^t(i) - \sum_{m \in M_i} (Q^t(m) + S^t(m))] - F_{ev}^t(i) - (1 - \alpha) \times F_{da}^t(i) \\ = V^t + A^t(i) + \sum_{m \in M_{TV_i}} (Q^{t-tv_{j-ij}}(m) + S^{t-tv_{j-ij}}(m)) - Ev^t(i) - (1 - \alpha) \times Q_{da}^t(i)$$

- No caso de retirada na usina i e retorno na usina j :

$$V^{t+1}(i) + \sum_{k=1}^{npat} [Q^t(i) + S^t(i) - \sum_{m \in M_i} (Q^t(m) + S^t(m))] - F_{ev}^t(i) - F_{da}^t(i) = V^t + A^t(i) + \sum_{m \in M_{TVi}} (Q^{t-tv_{j-ij}}(m) + S^{t-tv_{j-ij}}(m)) - Ev^t(i) - Qda^t(i)$$

$$V^{t+1}(j) + \sum_{k=1}^{npat} [Q^t(j) + S^t(j) - \sum_{m \in M_i} (Q^t(m) + S^t(m))] - F_{ev}^t(j) + \alpha \times F_{da}^t(i) = V^t + A^t(j) + \sum_{m \in M_{TVi}} (Q^{t-tv_{j-ij}}(m) + S^{t-tv_{j-ij}}(m)) - Ev^t(j) + \alpha \times Qda^t(i)$$

4.5.9 Enchimento de volume morto

O enchimento de volume morto é representado através de uma vazão mínima para armazenamento em cada estágio. A partir desta vazão, o modelo calcula volumes meta mínimos de modo que o volume armazenado na usina em cada estágio seja, no mínimo, igual a estes valores. Com o objetivo de se manter uma vazão mínima defluente durante o período de enchimento, também é possível informar os valores mínimos de defluência para cada estágio. O prazo de enchimento de volume morto é um dado de entrada do modelo e, caso não seja viável atendê-lo, o programa reporta o não atendimento desta restrição.

4.5.10 Cronograma de manutenção

A representação dos cronogramas de manutenção programada dos grupos turbina-gerador é feita através de taxas de disponibilidade média no estágio, fornecidas ao modelo DECOMP. Essas taxas devem ser calculadas, para cada usina, levando-se em consideração (i) o período de manutenção da unidade e (ii) a potência indisponibilizada.

4.5.11 Vazão defluente mínima

O valor *default* para defluência mínima nos aproveitamentos hidráulicos é nulo. Nesta versão é possível incorporar, como restrição de defluência mínima, um percentual da vazão mínima histórica (registros **RQ**). Caso um aproveitamento tenha uma taxa de defluência que não seja um percentual da vazão mínima histórica, esse valor deve ser fornecido no registro **UH**. O valor de vazão mínima informado no registro **UH** tem prioridade em relação ao registro **RQ** e é fixado para todos os estágios do estudo.

A restrição de vazão defluente mínima é considerada “*hard*” e deverá ser atendida, em cada estágio, pela otimização. Caso estas imposições tornem o problema inviável, o programa reporta uma mensagem para o usuário ao final do processamento.

4.5.12 Volume de espera para controle de cheias

De modo a considerar as restrições operativas para controle de cheias, o modelo DECOMP representa os volumes de espera para amortecimento de cheias definidos a priori. Estes volumes são informados ao modelo através do fornecimento do máximo volume armazenável em cada

usina para cada estágio semanal e mensal. Esta representação não modifica o valor da energia armazenável máxima em cada reservatório, que é calculada considerando como limite superior o volume armazenável máximo sem levar em conta o volume para controle de cheias.

$$\sum_{i=1}^{NH} GH_k^t(i) + \sum_{j=1}^{NT} GT_k^t(j) = D_k^t + \sum_{l=1}^{NUNE} \kappa(l) Q^{B^t}(l)$$

4.5.13 Restrições hidráulicas especiais

As restrições hidráulicas especiais permitem que sejam introduzidas no modelo algumas restrições operativas próprias de determinada usina ou conjunto de usinas em uma bacia hidroelétrica. Elas são uma alternativa para a representação, por exemplo, de algumas regras operativas das bacias do Alto Tietê e Paraíba do Sul

Estas restrições especificam limites máximos e mínimos, em um dado aproveitamento, para a vazão afluente ou defluente, faixas de operação para a vazão defluente de um conjunto de usinas e faixas para os volumes armazenados em um conjunto de reservatórios.

4.5.13.1 Restrição Hidráulica de Vazão Afluente (RHA)

A restrição hidráulica de vazão afluente tem por objetivo especificar limites mínimos e máximos para a quantidade de água afluente a uma dada usina do sistema, para determinados estágios do estudo. Se i é a usina hidrelétrica para a qual se inseriu a k -ésima restrição hidráulica de vazão afluente, tem-se:

$$\underline{A}_k \leq A_i + \sum_{j \in M_i} (Q_j + S_j) + \sum_{j \in D_i} (Desv_j) \leq \overline{A}_k$$

onde:

M_i : conjunto de usinas a montante da usina i ;

$(Q_j + S_j)$: vazão defluente de cada uma das usinas a montante da usina i ;

D_i : conjunto de usinas com canal de desvio para a usina i ;

$Desv_j$: desvio de água realizado pela usina j ;

A_i : Vazão incremental à usina i ;

\underline{A}_k e \overline{A}_k : limites inferior e superior para k -ésima restrição hidráulica de vazão afluente.

As restrições hidráulicas de vazão afluente podem ser especificadas para cada um dos estágios do período de estudo. Na representação acima, o índice do estágio foi suprimido para não sobrecarregar a notação.

4.5.13.2 Restrição Hidráulica de Vazão Defluente (RHQ)

A restrição hidráulica de vazão defluente consiste em uma restrição que possibilita determinar faixas de operação para algumas variáveis do problema, como vazão defluente, desvios de água e bombeamentos. Além disso, este tipo de restrição permite que o usuário combine faixas de operação para essas variáveis. A k -ésima restrição hidráulica de vazão defluente, para um dado patamar de carga e estágio do estudo, pode ser representada por:

$$\underline{Q}_k \leq \sum_{i=1}^{NHR} c_i^{def} Qdef_i + \sum_{j=1}^{NHR} c_j^D Desv_j + \sum_{l=1}^{NUER} c_l^{bomb} Qbomb_l \leq \overline{Q}_k$$

onde:

NHR : número de usinas hidroelétricas na restrição

$NUER$: número de unidades elevatórias na restrição

$Qdef$: vazão defluente das usinas da restrição, no patamar e estágio especificado

$Desv$: desvios de água das usinas da restrição, no patamar e estágio especificado

$Qbomb$: bombeamentos nas unidades elevatórias da restrição, no patamar e estágio especificado

c^{def} , c^D , c^{bomb} : fatores para as diversas variáveis e usinas na restrição

\underline{Q}_k e \overline{Q}_k : limites inferior e superior para k -ésima restrição hidráulica de vazão defluente.

Na representação acima, o índice do estágio e do patamar foi suprimido para não sobrecarregar a notação.

4.5.13.3 Restrição Hidráulica de Volume Armazenado (RHV)

A restrição hidráulica de volume inclui, além das variáveis presentes nas RHQs, os armazenamentos nos reservatórios. Além disso, estas restrições são aplicadas para o estágio como um todo, e não por patamar como é o caso das RHQs.

A k -ésima restrição hidráulica de volume armazenado, para um dado estágio do período de estudo, pode ser representada por:

$$\underline{V}_k \leq \sum_{i=1}^{NHR} c_i^{def} Qdef_i + \sum_{j=1}^{NHR} c_j^D Desv_j + \sum_{l=1}^{NUER} c_l^{bomb} Qbomb_l + \sum_{m=1}^{NRR} c_m^V Varm_m \leq \overline{V}_k$$

onde:

NHR : número de usinas hidroelétricas na restrição;

$NUER$: número de unidades elevatórias na restrição;

NRR : número de reservatórios na restrição;

$Qdef$: vazão defluente das usinas da restrição, no patamar e estágio especificado;

$Desv$: desvios de água das usinas da restrição, no patamar e estágio especificado;

$Qbomb$: bombeamentos nas unidades elevatórias da restrição, no patamar e estágio especificado;

$Varm$: Volumes armazenados no final do estágio especificado, para os reservatórios da restrição;

c^{def} , c^D , c^{bomb} , c^V : fatores para as diversas variáveis e usinas na restrição;

\underline{V}_k e \overline{V}_k : limites inferior e superior para k -ésima restrição hidráulica de volume armazenado.

Na representação acima, o índice do estágio foi suprimido para não sobrecarregar a notação.

4.5.13.4 Restrição de Armazenamento Mínimo nos Subsistemas (RHE)

A restrição de armazenamento mínimo nos subsistemas consiste em uma restrição que possibilita determinar um valor de energia armazenada mínima para os subsistemas em um ou mais estágios definidos pelo usuário.

As energias armazenadas nos subsistemas consideradas nestas restrições são calculadas, por *default*, tal como no acoplamento com o modelo de médio prazo, segundo a altura equivalente de cada usina. No entanto, o usuário pode fornecer dados para o cálculo dos valores das produtividades que deseje que sejam consideradas nestas restrições, em substituição à produtividade equivalente.

A restrição de armazenamento mínimo para o subsistema k pode ser representada por:

$$\underline{Meta}_k \leq \sum_{i=1}^{NR} V_i \times \rho_i^{acum}$$

onde :

$Meta_k$: limite da restrição de armazenamento mínimo para o subsistema k ;

NR : número de reservatórios do subsistema k ;

V_i : volume do i -ésimo reservatório do subsistema; e

ρ_i^{acum} : produtividade acumulada do reservatório i , calculada para a altura equivalente (*default*), ou segundo dados fornecidos pelo usuário.

4.5.14 Representação de acoplamento hidráulico entre subsistemas

A representação no modelo DECOMP de subsistemas acoplados hidráulicamente deve ser feita de acordo com o procedimento que foi adotado no modelo de médio prazo (NEWAVE) para representação desses subsistemas.

Suponha que temos 3 usinas “A”, “B” e “C” em cascata, sendo as usinas A e C com reservatório e a usina B a fio d’água. A usina “A” se encontra no subsistema S1, de montante, enquanto as usinas “B” e “C” estão localizadas no subsistema de jusante S2. A figura 5.3 a seguir ilustra esta situação:

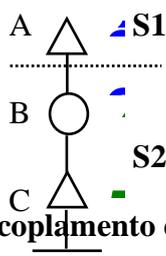


Figura 5.3 – Acoplamento entre subsistemas

As duas situações de acoplamento entre subsistemas utilizadas atualmente no sistema brasileiro são o acoplamento entre o SE e o NE no Rio São Francisco (entre as usinas de Três Marias e

Sobradinho) e o acoplamento entre o SE e o N no Rio Tocantins (envolvendo as usinas de Serra da Mesa e Lajeado, no SE, e Tucuruí, no N).

Há duas formas de se representar estes acoplamentos no modelo NEWAVE:

a) Com utilização de usina fictícia

Neste caso, a usina A é duplicada, criando-se uma nova usina “A (Fic)”. A cascata é “quebrada” em duas, desacoplando-se os subsistemas conforme mostra a Figura 5.4:

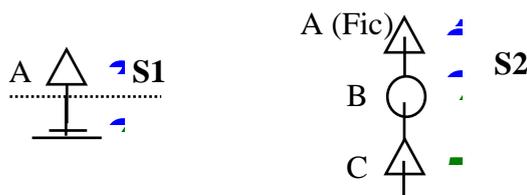


Figura 5.4 – Acoplamento entre subsistemas com utilização de usinas fictícias

A potência instalada da usina “A” permanece com a usina original. A usina “A (fic)” não têm máquinas, apenas um reservatório, com volume correspondente a EZ % do armazenamento total da usina original.

Esta representação vem sendo utilizada até então para os dois casos de acoplamento verificados no sistema brasileiro. Nesta situação é necessário fornecer ao modelo DECOMP o percentual EZ para todos os reservatórios do subsistema de montante. No caso de Três Marias, a usina fictícia apresenta o mesmo volume útil da usina original (EZ = 100%), enquanto que para Serra da Mesa Fictícia este percentual é de 55%.

b) Sem utilização de usina fictícia

Nesta representação as usinas são consideradas na mesma cascata original. A distinção entre os subsistemas é feita ao se dividir as energias armazenada e afluyente na cascata entre os dois subsistemas.

4.5.14.1 Cálculo das energias armazenada e afluyente com acoplamento entre subsistemas

As fórmulas de cálculo para as energias armazenada e afluyente são as mesmas apresentadas no item 5.1.9. Para estabelecer a divisão desta energia entre os subsistemas de montante e jusante, entretanto, respeitam-se os seguintes procedimentos:

- Se o acoplamento no NEWAVE tiver sido feito através de usina fictícia, as energias armazenada e afluyente para o subsistema de montante serão computadas considerando apenas os volumes, afluências incrementais e produtividades das usinas neste subsistema. Além disso, no cálculo da energia afluyente para o subsistema de jusante, serão consideradas todas as vazões incrementais às usinas do subsistema de montante, multiplicadas por todas as produtividades no subsistema de jusante.
- Se o acoplamento no NEWAVE tiver sido feito sem as usinas fictícias, as energias armazenada e afluyente para o subsistema de montante serão calculadas considerando-se todas as produtividades na cascata, inclusive as das usinas do subsistema de jusante.
- No item anterior, a única exceção se dá quando uma usina a fio d’água no subsistema de montante não apresenta nenhum reservatório a jusante na cascata que pertença ao mesmo

subsistema. Neste caso, a contribuição de sua vazão incremental para a energia afluyente do subsistema de montante é calculada incluindo somente as produtividades no subsistema de montante, com as demais produtividades contribuindo para a energia afluyente do subsistema de jusante.

No Anexo 7.2 apresentam-se exemplos de cálculo das energias armazenada e afluyente para os casos com e sem a utilização de usinas fictícias.

4.5.14.2 Consideração do tempo de viagem no cálculo da energia natural afluyente para subsistemas com acoplamento hidráulico

Caso deva ser considerado o tempo de viagem entre dois aproveitamentos localizados em diferentes subsistemas hidráulicamente acoplados, deve-se considerar, para o cálculo da energia afluyente ao subsistema de jusante, em um determinado estágio, para o acoplamento com o NEWAVE as vazões incrementais à usina de montante em estágios anteriores.

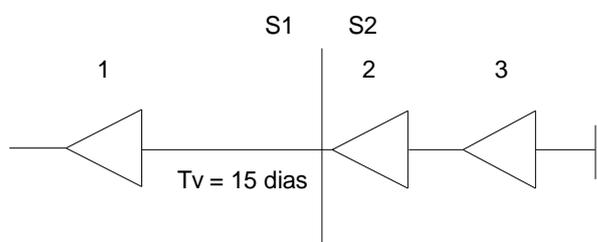


Figura 5.5a– Exemplo de acoplamento hidráulico entre subsistemas, com tempo de viagem (Tv) entre ambos

No exemplo indicado na Figura 5.5a, as energias afluyentes seriam calculadas pelas expressões:

$$EAF L_1(t) = A_1(t) \times \rho_1^{accum}$$

$$EAF L_2(t) = (A_1^*(t) + A_2(t)) \times \rho_2^{accum} + A_3 \times \rho_3^{accum}$$

onde $A_1^*(t)$ correspondentem às vazões incrementais da usina 1 que chegariam à usina 2 no estágio t . No exemplo acima (Figura 5.5a), considerando um horizonte de estudo de dois meses (mês inicial com 4 semanas), $A_1^*(t)$ assumiria, de acordo com o indicado nas Figuras 5.5b e 5.5c, os seguintes valores :

Estágios 1 a 4 (mês inicial, períodos semanais)

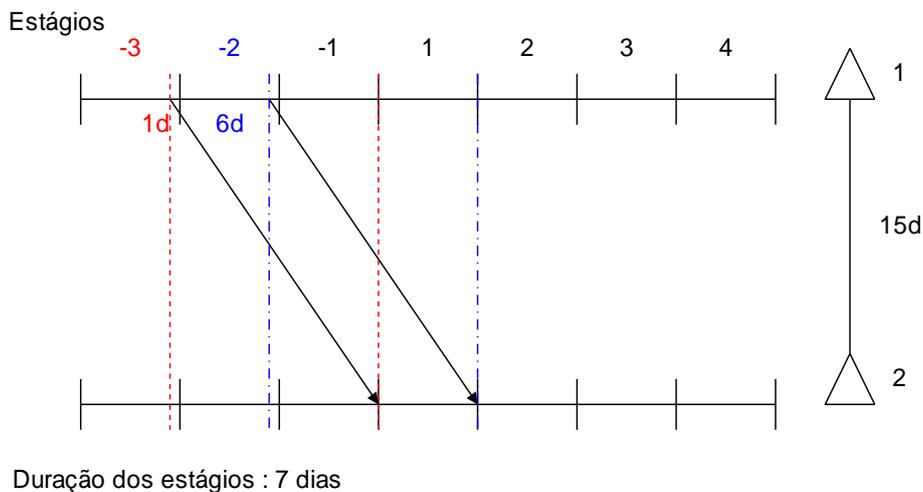


Figura 5.5b– Mês inicial

$$A_1^*(t) = \frac{6}{\Delta(t-2)} \times \frac{\Delta(t-2)}{\Delta t} A_1(t-2) + \frac{1}{\Delta(t-3)} \times \frac{\Delta(t-3)}{\Delta t} A_1(t-3)$$

onde :

Δt : duração do estágio semanal t

$\Delta(t-i)$: duração do estágio semanal $t-i$ (lags 1, 2 e 3)

Como indicado na Figura 5.5b, no estágio t , o volume total afluyente à usina 2 é dado por uma composição entre os volumes de água incrementais à usina 1 nos períodos de lag 2 (6/7) e lag 3 (1/7). Transformando esses volumes em uma *vazão* média para o estágio t , deve-se multiplicar as vazões incrementais nas duas semanas passadas pelos fatores (6/7)x(7/7) = (6/7) e (1/7)x(7/7) = (1/7), respectivamente.

Estágio 5 (segundo mês, período mensal)

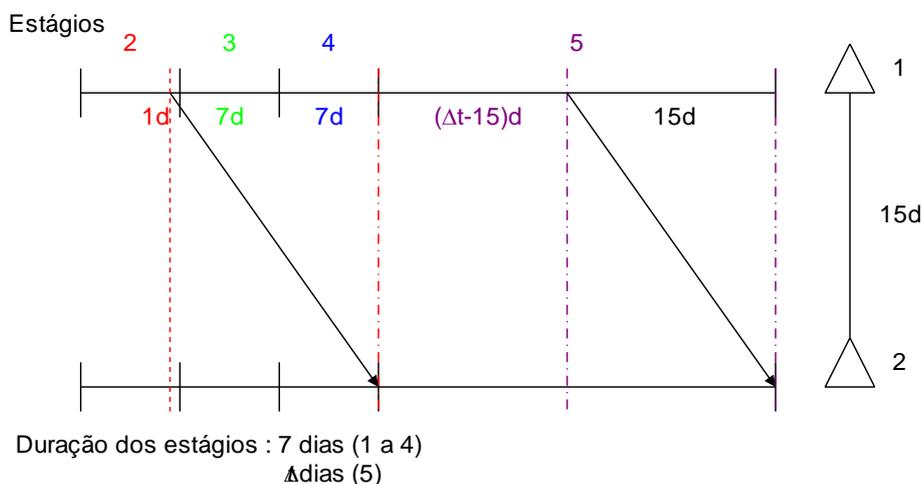


Figura 5.5c– Segundo mês

$$A_1^*(t) = \frac{(\Delta t - 15)}{\Delta t} \times A_1(t) + \frac{7}{\Delta(t-1)} \times \frac{\Delta(t-1)}{\Delta t} A_1(t-1) + \frac{7}{\Delta(t-2)} \times \frac{\Delta(t-2)}{\Delta t} A_1(t-2) + \frac{1}{\Delta(t-3)} \times \frac{\Delta(t-3)}{\Delta t} A_1(t-3)$$

onde :

$\Delta(t-i)$: duração do estágio semanal anterior (lags 1, 2 e 3)

Δt : duração do estágio mensal; para o segundo mês, esse valor corresponderá à diferença [(número de dias do mês 2) – (número de dias do mês 2 que pertencem à última semana do mês inicial)]

As contribuições das vazões incrementais à usina 1 nos períodos passados são calculadas da seguinte forma:

- o mês 2 (estágio 5) possui Δt dias; desta forma, como indicado na Figura 5.5c, $(\Delta t-15)/\Delta t$ da vazão afluyente à usina 1 no mês 2 chegaria a usina 2 no mesmo mês;
- para as semanas 3 e 4, 100% do *volume* de água incremental à usina 1 chegaria a usina 2 no mês 2; logo, transformando esse volume em uma *vazão* média para o segundo mês, deve-se multiplicar a vazão incremental total nessas duas semanas pelo fator $(7/7) \times (7/\Delta t) = (7/\Delta t)$; e
- finalmente, da *quantidade* de água afluyente à usina 1 na semana 2, apenas 1/7 chega a usina 2 no mês 2; transformando este valor em *vazão* média para o mês 2, obtém-se um fator de $(1/7) \times (7/\Delta t) = (1/\Delta t)$ para a contribuição da vazão incremental da semana 2.

4.5.15 Restrições de balanço hídrico por patamar para as usinas a fio d'água

Estas restrições evitam que as usinas a fio d'água armazenem água de um patamar para outro dentro do mesmo estágio. Elas são opcionais e podem ser aplicadas individualmente às usinas a fio d'água. Assim, recomenda-se sua utilização para os aproveitamentos a fio d'água cuja capacidade de regularização na prática seja inferior aos intervalos de tempo entre os patamares leve, médio e pesado ao longo do dia.

Estas restrições são aplicadas por usina e patamar para cada um dos estágios do período de estudo. A restrição para uma usina i , no estágio t e patamar k , é representada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} A_k^t(i) + \sum_{j \in M_i} (Q_k^t(j) + S_k^t(j)) \\ + \sum_{j \in D(i)} (D_k^t(j)) + \sum_{j \in M_{TV_i}} (Q^{t-tv_{j-i}}(j) + S^{t-tv_{j-i}}(j))_k = \\ = Q_k^t(i) + S_k^t(i) + Ev_k^t(i) + Q_{altern}_k^t(i) \end{aligned}$$

onde $Q_k^t(i)$, $S_k^t(i)$ e $D_k^t(i)$ correspondem, respectivamente, ao turbinamento, vertimento e eventual desvio de água realizado pela usina i no patamar k do estágio t . M_i é o conjunto de

usinas à montante da usina i e M_{TV_i} o conjunto de usinas à montante de i com tempo de viagem de um aproveitamento para o outro. As parcelas $Q^{t-tv_{j-i}}(j)$ e $S^{t-tv_{j-i}}(j)$ indicam os turbinamentos e vertimentos de cada usina j do conjunto M_{TV_i} , no instante $t-tv_{j-i}$, onde tv_{j-i} é o tempo de viagem da água de j para i .

Os valores de $A_k^t(i)$, $Ev_k^t(i)$ e $Qaltern_k^t(i)$ correspondem à afluência incremental, vazão evaporação e dedução de água para usos alternativos ao longo de cada patamar k . Sendo D a duração total do estágio t , K o número de patamares de carga no estágio e d_k a duração de cada patamar, pode-se obter estas parcelas a partir dos respectivos valores totais ao longo do estágio (representados com a supressão do sub-índice k):

$$\begin{aligned}
 A_k^t(i) &= \frac{d_k}{D} \times A^t(i) \\
 Ev_k^t(i) &= \frac{d_k}{D} \times Ev^t(i) \\
 Qaltern_k^t(i) &= \frac{d_k}{D} \times Qaltern^t(i) \\
 (Q^{t-tv_{j-i}}(j) + S^{t-tv_{j-i}}(j))_k &= \frac{d_k}{D} \times (Q^{t-tv_{j-i}}(j) + S^{t-tv_{j-i}}(j))
 \end{aligned}$$

4.6 Características das usinas térmicas

Nesta seção descrevem-se as funcionalidades relacionadas às usinas térmicas

4.6.1 Geração mínima

A consideração de geração mínima nas usinas térmicas é incorporada fornecendo-se um valor mínimo de geração para cada usina térmica em cada estágio do período de planejamento. Essa geração é considerada como geração mínima obrigatória e é descontada do mercado referente ao subsistema da usina térmica. O custo desta geração mínima é somado ao custo de operação de cada estágio. Neste caso, a equação de atendimento à demanda de energia no estágio t para o patamar k é dada por:

$$\sum_{i=1}^{NH} GH_k^t(i) + \sum_{j=1}^{NT} \underline{GT}_k^t(i) = D_k^t - \sum_{j=1}^{NT} \underline{GT}_k^t(i)$$

onde:

$\underline{GT}_k^t(i)$: geração mínima na j -ésima usina térmica durante o estágio t e patamar k

$GT_k^t(i)$: geração acima da mínima, para j -ésima usina térmica, durante o estágio t e patamar k

4.6.2 Cronograma de manutenção

De forma semelhante às usinas hidroelétricas, pode-se fornecer um fator para a manutenção programada de cada usina térmica, em cada período de estudo. Este fator levaria em conta a quantidade de horas que cada unidade da usina permanece em manutenção e as suas respectivas potências, além da duração total do estágio e da potência instalada na usina.

4.6.3 Antecipação do despacho das usinas a GNL

Através deste recurso, é possível a realização do despacho antecipado de térmicas a GNL. A metodologia implementada está descrita em [16]. Esta implementação foi feita apenas para o modo de solução por decomposição de Benders. Na opção PL único, as térmicas a GNL devem ser informadas nos registros das demais térmicas, pois não terão tratamento diferenciado, uma vez que o problema resolvido envolve todo o horizonte de estudo.

4.7 Aspectos do Processo de Otimização

Descreve-se a seguir alguns aspectos considerados pelo modelo DECOMP a respeito do processo de otimização do problema, de forma a obter soluções mais compatíveis com a realidade operativa do sistema.

4.7.1 Penalidades para Intercâmbio entre subsistemas e vertimentos em reservatórios

O modelo DECOMP considera que os vertimentos das usinas estão sujeitos a penalidades, arbitradas de modo a forçar o modelo a buscar uma operação que não permita vertimentos desnecessários no sistema. O modelo atribui ainda penalidades para os intercâmbios, com o objetivo de evitar intercâmbios “desnecessários” e, em caso de existência de perdas nos intercâmbios, evitar que o modelo encontre uma operação que “transfira” vertimentos entre subsistemas. O modelo adota valores *default* para essas penalidades, que podem ser modificados pelos usuários, como indicado em [14].

4.7.2 Estudos com solução por decomposição de Benders

4.7.2.1 Retomada do processamento de um estudo

Através deste recurso, o usuário poderá dividir a execução de um caso em duas etapas. Na etapa inicial, o processo de convergência será interrompido após um número especificado de iterações; na etapa seguinte, o modelo continuará o processamento do caso a partir da última iteração definida na fase inicial. Para que o caso possa ser reprocessado, devem ser fornecidos os arquivos com os dados de entrada, além dos arquivos indicados em [14] (item 3.3.31).

4.7.2.2 Revisão da política do mês inicial

O modelo DECOMP permite que sejam feitas revisões semanais da política determinada na primeira semana do mês inicial do período de estudo, considerando as revisões feitas nas previsões das vazões para as demais semanas do mês inicial. Para tal, deve ser fornecido o arquivo contendo as previsões atualizadas para as vazões afluentes nas diferentes usinas do sistema, bem como os valores das energias afluentes verificadas, em cada subsistema, na semana inicial (ver [14] registro ES).

4.7.3 Estudos com solução por PL único

Através deste recurso, o usuário poderá optar pela solução do problema através de um único PPL (Problema de Programação Linear). Para esta opção, deve-se atender às seguintes condições:

1. Número máximo de 24 estágios;
2. Apenas um cenário de vazões por estágio, para todos os estágios;

3. Sem função de custo futuro para acoplamento no final do horizonte.

A formulação do problema de otimização na opção “PL-único” é:

Minimize {Custo de geração térmica + Custo de Déficit de Energia + Custos de Importação/Exportação de Energia + Custo de Penalidades}

s.a.:

- Equações de conservação da água (seção 4.1.3) para todas as usinas hidroelétricas e estágios

$$V^{t+1}(i) = V^t(i) + a^t(i)\Delta t - \sum_{k=1}^K [(q_k^t(i) + s_k^t(i)) - \sum_{j \in M(i)} (q_k^t(j) + s_k^t(j))] \delta_k, \quad i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T$$

- Equações de atendimento ao mercado (seção 4.4.5) para todos os subsistemas, estágios e patamares,

$$\sum_{i \in S}^{NH} GH_k^t(i) + \sum_{j \in S}^{NT} GT_k^t(j) - \sum_{i \in S}^{NCE} g_k^t(i) + \sum_{i \in S}^{NCI} g_k^t(i) = D_k^t(s), \quad s = 1, \dots, NS, t = 1, \dots, T, k = 1, \dots, NPAT_t,$$

incluindo, possivelmente, interligações entre os subsistemas (seção 1.1.1)

- Restrições RHA para todos os estágios (seção 4.5.13.1)

$$\underline{A}_k \leq A_i + \sum_{j \in M_i} (Q_j + S_j) + \sum_{j \in D_i} (Desv_j) \leq \overline{A}_k, \quad k = 1, \dots, NRHA, t = 1, \dots, T$$

- Restrições RHQ para todos os estágios (seção 4.5.13.2)

$$\underline{Q}_k \leq \sum_{i=1}^{NHR} c_i^{def} Qdef_i + \sum_{j=1}^{NHR} c_j^D Desv_j + \sum_{l=1}^{NUER} c_l^{bomb} Qbomb_l \leq \overline{Q}_k, \quad k = 1, \dots, NRHQ, t = 1, \dots, T,$$

onde o índice do patamar foi suprimido para não sobrecarregar a notação.

- Restrições RHV para todos os estágios (seção 4.5.13.3)

$$\underline{V}_k \leq \sum_{i=1}^{NHR} c_i^{def} Qdef_i + \sum_{j=1}^{NHR} c_j^D Desv_j + \sum_{l=1}^{NUER} c_l^{bomb} Qbomb_l + \sum_{m=1}^{NRR} c_m^V Varm_m \leq \overline{V}_k, \quad k = 1, \dots, NRHV, t = 1, \dots, T,$$

- Restrições RHE para todos os estágios (seção 5.2.5.4)

$$\underline{Meta}_k \leq \sum_{i=1}^{NR} V_i \times \rho_i^{accum}, \quad k = 1, \dots, NRHE, t = 1, \dots, T,$$

- Restrições de função de produção (0) para todas as usinas hidroelétricas e patamares / estágios

$$GH_j^{t,k}(i) \leq (\lambda_{i,j}^{t,k} \times vdis_{i,t}) + (\gamma_{i,j}^{t,k} \times vdef_{i,t}^t) + gh_{i,j}^{t,k},$$

$$i=1, \dots, NH, j=1, \dots, NRFP_j, k=1, \dots, NPAT_t, t=1, \dots, T,$$

- Restrições elétricas especiais (seção 4.4.7) para todos os patamares e estágios

$$LI \leq \sum_{i=1}^{NHR} k_H(i) GH(i) + \sum_{j=1}^{NTR} k_T(j) GT(j) + \sum_{l=1}^{NIR} k_l(l) Int(l)$$

$$\leq LS, \quad i=1, \dots, NRE, k=1, \dots, NPAT_t, t=1, \dots, T,$$

além dos limites impostos a todas as variáveis em todos os estágios e patamares, e das particularidades mencionadas ao longo deste documento, como retiradas da água, enchimento de volume morto, etc...

Para adaptação a este método de solução foram feitas as seguintes alterações:

a) Evaporação:

Considere o cálculo para um determinado instante de tempo “t”. Para facilitar a exposição, o índice de tempo será suprimido, e serão omitidos eventuais fatores de conversão de unidades. A função $Evap(V)$ fornece a evaporação como função do volume armazenado do reservatório. V_{ref} é um volume de referência para a aproximação do cálculo da evaporação, o qual pode ser fornecido pelo usuário (através do registro VP, para cada usina). As usinas para as quais não tiverem sido fornecidos estes registros terão V_{ref} igual ao volume referente à altura equivalente do reservatório.

Calcula-se a derivada da evaporação em relação ao volume armazenado, no ponto $V = V_{ref}$, denotada por $k_{EVAP} = \frac{\partial Evap}{\partial V}(V_{ref})$. A evaporação no estágio de tempo considerado é então aproximada pela relação:

$$Evap(V) = Evap(V_{ref}) + k_{EVAP}(V - V_{ref}) = [Evap(V_{ref}) - k_{EVAP}V_{ref}] + k_{EVAP}V.$$

Considera-se para V o volume médio no estágio, $V = (V_i + V_f)/2$. Com isso, tem-se:

$$Evap(V_{med}) = [Evap(V_{ref}) - k_{EVAP}V_{ref}] + \frac{k_{EVAP}}{2}V_i + \frac{k_{EVAP}}{2}V_f.$$

O termo em colchetes entra no “RHS” da equação de balanço hídrico do estágio, e os dois últimos termos entram na matriz do PL (com exceção de V_i para $t=1$, que é conhecido e compõe o RHS).

b) Operação de soleira de vertedor e canal de desvio:

Nesta opção é considerada sempre a possibilidade de vertimento ou desvio, sem a verificação das cotas dos reservatórios em relação às cotas das soleiras dos vertedores ou canais de desvio.

5 Estratégia de solução por Programação Dinâmica Dual (PDD)

A programação dinâmica dual é a estratégia de otimização utilizada para resolver o problema de coordenação hidrotérmica no modelo DECOMP, quando se consideram cenários de afluência a partir do segundo mês do estudo.

5.1 Programação Dinâmica Dual– Aplicação a casos determinísticos

O conceito de programação dinâmica dual será ilustrado considerando o problema de operação hidrotérmica (1) de dois estágios em que a afluência a cada usina hidroelétrica, em qualquer estágio do período de planejamento, é conhecida. Este problema pode ser representado por:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1 x_1 + c_2 x_2 \\
 s / a \quad & \\
 & A_1 x_1 \geq b_1 \\
 & E_1 x_1 + A_2 x_2 \geq b_2
 \end{aligned} \tag{6}$$

Este problema pode ser interpretado como um processo de decisão em dois estágios: no 1º estágio, escolhe-se uma decisão x_1 viável, x_1^* , tal que $A_1 x_1^* \geq b_1$. Dada a decisão x_1^* , resolve-se o problema de otimização do 2º estágio:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_2 x_2 \\
 s / a \quad & \\
 & A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1^*
 \end{aligned} \tag{7}$$

Observe que x_1^* é um valor conhecido e passa para o lado direito do conjunto de restrições do problema. Os vetores x_1 e x_2 representam os volumes finais das usinas hidroelétricas, as vazões turbinadas, as gerações térmicas, etc., no primeiro e segundo estágio respectivamente. O objetivo do processo é minimizar a soma dos custos do primeiro e segundo estágios $c_1 x_1 + c_2 x_2$. O custo do segundo estágio, $c_2 x_2^*$, onde x_2^* é a solução ótima do problema de 2º estágio, pode ser visto como uma função da decisão x_1 , do problema de 1º estágio, isto é:

$$\begin{aligned}
 \alpha_1(x_1) = \min \quad & c_2 x_2 \\
 s / a \quad & \\
 & A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1
 \end{aligned} \tag{8}$$

O problema de dois estágios (6) pode, portanto, ser rescrito como:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1 x_1 + \alpha_1(x_1) \\
 s / a \quad & \\
 & A_1 x_1 \geq b_1
 \end{aligned} \tag{9}$$

onde $\alpha_1(x_1)$ é o valor da solução ótima de (8) para cada x_1 . A estrutura do problema (9) é semelhante à recursão de programação dinâmica, onde $c_1 x_1$ representa o custo imediato e $\alpha_1(x_1)$ fornece informações acerca das consequências futuras (2º estágio) da decisão x_1 .

O princípio de decomposição de Benders [1] é uma técnica que permite construir aproximações para a função $\alpha_1(x_1)$, baseadas na solução iterativa dos problemas de 1 e 2º estágios, como descrito a seguir.

O comportamento da função custo futuro, $\alpha_1(x_1)$, pode ser caracterizado a partir do dual do problema de 2º estágio, sob a hipótese de linearidade deste problema. Seja o dual do problema (7):

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1) = \max_{s/a} \quad & \pi (b_2 - E_1 x_1) \\ & \pi A_2 \leq c_2 \end{aligned} \quad (10)$$

onde o vetor π representa as variáveis duais. Note que na formulação dual a decisão x_1 está na função objetivo. Consequentemente, o conjunto de restrições $\pi A_2 \leq c_2$ define uma região viável para o problema (10) que não depende da decisão de 1º estágio x_1 e pode ser caracterizada pelo conjunto de todos os pontos extremos ou vértices $\pi = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^P\}$.

Como a solução ótima de um problema de programação linear sempre corresponde a um vértice da região viável, o problema (10) pode, em princípio, ser resolvido por enumeração:

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1) = \max_{s/a} \quad & \pi^i (b_2 - E_1 x_1) \\ & \pi^i \in \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^P\} \end{aligned} \quad (11)$$

O problema (11) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1) = \min_{s/a} \quad & \alpha \\ & \alpha \geq \pi^1 (b_2 - E_1 x_1) \\ & \alpha \geq \pi^2 (b_2 - E_1 x_1) \\ & \vdots \\ & \alpha \geq \pi^P (b_2 - E_1 x_1) \end{aligned} \quad (12)$$

sendo α uma variável escalar.

Como α é maior do que ou igual a cada $\pi^i (b_2 - E_1 x_1)$ para todo $i = 1, \dots, P$, α é, em particular, maior do que ou igual ao $\max\{\pi^i (b_2 - E_1 x_1), i = 1, \dots, P\}$. Como a função objetivo do problema (12) é minimizar α , esta restrição será atendida na igualdade. Portanto, a solução deste problema é igual a solução ótima do problema (11) e, consequentemente, igual a solução ótima do problema (10).

Este problema possui uma interpretação geométrica interessante: a função de custo futuro $\alpha_1(x_1)$ é uma função linear por partes da decisão x_1 , cujos componentes são hiperplanos definidos por $\pi^i (b_2 - E_1 x_1)$. Isto implica que a função de custo futuro pode ser caracterizada

sem discretização dos valores x_1 , sendo suficiente o conhecimento dos coeficientes π^i dos hiperplanos suporte.

Sabe-se da teoria de programação linear que o valor da função objetivo do problema primal e do problema dual coincidem na solução ótima. Como o problema (12) é equivalente ao problema (10), pode-se concluir que as restrições $\alpha \geq \pi^i (b_2 - E_1 x_1)$ do problema (12) definem a função de custo futuro $\alpha_1(x_1)$ do problema original (9). O problema de dois estágios (6) pode então ser reescrito como:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1 x_1 + \alpha \\
 s / a \quad & \\
 & A_1 x_1 \geq b_1 \\
 & \pi^1 (b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0 \\
 & \pi^2 (b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0 \\
 & \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 & \pi^P (b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0
 \end{aligned} \tag{13}$$

Desta forma, o problema original de decisão de dois estágios (6) pode ser escrito somente em função das variáveis do problema de 1º estágio mais a variável escalar α .

Apesar do conjunto de restrições $\{\pi^i (b_2 - E_1 x_1), i = 1, \dots, P\}$, ser muito grande, somente algumas delas estarão ativas na solução ótima. Isto sugere o uso de técnicas de relaxação, na qual as restrições são sucessivamente adicionadas ao problema a cada iteração, fornecendo uma aproximação mais precisa para a função custo futuro até alcançar uma tolerância preestabelecida.

5.1.1 Algoritmo de solução

O algoritmo *programação dinâmica dual (PDD)* para o problema de dois estágios é descrito pelos seguintes passos:

- a Inicialize o contador de iterações $J = 0$; o limite superior para a solução ótima $\bar{z} = +\infty$; a aproximação inicial da função custo futuro $\hat{\alpha}_1(x_1) = 0$, para todo x_1 (isto significa que não está disponível nenhuma informação sobre o conjunto de pontos extremos ou vértices π) e um valor para a tolerância de convergência TOL.

- b Resolva o problema relaxado

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1 x_1 + \hat{\alpha} \\
 s / a \quad & \\
 & A_1 x_1 \geq b_1 \\
 & \pi^j (b_2 - E_1 x_1) - \hat{\alpha} \leq 0 \quad j = 1, \dots, J
 \end{aligned} \tag{14}$$

- c Seja $(x_1^*, \hat{\alpha}^*)$ a solução ótima do problema (14). Pode-se ver que:

$$\underline{z} = c_1 x_1^* + \hat{\alpha}^* \tag{15}$$

é um limite inferior para a solução do problema original (9), pois o problema (14) é uma versão relaxada do problema (13).

d Dada a decisão $x_{,1}^*$, resolva o problema de 2º estágio:

$$\alpha_1(x_1^*) = \min_{s/a} c_2 x_2 \quad (16)$$

$$A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1^*$$

e Seja $x_{,2}^*$ a solução ótima do problema (16). O par $(x_{,1}^*, x_{,2}^*)$ é uma solução viável do problema (9), mas não necessariamente a solução ótima. Um limite superior pode ser calculado por:

$$\bar{z} = \min\{\bar{z}, c_1 x_1^* + c_2 x_2^*\} \quad (17)$$

f Se $(\bar{z} - \underline{z} \leq \text{TOL})$ o problema está resolvido e a solução ótima corresponde ao par

$(x_{,1}^*, x_{,2}^*)$ associado ao limite superior \bar{z} . Caso contrário, execute os procedimentos de (g) para melhorar a aproximação da função de custo futuro.

g Seja π^* o vetor de multiplicadores simplex associados às restrições do problema (16). Sabe-se da teoria de programação linear que este vetor é uma solução básica viável do problema dual (10), e portanto um vértice da região viável $\pi A_2 \leq c_2$. Este vértice pode ser usado para formar uma nova restrição do tipo $\pi^*(b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0$, denominada *corte de Benders*, que será adicionada ao problema relaxado (14).

h Faça $J = J + 1$, $\pi^J = \pi^*$ e vá para (b).

Os passos a) – h) descrevem o algoritmo de decomposição de Benders. Maiores detalhes podem ser encontrados em [1],[11] e [12]. Na prática, é usual rescrever o corte de Benders $\pi^*(b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0$ descrito no passo (g) da seguinte forma: seja w^* o valor da solução ótima do problema (16) e π^* o vetor de multiplicadores simplex associado. Da igualdade de soluções ótimas dos problemas primal e dual podemos escrever:

$$w^* = \pi^*(b_2 - E_1 x_1^*) \quad (18)$$

Colocando $(\pi^* b_2)$ em evidência, obtém-se:

$$\pi^* b_2 = w^* + \pi^* E_1 x_1^*$$

Substituindo na expressão $\pi^*(b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0$, obtém-se uma expressão alternativa para o corte de Benders:

$$w^* + \pi^* E_1 (x_1^* - x_1) - \alpha \leq 0 \quad (19)$$

Esta expressão é útil para a extensão estocástica do algoritmo de Benders, descrita a seguir.

O algoritmo PDD pode ser estendido para problemas multi-estágios. Seja o problema de decisões sequenciais com T estágios:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_Tx_T \\
 \text{s/ a} \quad & \\
 & A_1x_1 \geq b_1 \\
 & E_1x_1 + A_2x_2 \geq b_2 \\
 & \quad E_2x_2 + A_3x_3 \geq b_3 \\
 & \quad \quad \quad \vdots \\
 & \quad \quad \quad E_{T-1}x_{T-1} + A_Tx_T \geq b_T
 \end{aligned} \tag{20}$$

Este problema pode ser representado por:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1x_1 + \alpha_1(x_1) \\
 \text{s/ a} \quad & \\
 & A_1x_1 \geq b_1
 \end{aligned} \tag{21}$$

onde $\alpha_1(x_1)$ representa as consequências da decisão de 1º estágio, x_1 , nas decisões dos demais estágios. Esta função é calculada por:

$$\begin{aligned}
 \alpha(x_1) = \min \quad & c_2x_2 + \dots + c_Tx_T \\
 \text{s/ a} \quad & \\
 & A_2x_2 \geq b_2 - E_1x_1 \\
 & E_2x_2 + A_3x_3 \geq b_3 \\
 & \quad \quad \quad \vdots \\
 & \quad \quad \quad E_{T-1}x_{T-1} + A_Tx_T \geq b_T
 \end{aligned} \tag{22}$$

Repetindo este procedimento (T-2) vezes obtém-se:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{T-2}(x_{T-2}) = \min \quad & c_{T-1}x_{T-1} + \alpha_{T-1}(x_{T-1}) \\
 \text{s/ a} \quad & \\
 & A_{T-1}x_{T-1} \geq b_{T-1} - E_{T-2}x_{T-2}
 \end{aligned} \tag{23}$$

onde $\alpha_{T-1}(x_{T-1})$ é a função do T-ésimo estágio:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{T-1}(x_{T-1}) = \min \quad & c_Tx_T \\
 \text{s/ a} \quad & \\
 & A_Tx_T \geq b_T - E_{T-1}x_{T-1}
 \end{aligned} \tag{24}$$

O algoritmo de solução do problema multi-estágios é:

- a Inicialize o contador de iterações $J = 0$; o limite superior para a solução ótima $\bar{z} = +\infty$; a aproximação inicial da função custo futuro $\hat{\alpha}_t(x_t) = 0$, para todo x_t e para todo $t = 1, \dots, T$ (isto significa que não está disponível nenhuma informação sobre o conjunto de pontos extremos ou vértices π associados a cada estágio) e um valor para a tolerância de convergência TOL.
- b Resolva o problema aproximado de 1º estágio:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1 x_1 + \hat{\alpha}_1 \\
 \text{s/ a} \quad & \\
 & A_1 x_1 \geq b_1 \\
 & \pi_2^j (b_2 - E_1 x_1) - \hat{\alpha}_1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, J
 \end{aligned} \tag{25}$$

cuja solução ótima: $(x_1^*, \hat{\alpha}_1^*)$

c calcule $\bar{z} = c_1 x_1^* + \hat{\alpha}_1^*$

d Repita para $t = 2, \dots, T$ (simulação “forward”)

Dado x_{t+1}^* , resolva o problema aproximado do t -ésimo estágio:]

$$\begin{aligned}
 \hat{\alpha}_{t-1}(x_{t-1}) = \min \quad & c_t x_t + \hat{\alpha}_t \\
 \text{s/ a} \quad & \\
 & A_t x_t \geq b_t - E_{t-1} x_{t-1}^* \\
 & \pi_{t+1}^j (b_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0 \\
 \text{ou} \quad & w_{t+1}^j + \pi_{t+1}^j E_t (x_t^* - x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0
 \end{aligned} \tag{26}$$

As equações $A_t x_t \geq b_t - E_{t-1} x_{t-1}^*$ representam as restrições do estágio t e as equações $\pi_{t+1}^j (b_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0 \quad j = 1, \dots, J$ representam a aproximação da função custo futuro $\hat{\alpha}_t(x_t)$ exceto para $t = T$, onde $\hat{\alpha}_T(x_T)$ é sempre igual a zero.

A solução ótima deste problema é $(x_t^*, \hat{\alpha}_t^*)$

e O vetor (x_1^*, \dots, x_T^*) é uma solução viável do problema (20), mas não necessariamente a solução ótima. Portanto,

$$\bar{z} = \min \left\{ \bar{z}, \sum_{t=1}^T c_t x_t^* \right\}$$

é um limite superior da solução ótima.

f Se $(\bar{z} - \underline{z} \leq \text{TOL})$ o problema está resolvido e a solução ótima corresponde ao vetor (x_1^*, \dots, x_T^*) associado ao limite superior \bar{z} . Caso contrário, vá para (g).

g Faça $J = J + 1$.

Repita para $t = T, \dots, 2$ (recursão “backward”)

Resolva o problema de otimização:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_t x_t + \hat{\alpha}_t \\
 \text{s/ a} \quad & \\
 & A_t x_t - \hat{\alpha}_t \geq b_t - E_{t-1} x_{t-1}^* \\
 & \pi_{t+1}^j (b_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0 \\
 \text{ou} \quad & w_{t+1}^j + \pi_{t+1}^j E_t (x_t^* - x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0
 \end{aligned} \tag{27}$$

As equações $\pi_{t+1}^j (b_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\alpha}_t \leq 0 \quad j = 1, \dots, J$ representam a aproximação da função custo futuro $\hat{\alpha}_t(x_t)$ exceto para $t = T$, onde $\hat{\alpha}_T(x_T)$ é sempre igual a zero.

Seja π_t^J o vetor de multiplicadores simplex associado ao conjunto de restrições do problema (27) na solução ótima. π_t^J medem a variação do custo de operação do estágio

t até o final do período de planejamento T devido a variações marginais nos níveis de armazenamento dos reservatórios no início do estágio t (ou final do estágio (t - 1)), representados por x_{t-1}^* . Estes multiplicadores são usados para formar uma nova restrição do tipo $\pi_t^j (b_t - E_{t-1}x_{t-1}) - \hat{\alpha}_{t-1} \leq 0$ (*corte de Benders*) que será adicionada à função $\hat{\alpha}_{t-1}(x_{t-1})$, obtendo-se uma nova aproximação.

h Vá para (b).

O algoritmo de programação dinâmica dual acima descrito apresenta diversas vantagens: não necessita discretizar o espaço de estados; fornece a cada iteração limites superior e inferior para a solução ótima, permitindo um balanço entre o esforço computacional e a precisão desejada; o problema de otimização é decomposto numa sucessão de subproblemas de um único estágio, podendo tomar partido de algoritmos especializados e, finalmente, o algoritmo pode ser estendido para tratar de problemas estocásticos, como será mostrado a seguir.

Observação:

No anexo 7.2 é descrita uma situação no problema de planejamento da operação que pode levar a problemas de convergência no algoritmo resultando em gaps negativos. São indicados procedimentos que podem ser adotados para contornar este problema.

5.2 Programação Dinâmica Dual – Aplicação a casos estocásticos

Uma característica importante do algoritmo de programação dinâmica é a capacidade de representar problemas de otimização estocástica. Em particular, considerando o problema de operação hidrotérmica torna-se possível representar a estocasticidade das afluições aos reservatórios.

A extensão do algoritmo de PDD para problemas de otimização estocástica será ilustrada através de um problema de dois estágios no qual o problema de 2º estágio depende dos valores que uma ou mais variáveis aleatórias podem assumir. Supondo que o vetor b no problema (4) possa assumir 2 valores, b_1, b_2 , com probabilidades p_1, p_2 , respectivamente ($p_1 + p_2 = 1$), o problema consiste em determinar a estratégia que minimiza o valor esperado do custo de operação:

$$\begin{aligned}
 z = \min_{s/a} \quad & c_1x_1 + p_1c_2x_{21} + p_2c_2x_{22} \\
 & A_1x_1 \geq b_1 \\
 & E_1x_1 + A_2x_{21} \geq b_{21} \\
 & E_1x_1 + A_2x_{22} \geq b_{22}
 \end{aligned} \tag{28}$$

O problema acima corresponde ao seguinte processo de decisão:

1º estágio: determine uma solução viável x^* tal que $Ax_1^* \geq b_1$;

2º estágio: encontre o vetor (x_{21}^*, x_{22}^*) , solução do problema abaixo:

$$\begin{aligned}
 z = \min \quad & p_1 c_2 x_{21} + p_2 c_2 x_{22} \\
 s / a \quad & \\
 & A_2 x_{21} \geq b_{21} - E_1 x_1^* \\
 & A_2 x_{22} \geq b_{22} - E_1 x_1^*
 \end{aligned} \tag{29}$$

O problema (29) pode também ser decomposto em 2 subproblemas de otimização independentes:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_2 x_{21} \\
 s / a \quad & \\
 & A_2 x_{21} \geq b_{21} - E_1 x_1^*
 \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_2 x_{22} \\
 s / a \quad & \\
 & A_2 x_{22} \geq b_{22} - E_1 x_1^*
 \end{aligned} \tag{31}$$

onde as soluções de (30) e (31) são ponderadas pelas probabilidades p_1, p_2 respectivamente.

Assim como no caso determinístico, a solução de cada subproblema de 2º estágio é uma função da decisão x_1 do problema de 1º estágio. Portanto, o problema (28) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned}
 z = \min \quad & c_1 x_1 + \overline{\alpha}_1(x_1) \\
 s / a \quad & \\
 & A_1 x_1 \geq b_1
 \end{aligned} \tag{32}$$

onde $c_1 x_1$ representa o custo imediato. A função $\overline{\alpha}_1(x_1)$ representa o valor esperado do custo futuro (valor esperado das consequências da decisão x_1 no futuro) e é um poliedro convexo que pode ser construído a partir do valor esperado dos multiplicadores simplex associados a cada subproblema:

$$\overline{\alpha}_1(x_1) = p_1 \alpha_{11}(x_1) + p_2 \alpha_{12}(x_1)$$

onde

$$\begin{aligned}
 \alpha_{11}(x_1) = \min \quad & c_2 x_2 \\
 s / a \quad & \\
 & A_2 x_2 \geq b_{21} - E_1 x_1 \rightarrow \pi_1 \\
 \alpha_{12}(x_1) = \min \quad & c_2 x_2 \\
 s / a \quad & \\
 & A_2 x_2 \geq b_{22} - E_1 x_1 \rightarrow \pi_2
 \end{aligned}$$

Sejam π_1 e π_2 os multiplicadores simplex associados às restrições dos problemas (30) e (31), e w_1^* e w_2^* os valores das soluções ótimas correspondentes. O corte de Benders associado ao problema (32) é:

$$p_1 \pi_1 (b_{21} - E_1 x_1) + p_2 \pi_2 (b_{22} - E_1 x_1) \leq \overline{\alpha}$$

Ou alternativamente pela equação (19):

$$p_1(w_1^* + \pi_1 E_1(x_1^* - x_1)) + p_2(w_2^* + \pi_2 E_1(x_1^* - x_1)) \leq \bar{\alpha}$$

Agrupando, tem-se:

$$\bar{w}^* + \bar{\pi} E_1(x_1^* - x_1) \leq \bar{\alpha}$$

onde $\bar{w}^* = p_1 w_1^* + p_2 w_2^*$ e $\bar{\pi} = p_1 \pi_1 + p_2 \pi_2$

A extensão para problemas estocásticos e multi-estágios é imediata.

É fácil notar que para o caso em que a cada estágio (t) há *m* possíveis cenários de afluições, a evolução do sistema de reservatórios apresenta uma estrutura em *árvore*, como ilustrado na .1. Cada ramo da árvore indica um possível cenário de afluições.

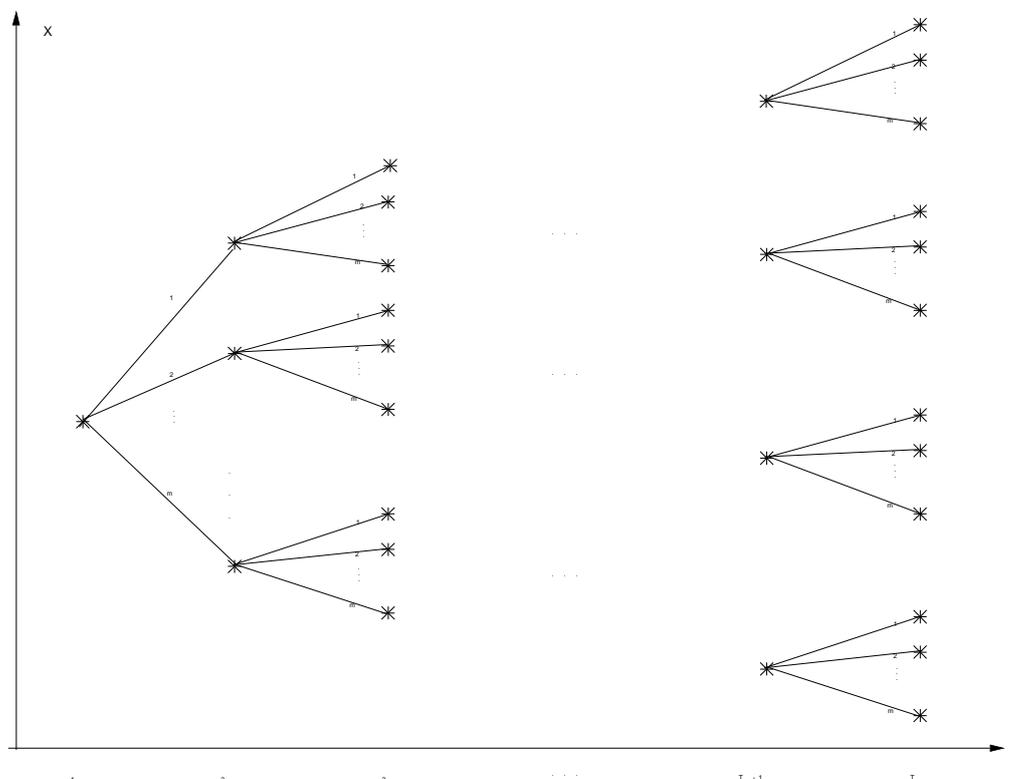


Figura 3.1 - Estrutura em *árvore* da evolução do sistema de reservatórios ao longo do período de planejamento

5.3 Consideração do tempo de viagem na PDD

Para alguns aproveitamentos hidrelétricos não se pode considerar que todo o volume defluente das usinas de montante durante o estágio *t* esteja disponível no mesmo estágio. Neste caso, o volume afluente à usina pode ser obtido através da propagação das defluências de montante. Uma maneira simplificada de realizar esta propagação consiste em considerar o tempo de viagem – intervalo de tempo médio que as defluências consomem até alcançar a usina a jusante – empregando um fator de proporcionalidade ao volume defluente. A 4.2 abaixo ilustra este conceito para um sistema composto por duas usinas hidrelétricas em cascata.

Pode-se observar neste exemplo que as afluições que alcançam o reservatório de jusante no estágio t foram defluídas do reservatório de montante nos estágios $t, t-1, t-2$ e $t-3$, com fatores de proporcionalidade iguais a $k_t^0, k_{t-1}^1, k_{t-2}^2$ e k_{t-3}^3 respectivamente.

Considerar o tempo de viagem como um fator fixo de propagação dos volumes permite que este aspecto seja incorporado ao modelo DECOMP, resultando em uma modelagem mais precisa para aqueles sistemas hidrotérmicos em que o tempo de viagem não pode ser desprezado, como por exemplo, a bacia do rio São Francisco.

Para a considerar estes aspectos, a formulação do modelo deve ser estendida, como será mostrado a seguir.

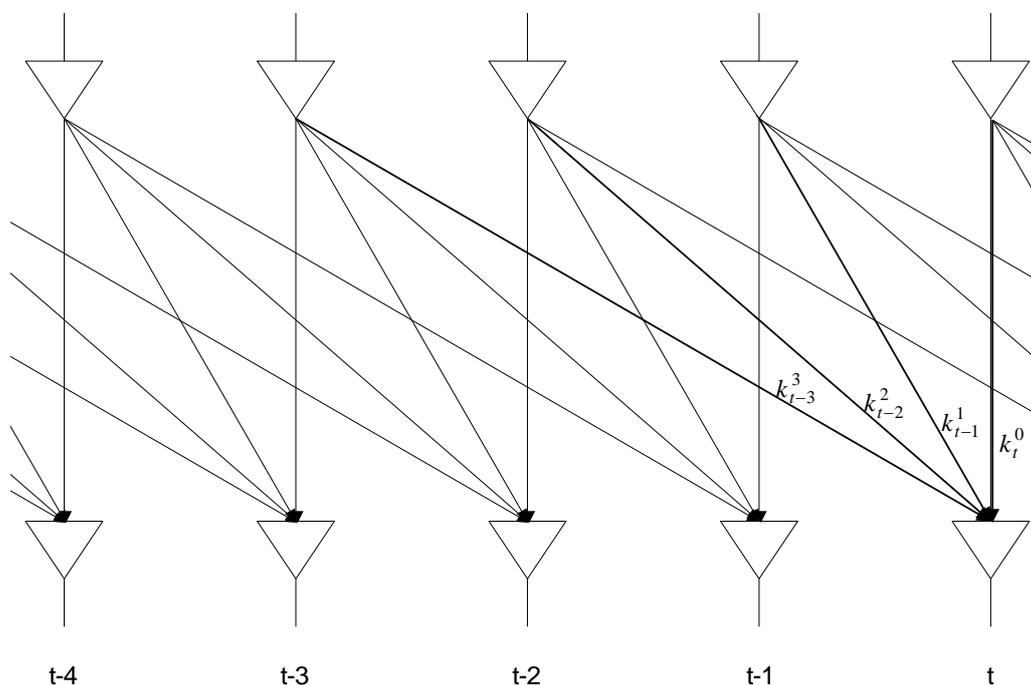


Figura 4.2 - Representação do tempo de viagem

5.3.1 Formulação do modelo

Considere-se o problema multi-estágio abaixo, no qual o estado do sistema está definido apenas em função das variáveis de um estágio:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_Tx_T \\
 \text{s/a} \quad & \\
 & A_1x_1 \geq b_1 \\
 & E_1x_1 + A_2x_2 \geq b_2 \\
 & E_2x_2 + A_3x_3 \geq b_3 \\
 & \vdots \\
 & E_{T-1}x_{T-1} + A_Tx_T \geq b_T
 \end{aligned}$$

Como foi visto no item 4.1, a solução deste problema pode ser obtida através de um algoritmo de PDDE. Um dos passos fundamentais deste algoritmo consiste no refinamento da aproximação $\hat{\alpha}_t$ da função de custo futuro $\alpha_t(x_t)$. Esta função $\hat{\alpha}_t$ é dada por:

$$\hat{\alpha}_t \geq \pi_{t+1}^j (b_{t+1} - E_t x_t) \quad j = 1, \dots, J$$

ou, equivalentemente

$$\hat{\alpha}_t \geq w_{t+1}^j + \pi_{t+1}^j E_t (x_t^{j*} - x_t) \quad j = 1, \dots, J$$

onde w_{t+1}^j é a solução do problema do estágio $(t+1)$ na iteração j e π_{t+1}^j as variáveis duais associadas. Cabe ressaltar que, para cada iteração j , a aproximação da função de custo futuro $\hat{\alpha}_t$ incorpora um novo segmento linear que depende apenas da solução x_t^{j*} e que é expressa apenas em função de x_t , vetor que define o estado do sistema no estágio t .

Por outro lado, quando o problema é tal que o vetor de estado no estágio t depende de diversos estágios anteriores, a estrutura do corte de Benders se altera. Por exemplo, considerando-se um problema de 6 estágios no qual o estado depende de três estágios, a formulação fica:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4 + c_5 x_5 + c_6 x_6 \\ s / a \quad & \\ & A_1 x_1 \geq b_1 \\ & E_1^1 x_1 + A_2 x_2 \geq b_2 \\ & E_1^2 x_1 + E_2^1 x_2 + A_3 x_3 \geq b_3 \\ & E_1^3 x_1 + E_2^2 x_2 + E_3^1 x_3 + A_4 x_4 \geq b_4 \\ & \quad E_2^3 x_2 + E_3^2 x_3 + E_4^1 x_4 + A_5 x_5 \geq b_5 \\ & \quad \quad E_3^3 x_3 + E_4^2 x_4 + E_5^1 x_5 + A_6 x_6 \geq b_6 \end{aligned}$$

Esta formulação pode ser identificada com o caso em que o tempo de viagem entre os aproveitamentos não pode ser desprezado. Empregando-se um raciocínio análogo ao que foi desenvolvido no item anterior, este problema pode ser decomposto numa sucessão de subproblemas de um único estágio. Para o estágio $t = 6$, temos:

$$\begin{aligned} w_6 = \min \quad & c_6 x_6 \\ s / a \quad & A_6 x_6 \geq b_6 - E_5^1 x_5 - E_4^2 x_4 - E_3^3 x_3 \end{aligned}$$

Considerando-se π_6^j o vetor de multiplicadores simplex associados às restrições e w_6^j o valor da solução ótima do problema para x_t^j , $t = 3, 4$ e 5 , podemos escrever:

$$w_6^j = \pi_6^j (b_6 + E_5^1 x_5^j - E_4^2 x_4^j - E_3^3 x_3^j)$$

e, portanto, o corte de Benders para o estágio 5 é:

$$\alpha_5 \geq w_6^j + \pi_6^j [E_5^1 (x_5^j - x_5) + E_4^2 (x_4^j - x_4) + E_3^3 (x_3^j - x_3)]$$

O problema de um estágio resultante para o estágio 5 fica, então:

$$\begin{aligned}
 w_5 = \min \quad & c_5 x_5 + \alpha_5 \\
 \text{s/ a} \quad & \\
 & A_5 x_5 \geq b_5 - E_4^1 x_4 - E_3^2 x_3 - E_2^3 x_2 \\
 & \alpha_5 \geq w_6^j + \pi_6^j \left[E_5^1 (x_5^j - x_5) + E_4^2 (x_4^j - x_4) + E_3^3 (x_3^j - x_3) \right]
 \end{aligned}$$

onde o vetor x_5 é a variável de decisão deste estágio. Podemos escrever, portanto:

$$\begin{aligned}
 w_5 = \min \quad & c_5 x_5 + \alpha_5 \\
 \text{s/ a} \quad & \\
 & A_5 x_5 \geq b_5 - E_4^1 x_4 - E_3^2 x_3 - E_2^3 x_2 \quad (a) \\
 & \pi_6^j E_5^1 x_5 + \alpha_5 \geq w_6^j + \pi_6^j \left[E_5^1 x_5^j + E_4^2 (x_4^j - x_4) + E_3^3 (x_3^j - x_3) \right] \quad (b)
 \end{aligned}$$

Sendo π_5^j e λ_5^j os vetores de multiplicadores simplex associados às restrições (a) e (b) e w_5^j o valor da solução ótima do problema para x_t^j , $t = 2, 3$ e 4 , temos:

$$\begin{aligned}
 w_5^j = & \pi_5^j \left[b_5 - E_4^1 x_4^j + E_3^2 x_3^j + E_2^3 x_2^j \right] + \\
 & \lambda_5^j \left[w_6^j + \pi_6^j E_5^1 x_5^j \right]
 \end{aligned}$$

Desta forma, o corte de Benders para o estágio 4 fica:

$$\begin{aligned}
 \alpha_4 \geq & w_5^j + \pi_5^j \left[E_4^1 (x_4^j - x_4) + E_3^2 (x_3^j - x_3) + E_2^3 (x_2^j - x_2) \right] \\
 & + \lambda_5^j \pi_6^j \left[E_4^2 (x_4^j - x_4) + E_3^3 (x_3^j - x_3) \right]
 \end{aligned}$$

Assim, para o estágio 4, a formulação do problema é:

$$\begin{aligned}
 w_4 = \min \quad & c_4 x_4 + \alpha_4 \\
 \text{s/ a} \quad & \\
 & A_4 x_4 \geq b_4 - E_3^1 x_3 - E_2^2 x_2 - E_1^3 x_1 \quad (a) \\
 & (\pi_5^j E_4^1 + \lambda_5^j \pi_6^j E_4^2) x_4 + \alpha_4 \geq w_5^j + \pi_5^j \left[E_4^1 x_4^j + E_3^2 (x_3^j - x_3) + E_2^3 (x_2^j - x_2) \right] \quad (b) \\
 & + \lambda_5^j \pi_6^j \left[E_4^2 x_4^j + E_3^3 (x_3^j - x_3) \right]
 \end{aligned}$$

Sendo π_4^j e λ_4^j os vetores de multiplicadores simplex associados às restrições (a) e (b) e w_4^j valor da solução ótima do problema para x_t^j , $t = 1, 2$ e 3 , pode ser escrito:

$$\begin{aligned}
 w_4^j = & \pi_4^j \left[b_4 - E_3^1 x_3^j + E_2^2 x_2^j + E_1^3 x_1^j \right] \\
 & + \lambda_4^j \left[w_5^j + \pi_5^j E_4^1 x_4^j \right] \\
 & + \lambda_4^j \lambda_5^j \pi_6^j E_4^2 x_4^j
 \end{aligned}$$

O corte de Benders para o estágio 3 fica:

$$\begin{aligned}
 \alpha_3 \geq & w_4^j + \pi_4^j \left[E_3^1 (x_3^j - x_3) + E_2^2 (x_2^j - x_2) + E_1^3 (x_1^j - x_1) \right] \\
 & + \lambda_4^j \pi_5^j \left[E_3^2 (x_3^j - x_3) + E_2^3 (x_2^j - x_2) \right] \\
 & + \lambda_4^j \lambda_5^j \pi_6^j \left[E_3^3 (x_3^j - x_3) \right]
 \end{aligned}$$

que, como pode ser deduzido, é a formulação geral do corte para este problema em qualquer estágio. Ressalte-se que a atualização da função de custo futuro leva em conta os efeitos dos estados definidos em estágios anteriores ao estágio corrente, implicando em modificação na fórmula geral de atualização da função de custo futuro.

Desta forma, a formulação geral para o corte de Benders para qualquer estágio para um problema cujo estado é definido por L estágios anteriores é dada por:

$$\alpha_t \geq w_{t+1}^j + \pi_{t+1}^j \left\{ \sum_{l=1}^L \left[E_{t+1-l}^l (x_{t+1-l}^j - x_{t+1-l}) \right] \right\} + \sum_{k=1}^{L-1} \left\{ \left(\prod_{i=1}^k \lambda_{t+i}^j \right) \pi_{t+1+k}^j \left\{ \sum_{l=1}^{L-k} \left[E_{t+1-l}^{l+k} (x_{t+1-l}^j - x_{t+1-l}) \right] \right\} \right\}$$

A generalização para problemas estocásticos é feita de maneira análoga àquela apresentada no item 4.2, considerando-se valores esperados para w , π e λ .

5.3.2 Exemplo

Este procedimento pode ser ilustrado para o caso em que o sistema hidroelétrico é composto por apenas duas usinas em cascata, sendo o tempo de viagem entre elas representados pelos fatores k_t^0 , k_{t-1}^1 , k_{t-2}^2 e k_{t-3}^3 para os lags 0, 1, 2 e 3 respectivamente, como na .

As variáveis que fazem a ligação entre os estágios são dadas pelos volumes armazenados no final do estágio e pelos volumes turbinados e vertidos no estágio. Agrupando estas variáveis no início do vetor de estados x_t temos:

$$x_t = (v_t^1, v_t^2, q_t^1, q_t^2, s_t^1, s_t^2, \dots)$$

onde:

v_t^i = volume final armazenado na usina i no final do estágio t

q_t^i = volume turbinado na usina i no estágio t

s_t^i = volume vertido na usina i no estágio t

Sem perda de generalidade, podemos escrever:

$$x_t = (v_t^1, v_t^2, d_t^1, d_t^2, \dots)$$

onde d_t^i representa o volume total defluente na usina i no estágio t .

Empregando a fórmula geral acima, o corte de Benders para o estágio t é dado por:

$$\alpha_t \geq w_{t+1}^j + \pi_{t+1}^j \left[E_t^1 (x_t^j - x_t) + E_{t-1}^2 (x_{t-1}^j - x_{t-1}) + E_{t-2}^3 (x_{t-2}^j - x_{t-2}) \right] + \lambda_{t+1}^j \pi_{t+2}^j \left[E_t^2 (x_t^j - x_t) + E_{t-1}^3 (x_{t-1}^j - x_{t-1}) \right] + \lambda_{t+1}^j \lambda_{t+2}^j \pi_{t+3}^j \left[E_t^3 (x_t^j - x_t) \right]$$

Neste caso, as matrizes E_t^l que representam o acoplamento entre os estágios são escritas como:

$$E_t^1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -k_t^1 & 0 \end{bmatrix}$$

e, para $l > 1$,

$$E_t^l = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_t^l & 0 \end{bmatrix}$$

onde k_t^l é o fator no estágio t para o lag l (defasagem).

Fazendo $\pi_t = (\pi^1, \pi^2)_t$ temos:

$$\begin{aligned} \alpha_t \geq & w_{t+1}^j - (\pi^1)_{t+1}^j (v_t^{1j} - v_t^1) \\ & - (\pi^2)_{t+1}^j \left[(v_t^{2j} - v_t^2) + k_t^1 (d_t^{1j} - d_t^1) + k_{t-1}^2 (d_{t-1}^{1j} - d_{t-1}^1) + k_{t-2}^3 (d_{t-2}^{1j} - d_{t-2}^1) \right] \\ & - \lambda_{t+1}^j (\pi^2)_{t+2}^j \left[k_t^2 (d_t^{1j} - d_t^1) + k_{t-1}^3 (d_{t-1}^{1j} - d_{t-1}^1) \right] \\ & - \lambda_{t+1}^j \lambda_{t+2}^j (\pi^2)_{t+3}^j \left[k_t^3 (d_t^{1j} - d_t^1) \right] \end{aligned}$$

ou, agrupando os termos:

$$\begin{aligned} \alpha_t \geq & w_{t+1}^j - (\pi^1)_{t+1}^j (v_t^{1j} - v_t^1) - (\pi^2)_{t+1}^j (v_t^{2j} - v_t^2) \\ & - \left[(\pi^2)_{t+1}^j k_t^1 + \lambda_{t+1}^j (\pi^2)_{t+2}^j k_t^2 + \lambda_{t+1}^j \lambda_{t+2}^j (\pi^2)_{t+3}^j k_t^3 \right] (d_t^{1j} - d_t^1) \\ & - \left[(\pi^2)_{t+1}^j k_{t-1}^2 + \lambda_{t+1}^j \pi_{t+2}^j k_{t-1}^3 \right] (d_{t-1}^{1j} - d_{t-1}^1) \\ & - \left[(\pi^2)_{t+1}^j k_{t-2}^3 \right] (d_{t-2}^{1j} - d_{t-2}^1) \end{aligned}$$

5.4 Consideração da antecipação do despacho das usinas GNL na PDD

A restrição de decisão antecipada do despacho das usinas térmicas a GNL requer a adição de novas variáveis de estado na PDD. A metodologia desenvolvida pelo CEPEL para considerar esse aspecto está descrita em [16].

6 Referências

- [1] Benders, J. F., “Partitioning procedures for solving mixed variables programming problems”, *Numer. Math.*, 4, 238-252, 1962.
- [2] Costa, J.P., Prado, S., Gorenstin, B.G., Sá Jr., C.L.C., Modelo DECOMP – Termo de Referência do Protótipo (1994). Brasil.
- [3] Cunha, S.H.F, Prado, S. e Costa, J.P., “Modelagem da produtividade variável de usinas hidrelétricas com base na construção de uma função de produção energética”, XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, ABRH, anais 2, 391-397, Nov 1997.
- [4] A.L. Diniz, M.E.P. Maceira, “A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects”, *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 23, n.3, pp. 1298-1308, Aug. 2008.
- [5] A.L. Diniz, M.E.P. Maceira, L.A. Terry, "Modelagem da função de produção das usinas hidroelétricas no modelo DESSEM-PAT", Relatório Técnico CEPEL DP/DEA - 928/05 (revisado em janeiro de 2008).
- [6] A. L. Diniz, "Processo iterativo de construção da função de produção das usinas hidroelétricas para o problema de coordenação hidrotérmica", XX SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Recife, Nov/2009.
- [7] GCOI. Determinação de Intercâmbios de Energia entre Subsistemas Equivalentes pela Igualização do Valor da Água. Relatório SCEN/GTMC-01/87.
- [8] GCOI. Descrição de Funções e Procedimentos para a Elaboração do Programa Mensal de Operação e suas Revisões. Relatório SCEN/GTMC-02/92.
- [9] GCOI. Funções da Programação Diária da Operação dos Sistemas Interligados Sul e Sudeste. Relatório SCEN/GTMC-02/94.
- [10] Gorenstin, B.G., Costa, J.P., Pereira, M.V.F., Araripe Neto, T.A., Otimização Estocástica da Operação de um Sistema Multireservatório (1989), X SNPTEE, Brasil.
- [11] Lasdon, L. S., “*Optimization theory for large systems*”, McMillan Company, New York, 1970.
- [12] Pereira, M.V.F., Pinto, L.M.V.G., “Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: a decomposition approach”, *Water Res. Res.*, vol 21, n 6, 779-792, June, 1985.
- [13] Terry, L. A. et al., "Coordinating the Energy Generation of the Brazilian National Hydrothermal Electrical Generating System", *Interfaces* 16, Jan-Feb 1986, pp 16-38.
- [14] CEPEL, Modelo DECOMP – Manual do Usuário Versão 30.1, 2019.

-
- [15] CEPEL, Descrição das Regras de Operação do Simulador Hidroenergético do Paraíba do Sul (SHP), Relatório Técnico 577/99, 1999.
- [16] CEPEL, “Proposta de Modelagem do Despacho das Usinas Términas à GNL nos Modelos DECOMP e NEWAVE”, Relatório Técnico 36587/09, 2009.

7 Anexos

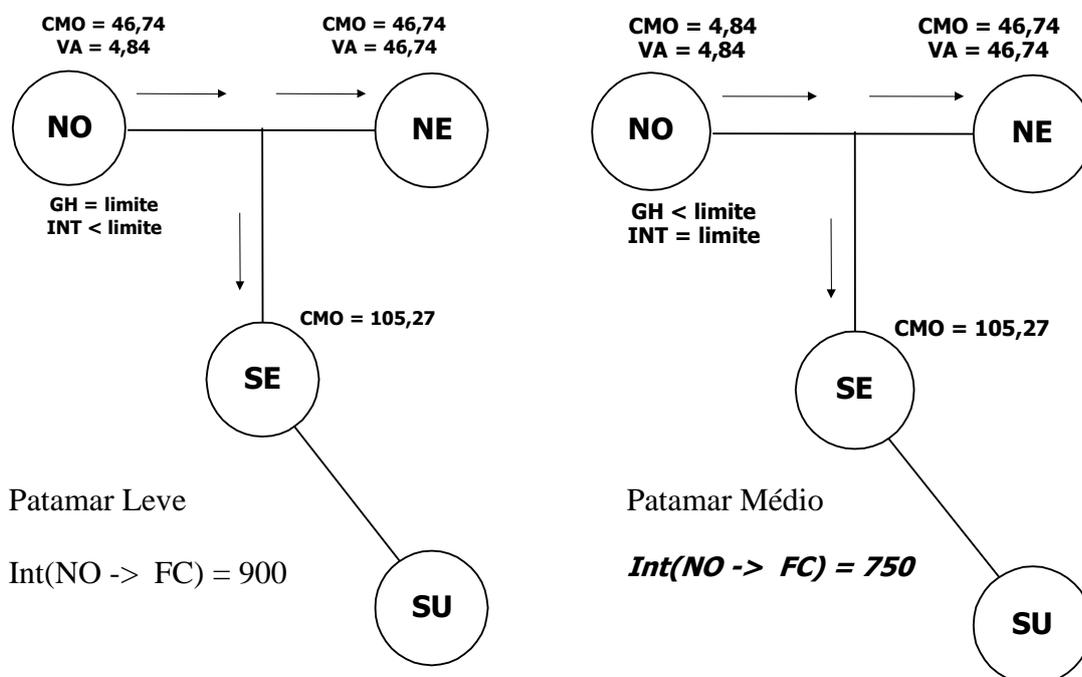
7.1 Caso-Exemplo de Ocorrência de CMO Negativo no Modelo:

A seguir apresenta-se um caso exemplo de uma situação onde pode ocorrer um CMO negativo nos resultados do modelo, conforme explicado no item 5.2.

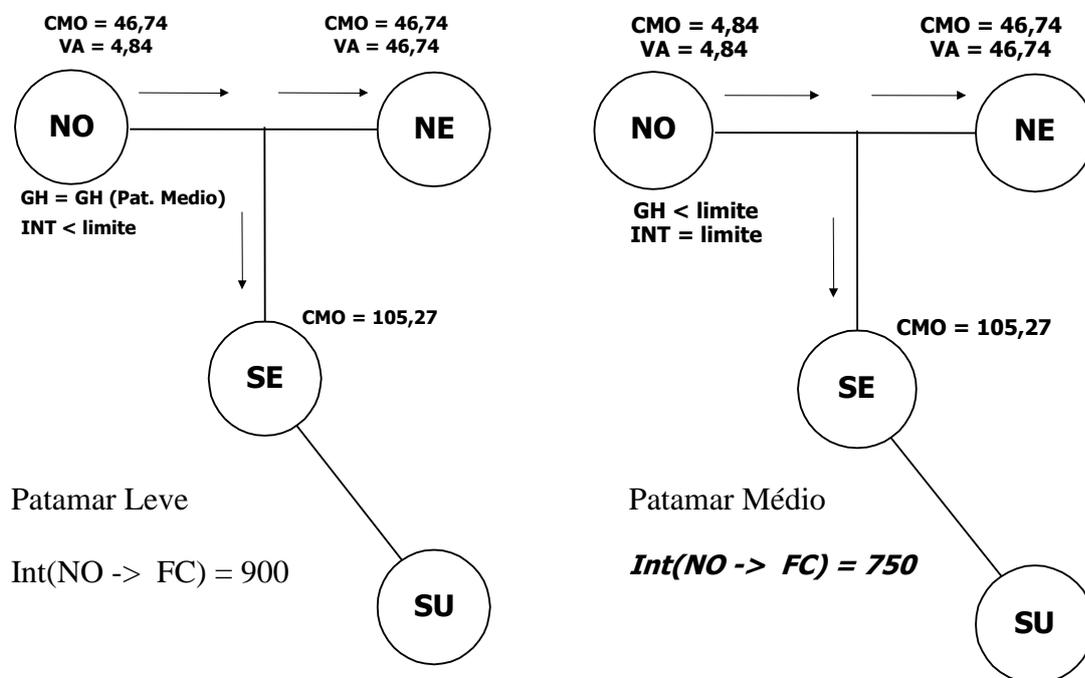
Neste exemplo, o limite de intercâmbio entre os subsistemas NE e NO é de 900 MW para o patamar leve, baixando para 750 MW no patamar médio. Este é um caso de uma restrição física diferente por patamar.

Mostra-se o comportamento do modelo nos dois casos: sem e com a utilização de restrições escada, e o cálculo do CMO para o subsistema Norte, no patamar médio, com a restrição escada..

Situação sem restrições – escada:



Situação com restrições – escada:



Duração dos Patamares:

LEVE: 61H
 Médio: 89 h
 PESADO: 18 H

Cálculo do CMO para o subsistema Norte, no patamar médio, com a restrição escada:

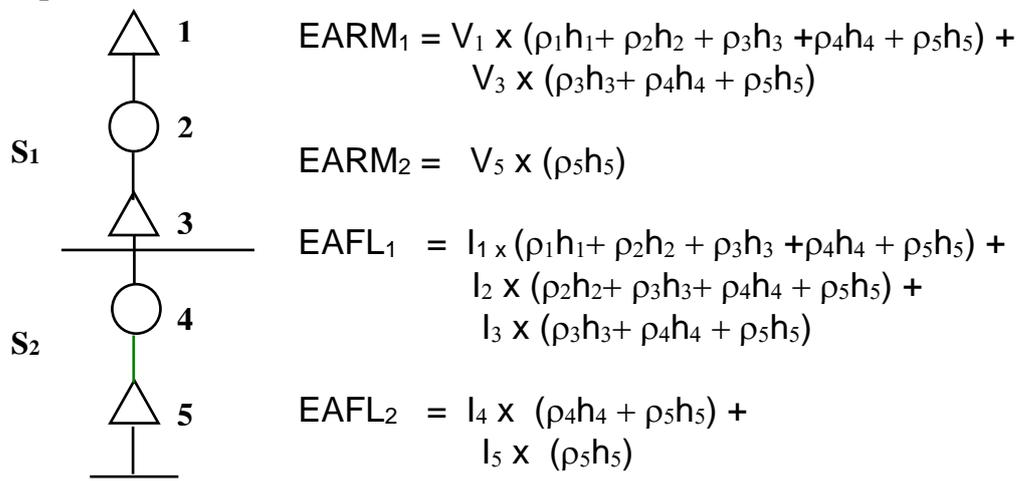
$$\begin{array}{r}
 \text{CMO} = 4,84 \dots\dots\dots + \\
 4,84 \quad (61/89) \quad \quad \quad - \quad \quad \quad 46,74 \quad (61/89) \\
 \dots\dots\dots = -23,88
 \end{array}$$

\downarrow \downarrow \downarrow

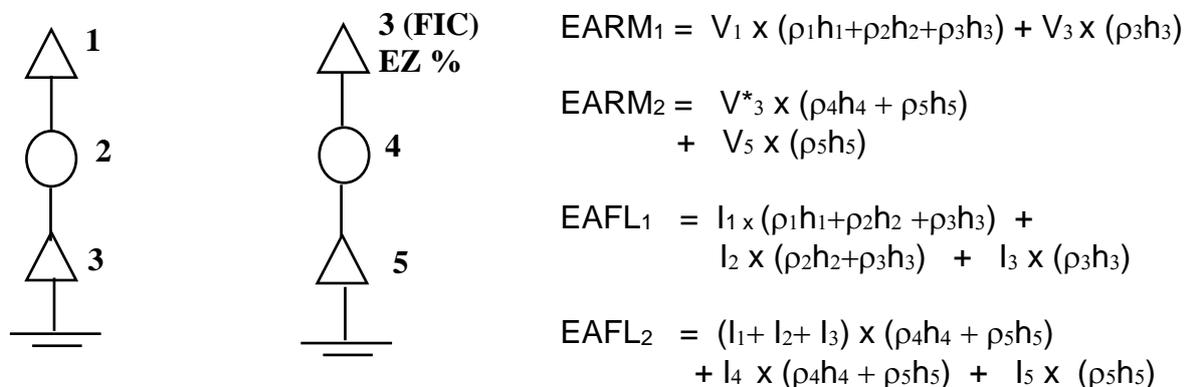
Custo Incremental de Geração no NO no patamar médio
 CI de Geração no NO no patamar leve
 Benefício Incremental de Geração no NE no patamar leve

7.2 Exemplos de cálculo de energia armazenada e afluyente para subsistemas acoplados hidráulicamente

a) Acoplamento entre subsistemas SEM usinas fictícias no NEWAVE :



b) Acoplamento entre subsistemas COM usinas fictícias no NEWAVE :



7.3 Ocorrência de gap negativo no processo de convergência

A ocorrência de gaps negativos no modelo DECOMP pode ser dada devido a eventuais mudanças no PL durante o processo iterativo do método de Benders. Uma dessas mudanças ocorre quando o modelo altera, durante o processo iterativo, o limite superior de vertimento de uma determinada usina ao verificar que o seu nível de armazenamento está inferior ao volume correspondente à soleira do vertedor.

A definição do limite superior de vertimento de uma usina i , em cada estágio, cenário e iteração, é realizada através do seguinte teste:

$$\text{Se } \text{Vol}(i) + \text{Vmin}(i) < \text{Vol Soleira Vertedor}(i) \quad \rightarrow \quad \text{LimSup Vert}(i) = 0$$

Onde:

$\text{Vmin}(i)$ = volume mínimo do reservatório;

$\text{Vol Soleira Vertedor}(i)$ = volume referente à cora da soleira do vertedor;

$\text{LimSup Vert}(i)$ = limite superior de vertimento;

O nível de armazenamento $\text{Vol}(i)$ utilizado neste teste é calculado da seguinte forma:

$$\text{Vol}(i) = \text{Vinic}(i) + \text{Afl_Nat}(i) + \text{Afl_Tviagem}(i) - \text{TaxaVM}(i) - \text{Taxeva}(i) - \text{Taxair}(i) - \text{Desv_agua}(i) + \text{Retorno_desv}(i)$$

Onde:

$\text{Vinic}(i)$ = volume do reservatório no início do estágio;

Afl_Nat = afluência natural ao reservatório;

$\text{Afl_Tviagem}(i)$ = afluência de estágios anteriores, proveniente de usinas a montante com tempo de viagem de vazão defluente;

$\text{TaxaVM}(i)$ = taxa de enchimento de volume morto;

$\text{Taxeva}(i)$ = taxa de evaporação no reservatório;

$\text{Taxair}(i)$ = taxa de irrigação;

$\text{Desv_agua}(i)$ = retirada de água para outros usos;

$\text{Retorno_desv}(i)$ = retorno da retirada de água para outros usos.

Como exemplo, apresenta-se a seguir um caso prospectivo de dois meses, com base na revisão 2 do PMO de setembro de 2006, cujo relatório de convergência resultante foi:

RELATORIO DE CONVERGENCIA DO PROCESSO ITERATIVO

```

X-----X-----X-----X-----X-----X
  Iter      Zinf      Zsup      GAP      TEMPO
           (1.OE+03 $) (1.OE+03 $) (%)
X-----X-----X-----X-----X-----X
    1      43842693.8  44662351.6   1.870  00:00:40
    2      43842693.8  43605725.0  -0.540  00:01:16
X-----X-----X-----X-----X-----X

```

TEMPO DE CPU PARA POLITICA 00:01:16

No caso em questão, as usinas Jaguari, Paraibuna, Sta Clara Pr, Serra da Mesa, Caconde e Lajes tiveram o limite superior de vertimento zerado em algum momento do processo iterativo.

As usinas de Jaguari e Paraibuna tiveram o limite superior de vertimento zerado em todos os estágios, cenários e iterações, pois os níveis de armazenamento calculados foram sempre inferiores à cota de soleira.

Especificamente no caso destas usinas, como o vertimento foi zerado em todos os estágios, cenários e iterações, não modificamos o problema de uma iteração para a outra, e por este motivo, não causaria gap negativo.

A usina de Sta Clara Pr teve o seu limite superior de vertimento zerado no primeiro estágio, nas duas iterações (uma vez que o armazenamento inicial no primeiro estágio não muda entre as iterações), e no segundo estágio, apenas em alguns cenários da primeira iteração.

No caso de Sta Clara Pr existe sim, uma mudança no problema entre a primeira e a segunda iterações, levando à possibilidade de ocorrência de gap negativo. Vimos que esta mudança decorreu da modificação do estado inicial da usina no segundo estágio, entre a primeira e a segunda iterações.

Quanto à usina Serra da Mesa, no primeiro estágio, o estado de armazenamento inicial e as aflúncias consideradas não foram suficientes para atingir a cota da soleira, por este motivo o vertimento foi zerado nas duas iterações.

No segundo estágio, também observamos em Serra da Mesa uma diferença entre a primeira e a segunda iterações, tal como observado para Sta Clara Pr. Na primeira iteração o estado de armazenamento inicial (volume inicial + volume mínimo) foi de 25.465,75 hm³, e nos cenários 3, 12, 19 e 21, o nível de armazenamento calculado foi inferior à cota da soleira. Na segunda iteração, no entanto, o estado de armazenamento inicial foi maior que na primeira iteração (26.503,75 hm³), fazendo com que o nível de armazenamento ficasse acima da soleira em todos os cenários, ou seja, o problema foi modificado entre a primeira e a segunda iterações podendo levar à ocorrência de gaps negativos.

No caso da usina Caconde seu limite superior de vertimento foi zerado no segundo estágio, nos cenários 2, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 16, 19 e 21, apenas na primeira iteração. Tal como no caso das usinas Sta Clara Pr e Serra da Mesa, houve uma diferença nos estados de armazenamento

iniciais do segundo estágio entre as duas iterações (na primeira iteração, 129,62 hm³ e na segunda, 293,42 hm³), por este motivo, na segunda iteração o reservatório apresentou nível de armazenamento acima da soleira em todos os cenários.

Em relação à usina Lajes, o procedimento que zera o limite superior de vertimento foi acionado apenas na primeira iteração, estágio 2, cenário 6. Verificamos o estado de armazenamento inicial para este estágio nas duas iterações: 193,73 hm³, na primeira, e 275,23 hm³, na segunda iteração. Tal como nos demais casos analisados, na segunda iteração a usina apresenta um nível de armazenamento maior e, por este motivo o limite superior de vertimento não é zerado.

No caso da usina Lajes este procedimento causou violações nas restrições hidráulicas de vazão defluente RHQ-132 (Qdef (Lajes) ≥ 6,5 m³/s), RHQ-134 (Qdef (Lajes) ≥ 5,5 m³/s), e RHQ-147(Qdef (Fontes A) ≥ 6,5 m³/s), na primeira iteração, estágio 2, cenário 6. Como o turbinamento máximo de Lajes era igual a zero (usina sem máquinas), a mesma precisaria verter para atender à defluência mínima. Se o limite superior de vertimento não tivesse sido zerado, a usina Lajes teria vertido abaixo da soleira para atender à defluência mínima imposta à mesma pelas RHQ's 132 e 134 e ainda possibilitar a defluência mínima imposta à usina Fontes A (a jusante) pela RHQ-147.

Este tipo de ocorrência é a que causa maiores problemas no processo de convergência do algoritmo, pois a modificação feita no PL durante o processo iterativo altera efetivamente a solução encontrada pelo modelo (o limite superior de vertimento alterado está ativo na solução).

Realizou-se um teste retirando as restrições hidráulicas de vazão defluente RHQ-132, RHQ-134 e RHQ-147. Observou-se que apesar de ainda ter ocorrido o procedimento que altera o limite superior das variáveis de vertimento para as mesmas usinas (Jaguari, Paraibuna, Sta Clara Pr, Serra da Mesa, Caconde e Lajes), não ocorreu gap negativo:

CEPEL : DECOMP - Coordenacao da Operacao a Curto Prazo - v12 Dez/2005
03/10/2006 11:14 PAG. 54

PROSPECTIVO DPEN - DEZEMBRO - DHDR PARTINDO REV2 PMO SETEMBRO06 - FCF COM CA

RELATORIO DE CONVERGENCIA DO PROCESSO ITERATIVO

Iter	Zinf (1.0E+03 \$)	Zsup (1.0E+03 \$)	GAP (%)	TEMPO
1	43729212.7	44672414.0	2.157	00:00:40
2	43844111.9	43860042.4	0.036	00:01:14
3	43852291.8	43860042.4	0.018	00:01:49
4	43855214.6	43857483.5	0.005	00:02:21
5	43855583.1	43857483.5	0.004	00:02:54
6	43856188.8	43856743.4	0.001	00:03:28
7	43856279.0	43856743.4	0.001	00:04:02
8	43856379.2	43856743.4	0.001	00:04:36

TEMPO DE CPU PARA POLITICA 00:04:36

Deste resultado concluiu-se que, apesar de ser o procedimento que zera o limite superior de vertimento a causa de eventuais gaps negativos no modelo DECOMP, nem sempre este procedimento leva necessariamente a gaps negativos. O gap negativo ocorre quando as modificações feitas nos PL's alteram a solução obtida em algum momento do processo iterativo, ou seja, os limites alterados encontram-se ativos na solução em alguma iteração.

No caso do limite superior de vertimento, isto ocorre quando, por algum motivo, o modelo busca uma solução em que uma usina verteria abaixo da sua cota de soleira. Como esta solução está impossibilitada (o limite superior de vertimento foi zerado), o modelo encontra uma solução diferente da que seria obtida caso o limite não tivesse sido zerado, e diz-se que este limite está ativo na solução.

Geralmente soluções deste tipo são resultantes de restrições que impõem uma defluência mínima para as usinas com níveis baixos de armazenamento, como as RHQ-132, RHQ-134 e RHQ-147. Conforme constatado, uma vez que quando estas restrições foram retiradas, apesar de ainda ser acionado o procedimento que zera o limite superior de vertimento durante o processo iterativo, o novo limite imposto não está mais ativo na solução. O modelo não “busca” mais uma solução de vertimento abaixo da soleira, ou seja, a solução obtida não mudaria caso o limite não tivesse sido zerado.

Uma outra forma de contornar este problema, caso não seja identificadas restrições deste tipo, é alterar as cotas de soleiras das usinas. Um teste alterando as cotas de soleira foi realizado utilizando o registro AC, mnemônico VSVERT, para as usinas Jaguari, Paraibuna, Serra da Mesa, Sta Clara Pr, Caconde e Lajes, colocando estes valores iguais aos seus respectivos volumes mínimos de forma a possibilitar sempre o vertimento nestas usinas. Obteve-se o seguinte resultado:

RELATORIO DE CONVERGENCIA DO PROCESSO ITERATIVO

Iter	Zinf (1.0E+03 \$)	Zsup (1.0E+03 \$)	GAP (%)	TEMPO
1	43759485.1	44439352.9	1.554	00:00:56
2	43845745.3	43858306.0	0.029	00:01:46
3	43853334.1	43858306.0	0.011	00:02:38
4	43855247.4	43858306.0	0.007	00:03:28
5	43855468.7	43857224.5	0.004	00:04:20
6	43856339.3	43856754.0	0.001	00:05:10

TEMPO DE CPU PARA POLITICA 00:05:10

Conforme esperado, não ocorreu gap negativo.

Pelo exposto acima, recomenda-se que, quando ocorra gap negativo, o usuário verifique no arquivo OSL.REL se houve alguma violação de restrição durante o processo iterativo. Se a violação da restrição tiver sido motivada por impedimento de defluência, pode-se recorrer a um

dos dois procedimentos adotados acima: alteração da restrição, ou modificação da cota de soleira do vertedor através do registro AC (mnemônico VSVERT).

Também existe uma funcionalidade no modelo que faz com que essa proibição/permissão de vertimento e desvios sejam desativadas para todas as usinas, através do registro RT (vide Manual do Usuário). Dessa forma caso o registro RT esteja ativo (tanto para vertedouro – CRISTA – quanto para desvio – DESVIO) não haverá modificação do PL ao longo das iterações evitando a ocorrência de gap negativo por esse motivo.

Caso mesmo com o registro RT ativo persista uma situação de gap negativo, é possível que o problema esteja sendo ocasionado por uma questão de precisão numérica (computacional), ou seja, em teoria matemática a PDD tem que convergir com gap tendendo a zero, mas computacionalmente, as imprecisões associadas a arredondamentos, manipulação de pontos flutuantes e tolerâncias adotadas podem ocasionar um gap negativo. Nesse caso, é recomendado que se use os registros de ajuste de tolerâncias GP: para ajustar a tolerância de convergência da PDD (que nesta situação deve ser aumentada). Também o registro TS que permite que o usuário altere as tolerâncias internas ao solver (primária e secundária), essa tolerância sendo diminuída, pode solucionar problemas de gap negativo ocasionados por imprecisão numérica.

7.4 Tratamento para evitar a ocorrência de pequenas inviabilidades nos resultados de casos viáveis

Em alguns casos processados pelo modelo DECOMP, é possível que ocorram pequenas inviabilidades na solução publicada (obtida pela simulação final), ainda que o caso como um todo seja viável. Este comportamento é observado, tipicamente, quando a solução ótima do problema leva ao atendimento, no limite, de restrições operativas impostas para os períodos 2 em diante. Em particular, isso tende a ocorrer quando há várias restrições operativas em casos onde o sistema opera com escassez ou excesso de afluências.

Quando a restrição é atendida no limite em algum estágio, esta informação deve ser repassada aos estágios anteriores, através dos cortes de Benders, para que sua operação seja modificada de forma a atender as restrições nos estágios posteriores. Entretanto, como o estado do sistema (volume final dos reservatórios ao final de cada estágio) varia constantemente de uma iteração para outra, qualquer pequena oscilação no resultado dos estágios anteriores pode provocar uma pequena inviabilidade no estágio posterior, correspondente à restrição imposta. Desta forma, ainda que, em alguma iteração do processo de convergência tenha sido obtida uma solução viável, existe a possibilidade de que haja uma inviabilidade na solução da simulação final.

Para evitar essa situação, foi incluído no modelo um procedimento segundo o qual, após ter sido atingida a tolerância de otimalidade desejada (“gap de convergência”), continua-se o processo iterativo em busca de uma solução viável, nos casos onde:

- o resultado final apresentou alguma inviabilidade, e
- em alguma iteração passada foi obtida uma solução viável.

O processo continua até que seja obtida uma solução viável, ou que tenha sido atingido o número máximo de iterações.

7.5 Nota Técnica 01/2011 - Procedimentos para verificação e ajuste dos comandos das usinas a GNL no modelo DECOMP

1. INTRODUÇÃO

As usinas termoeletricas a GNL são despachadas antecipadamente (Relatório Técnico DP/DEA – 36587/09), ou seja, suas gerações são definidas k meses antes da operação. Os valores das gerações comandadas são dados de entrada para o modelo DECOMP, no entanto, algumas restrições podem ser impostas pelo usuário tornando necessários eventuais ajustes nos comandos das usinas a GNL.

Dois tipos de limitação podem ser incluídos: limites fornecidos nos registros TG (gerações mínimas e máximas), e restrições elétricas especiais envolvendo usinas a GNL.

1.1 Registros TG

Nestes registros, são fornecidos limites individuais, mínimo e máximo, para as usinas a GNL. Caso o comando viole algum destes limites, o mesmo é reajustado para o limite que seria violado.

Ao final desse processo, obtêm-se:

um comando gt_{GNL}^* que atende aos limites dos registros TG;

limites mínimo e máximo ($gtmin_{GNL}$ e $gtmax_{GNL}$), que serão utilizados para eventuais ajustes das restrições elétricas individuais

1.2 Registros RE (Restrições Elétricas Especiais)

Uma restrição RE pode envolver um ou mais recursos (a saber: usina hidroelétrica, usina termoeletrica, intercâmbio e usina termoeletrica a GNL), cada uma com um determinado coeficiente, que pode ser positivo ou negativo. A soma das parcelas referente a cada recurso deve atender os limites inferior (LI) e superior (LS) da restrição, como segue:

$$LI \leq \sum_{i=1}^n k_i R_i \leq LS \quad (1)$$

Onde R_i pode ser o valor de uma geração hidroelétrica, geração termoeletrica ou intercâmbio. Ressalta-se que não é possível incluir restrições elétricas fora do horizonte de estudo, pois essas restrições são concebidas para expressar restrições operativas. Portanto, eventuais limites na geração da usina GNL a ser sinalizada para além do horizonte do DECOMP deverão ser estabelecidos, necessariamente, por meio dos registros TG.

As restrições RE ao longo do horizonte de estudo envolvendo usinas GNL serão divididas, para fins de análise, em duas situações:

1.2.1 SITUAÇÃO 1: Restrições que envolvem apenas gerações a GNL já comandadas

Esta situação compreende, por exemplo, os casos em que $K \geq 1$ e a restrição está no primeiro mês, ou $K \geq 2$ e a restrição está no primeiro ou segundo meses, etc. Nesta situação, a geração a GNL **já foi decidida e se constitui em um dado de entrada para a restrição**. Três categorias de restrições deste tipo podem ser identificadas:

- A) Restrições envolvendo apenas 1 usina a GNL, e nenhum outro tipo de recurso;
- B) Restrições envolvendo mais de uma usina GNL, e nenhum outro tipo de recurso;
- C) Restrições envolvendo uma ou mais usinas a GNL, em conjunto com outros tipos de recurso.

A validação na leitura de dados e o tratamento no PL serão feitos na ordem estabelecida a seguir, de acordo com a categoria de cada restrição:

1.2.1.1 Tratamento de todas as Restrições RE da categoria “A” (restrições individuais para cada usina a GNL)

Em cada restrição, o comando das usinas GNL será reajustado se o comando violar algum dos limites da RE, observando-se os limites estabelecidos pelos registros TG, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \rightarrow seLI > kgt_{GNL}^* & \Rightarrow gt_{GNL}^* = \max \left\{ gtmin_{GNL}, \min \left\{ gtmax_{GNL}, \frac{LI}{k} \right\} \right\} \\ \rightarrow seLS < kgt_{GNL}^* & \Rightarrow gt_{GNL}^* = \min \left\{ gtmax_{GNL}, \max \left\{ gtmin_{GNL}, \frac{LS}{k} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

Observa-se que este ajuste não necessariamente viabilizará a restrição RE, uma vez que a mudança no comando está restrita aos limites estabelecidos pelos registros TG.

1.2.1.2 Tratamento de todas as Restrições RE da categoria “B” (restrições envolvendo mais de uma usina GNL, e nenhum outro tipo de recurso)

O ajuste das restrições será feito na ordem em que elas forem fornecidas nos registros RE. Em cada restrição, uma violação será identificada caso ocorra uma das situações a seguir, para as quais deve-se calcular um termo denominado de “FOLGA”, que indica o valor total de geração que se encontra em excesso ou em falta para o atendimento da restrição

$$\begin{aligned} \rightarrow seLI > \sum_{i=1}^n k_i gt_{GNL_i}^* & \Rightarrow FOLGA = LI - \sum_{i=1}^n k_i gt_{GNL_i}^* \\ \rightarrow seLS < \sum_{i=1}^n k_i gt_{GNL_i}^* & \Rightarrow FOLGA = \sum_{i=1}^n k_i gt_{GNL_i}^* - LS \end{aligned} \quad (3)$$

Nestes casos, o termo à direita deve ser aumentado ou diminuído em um valor correspondente à variável FOLGA, de forma a atender ao limite LI ou LS, respectivamente. No entanto, apenas algumas gerações podem ser alteradas, a saber:

- **usinas a GNL que não estejam nem em seu limite mínimo nem em seu limite máximo;**

- **usinas a GNL que estejam no seu limite mínimo**, se o coeficiente for negativo em uma restrição que violou o limite superior, ou se o coeficiente for positivo em uma restrição que violou o limite inferior;
- **usinas a GNL que estejam no seu limite máximo**, se o coeficiente for positivo em uma restrição que violou o limite superior, ou se o coeficiente for negativo em uma restrição que violou o limite inferior.

As condições acima definem um subconjunto de NA usinas a GNL que podem ter seu comando alterado para viabilizar a restrição.

A seguir, apresentam-se duas alternativas que podem ser consideradas para o ajuste nas gerações das usinas a GNL na restrição RE:

1ª) Ajuste de forma proporcional aos fatores de participação na restrição:

A distribuição do valor de FOLGA nessas NA usinas será feita proporcionalmente aos valores de seus fatores de participação k_i , conforme descrito a seguir:

$$\begin{cases} \text{violação de LI: } gt_{GNL_i}^* = gt_{GNL_i}^* + \frac{FOLGA}{NA \cdot k_i} \\ \text{violação de LS: } gt_{GNL_i}^* = gt_{GNL_i}^* - \frac{FOLGA}{NA \cdot k_i} \end{cases} \quad (4)$$

Este ajuste garante que o valor de FOLGA será distribuído em NA parcelas com valores iguais à razão (FOLGA/NA). Portanto, em cada uma dessas parcelas, a modificação na geração a GNL será menor para as usinas que tiverem coeficientes maiores.

Ressalta-se que o sinal do fator k_i já está sendo considerado implicitamente, quando dos ajustes realizados acima, ou seja, usinas com coeficientes negativos terão sua geração diminuída se houver violação de LI, e aumentadas se houver violação de LS.

2ª) Ajuste de forma proporcional aos custos de geração (CVU) das usinas

Nesta alternativa, privilegiam-se as alterações de geração que resultem no menor custo para a operação do sistema. O ajuste é realizado através dos seguintes passos:

Passo 1) para cada usina i dentre as NA usinas a GNL cujo despacho pode ser alterado (vide descrição acima), calcula-se o “custo incremental de ajuste da restrição RE”, c_i^{RE} , pela expressão abaixo:

$$c_i^{RE} = \frac{CVU_i}{|k_i|} \quad (5)$$

Passo 2) Classificam-se as NA usinas na restrição em ordem crescente de valores de c_i^{RE} , obtendo-se um vetor $\{ord_j^{RE}, j = 1, \dots, NA\}$, onde a componente j corresponde ao índice da j -ésima usina mais barata na restrição

Passo 3) Ajustam-se os valores de geração das usinas na seguinte ordem, conforme o caso:

1º) Quando o ajuste for em relação ao Limite inferior (LI)

Neste caso, a diminuição de FOLGA deve ser feita aumentando o valor da expressão $\sum_{i=1}^n k_i g_{GNL_i}^*$, o que é feito na seguinte ordem:

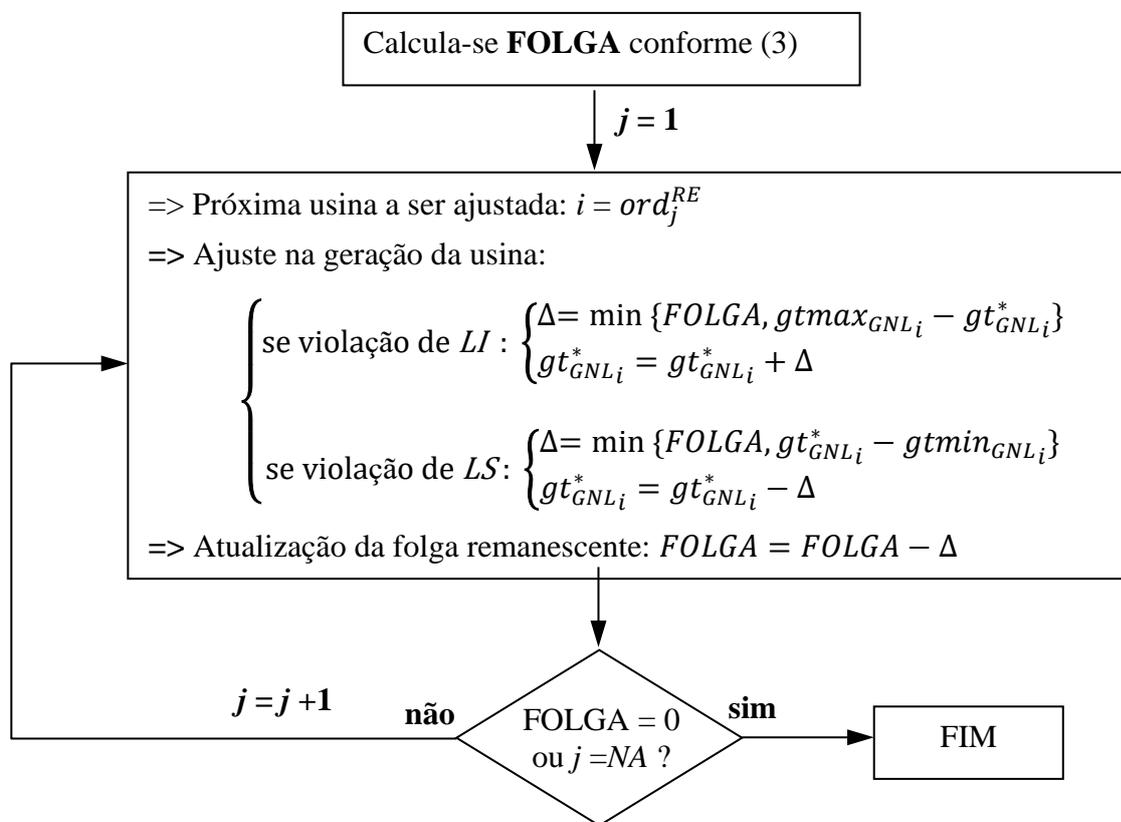
- diminuindo a geração das usinas com fatores k_i negativos, na ordem decrescente dos valores de c_i^{RE} .
- aumentando a geração das usinas com fatores k_i positivos, na ordem crescente dos valores de c_i^{RE} .

2º) Quando o ajuste for em relação ao Limite superior (LS)

Neste caso, a diminuição de FOLGA deve ser feita diminuindo o valor da expressão $\sum_{i=1}^n k_i g_{GNL_i}^*$, o que é feito na seguinte ordem:

- diminuindo geração das usinas com fatores k_i positivos, na ordem decrescente dos valores de c_i^{RE} .
- aumentando a geração das usinas com fatores k_i negativos, na ordem crescente dos valores de c_i^{RE} .

Os ajustes são realizados até atingir o valor de FOLGA ou até serem atingidos os limites de TG das usinas na restrição, conforme o algoritmo abaixo:



Ressalta-se que pode não ser possível viabilizar o atendimento da restrição RE, caso a soma das folgas em cada usina ($gt_{GNL_i}^* - gtmin_{GNL_i}$, em caso de violação de LI e $gtmax_{GNL_i} - gt_{GNL_i}^*$, em caso de violação de LS) não sejam suficientes para atingir o valor original de FOLGA, calculado no início do algoritmo.

Observações

Em ambas as alternativas 1ª e 2ª levantadas acima, cabem as seguintes observações: é possível que os ajustes dos comandos inviabilizem os limites dos registros TG ou de restrições elétricas das categorias A e B já ajustadas previamente. Isto será identificado na etapa de verificação final, descrita no item D descrito posteriormente.

O ajuste é realizado diferentemente para cada patamar de carga. Portanto, tanto os valores $gt_{GNL_i}^*$ como os custos incrementais c_i^{RE} são calculados por patamar.

1.2.1.2 Tratamento de todas as Restrições RE da categoria “C” (restrições envolvendo mais de uma usina GNL, e outro tipo de recurso)

Neste caso, deve-se verificar se a geração a GNL já comandada inviabiliza o atendimento à restrição elétrica, levando-se em consideração:

- as capacidades máximas de geração ($ghmax_i$) das usinas hidroelétricas na restrição, calculadas com base no cadastro de usinas hidroelétricas e eventuais ajustes realizados via registros FD e MP;

- as capacidades máxima de geração ((gtmax_i) das usinas termoeletricas na restrição, calculadas com base nas informações dos registros CT e MT;
- limites máximos de intercâmbios, fornecidos nos registros IA.

Considere uma restrição elétrica genérica, do tipo:

$$LI \leq \sum_{i=1}^n k_i gt_{GNL_i}^* + \sum_{i=1}^{NTRE} k_i^T gt_i + \sum_{i=1}^{NHRE} k_i^H gh_i + \sum_{i=1}^{NIRE} k_i^I Int_i \leq LS \quad (6)$$

onde NTRE, NHRE e NIRE são o número de usinas termoeletricas, hidroeletricas e intercâmbios na restrição, e k_i^T, k_i^H e k_i^I correspondem aos coeficientes de cada recurso, que podem ser positivos ou negativos.

Para verificar se as gerações comandadas irão inviabilizar *a priori* restrição, calculam-se os limites inferior e superior LI' e LS' que devem ser respeitados pela contribuição das usinas a GNL, considerando a operação das demais usinas na situação limite para atendimento de cada limite:

$$LI - \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ |k_i^T|>0}}^{NTRE} k_i^T gt_{max_i} - \sum_{\substack{i=1 \\ |k_i^H|>0}}^{NHRE} k_i^H gh_{max_i} - \sum_{\substack{i=1 \\ |k_i^I|>0}}^{NIRE} k_i^I Int_{max_i}}_{LI'} \leq \sum_{i=1}^n k_i gt_{GNL_i}^* \quad (7a)$$

$$\sum_{i=1}^n k_i gt_{GNL_i}^* \leq LS - \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ |k_i^T|<0}}^{NTRE} k_i^T gt_{max_i} - \sum_{\substack{i=1 \\ |k_i^H|<0}}^{NHRE} k_i^H gh_{max_i} - \sum_{\substack{i=1 \\ |k_i^I|<0}}^{NIRE} k_i^I Int_{max_i}}_{LS'} \quad (7b)$$

Obtêm-se, portanto, uma condição do tipo:

$$LI' \leq \sum_{i=1}^n k_i gt_{GNL_i}^* \leq LS' \quad (8)$$

cujo tratamento passará a ser feito de forma idêntica à realizada no item B, para restrições envolvendo mais de uma usina a GNL.

1.2.1.3 Verificação Final

Após ajustes nos comandos das usinas GNL em função da validação individual das restrições impostas pelos registros TG e RE (item 1.1 e itens 1.2.1.1 a 1.2.1.3 acima), realiza-se uma varredura final em todas essas restrições, para verificar se o ajuste em algumas delas não inviabilizou outras restrições.

Caso haja violação de alguma restrição nesta etapa, o modelo DECOMP irá interromper o processamento antes de iniciar a resolução do problema, informando que as restrições impostas às usinas GNL (TG e RE) o tornaram inviável.

1.2.2 SITUAÇÃO 2: Restrições que podem envolver gerações a GNL cuja sinalização é feita pelo próprio DECOMP, em um período anterior.

Esta situação compreende, por exemplo, o caso em que $K=1$ e a restrição é imposta no segundo mês. Esta situação se subdivide em dois casos:

- A) Restrições envolvendo apenas 1 usina a GNL, e nenhum outro tipo de recurso;
- B) Restrições envolvendo mais de uma usina GNL (com diferentes valores de k), podendo ter outros tipos de recurso;

O caso A tem o mesmo efeito, do ponto de vista conceitual, dos limites mínimo/máximo estabelecidos para a usina GNL através dos registros TG. A implementação dessa restrição no PL será feita inserindo-se a restrição no período onde é decidida a sinalização, da mesma forma como se tratam os registros TG.

A situação B é mais delicada, pois o fato de se misturar, em uma mesma restrição, usinas a GNL com diferentes *lags* e outros recursos cujo despacho não é antecipado faz com que não seja possível “trazer” esta restrição para o período em que o despacho da usina é decidido. Portanto, a geração das usinas a GNL nestas restrições serão variáveis de estado para o PL, e os valores do multiplicador de Lagrange e do coeficiente da usina na restrição serão levados em consideração na construção do coeficiente da usina GNL nos cortes de Benders.

Entretanto, ressalta-se que, na implementação da metodologia do GNL, as variáveis de estado são a soma das gerações de todas as usinas a GNL em determinado subsistema e patamar, e não cada geração individualmente. Portanto, a implementação computacional deste tipo de restrição elétrica envolverá a criação de variáveis de estado adicionais para a função de custo futuro, referentes à geração individual de cada usina a GNL que participe de uma restrição elétrica deste tipo.

Ressalta-se que, se em uma restrição RE classificada como sendo da situação 2, houver tanto usinas a GNL já comandadas como usinas a GNL cuja sinalização será dada pelo DECOMP, serão realizados os mesmos procedimentos descritos no item 2.1, para validação e eventual ajuste da geração das usinas a GNL já comandadas.

7.6 Despacho com antecipação mínima de 60 dias das usinas GNL

Atualmente, a aplicação proposta para a antecipação do despacho das usinas GNL (descrita na NT3_2010-GLsemanal) não assegura que, em qualquer que seja o mês, o número de dias de antecipação seja igual ou superior a 60 dias.

De acordo com a metodologia implementada no programa, o despacho sinalizado para as usinas GNL é mensal, com antecedência de k meses. No entanto, este despacho é impresso semanalmente, e a cada semana a sinalização é revista, podendo resultar em despachos diferentes para cada semana do mês.

Conforme consta na referida nota técnica, a proposta é que em cada revisão i do primeiro mês, seja sinalizada a geração (ou revista a sinalização) da i -ésima semana do mês $t+k$, o que, em algumas situações, pode não representar o mínimo de 60 dias de antecipação requerido.

Para exemplificar, consideramos o exemplo apresentado na nota técnica, lembrando que, em relação ao número de revisões do primeiro mês e o número de semanas do mês $t+k$, podemos ter três situações:

- 1) O número de revisões do caso com mês inicial t é **igual** ao número de semanas no mês $t+k$: na revisão 0 é feita a sinalização da 1ª semana do mês $t+k$, e a cada revisão seguinte i é refeita a sinalização da i -ésima semana do mês $t+k$.
- 2) O número de revisões do caso com mês inicial t é **maior** que o número de semanas no mês $t+k$: na revisão 0 é feita a sinalização da 1ª semana do mês $t+k$, a cada revisão seguinte i é refeita a sinalização da i -ésima semana do mês $t+k$, e nas revisões que excedem o número de semanas do mês $t+k$ **não haveria sinalização no primeiro mês**.
- 3) O número de revisões do caso com mês inicial t é **menor** que o número de semanas no mês $t+k$: na revisão 0 é feita a sinalização da 1ª semana do mês $t+k$, a cada revisão i é despachada a i -ésima semana do mês $t+k$, e a sinalização da última revisão permanece válida para as semanas i em diante do mês $t+k$.

Na tabela a seguir é apresentado o exemplo de aplicação para os PMOs de abril a julho de 2010, para um caso em que $k=2$, ou seja antecipação de despacho de 2 meses:

PMO	Revisão	Índice da semana	Data operativa	PMO onde a geração GNL da semana foi sinalizada	Nº de dias de antecipação	Semana para a qual está sinalizando a geração GNL
Abril/ 2010	RV0	S1	27/3 a 2/4	-	63	29/5 a 4/6
	RV1	S2	3/4 a 9/4	-	63	5/6 a 11/6
	RV2	S3	10/4 a 16/4	-	63	12/6 a 18/6
	RV3	S4	17/4 a 23/4	-	63	19/6 a 25/6
	Rv4	S5	24/4 a 30/4	-	-	-
Maio/ 2010	Rv0	S1	1/5 a 7/5	-	56	26/6 a 2/7
	Rv1	S2	8/5 a 14/5	-	56	3/7 a 9/7
	Rv2	S3	15/5 a 21/5	-	56	10/7 a 16/7
	Rv3	S4	22/5 a 28/5	-	56	17/7 a 23/7
			22/5 a 28/5		63	24/7 a 30/7
Junho/ 2010	Rv0	S1	29/5 a 4/6	Abril, rv0	63	31/7 a 6/8
	Rv1	S2	5/6 a 11/6	Abril, rv1	63	7/8 a 13/8
	Rv2	S3	12/6 a 18/6	Abril, rv2	63	14/8 a 20/8
	Rv3	S4	19/6 a 25/6	Abril, rv3	63	21/8 a 27/8
Julho/ 2010	Rv0	S1	26/6 a 2/7	Maio, rv0	63	28/8 a 3/9
	Rv1	S2	3/7 a 9/7	Maio, rv1	63	4/9 a 10/9
	Rv2	S3	10/7 a 16/7	Maio, rv2	63	11/9 a 17/9
	Rv3	S4	17/7 a 23/7	Maio, rv3	63	18/9 a 24/9
	Rv4	S5	24/7 a 30/7	Maio, rv3		-
Maio/ 2010	Rv0	S1	1/5 a 7/5	-	56	26/6 a 2/7
	Rv1	S2	8/5 a 14/5	-	56	3/7 a 9/7
	Rv2	S3	15/5 a 21/5	-	56	10/7 a 16/7
	Rv3	S4	22/5 a 28/5	-	56	17/7 a 23/7
			22/5 a 28/5		63	24/7 a 30/7

Como se pode observar, na sinalização realizada em maio, para o PMO de julho de 2010, o número de dias de antecipação do despacho, até a revisão 3, foi de 56 dias.

Para que seja garantida a antecipação mínima de 60 dias, pode-se utilizar o programa sem nenhuma alteração e apenas considerar a seguinte alteração na aplicação do mesmo, apresentada na tabela a seguir:

PMO	Revisão	Índice da semana	Data	PMO onde a semana foi sinalizada	Nº de dias de antecipação	Semana para a qual está sinalizando
Abril/ 2010	RV0	S1	27/3 a 2/4	-	63	29/5 a 4/6
	RV1	S2	3/4 a 9/4	-	63	5/6 a 11/6
	RV2	S3	10/4 a 16/4	-	63	12/6 a 18/6
	RV3	S4	17/4 a 23/4	-	63	19/6 a 25/6
	Rv4	S5	24/4 a 30/4	-	63	26/6 a 2/7
Maio/ 2010	Rv0	S1	1/5 a 7/5	-	63	3/7 a 9/7
	Rv1	S2	8/5 a 14/5	-	63	10/7 a 16/7
	Rv2	S3	15/5 a 21/5	-	63	17/7 a 23/7
	Rv3	S4	22/5 a 28/5	-	63	24/7 a 30/7
Junho/ 2010	Rv0	S1	29/5 a 4/6	Abril, rv0	63	31/7 a 6/8
	Rv1	S2	5/6 a 11/6	Abril, rv1	63	7/8 a 13/8
	Rv2	S3	12/6 a 18/6	Abril, rv2	63	14/8 a 20/8
	Rv3	S4	19/6 a 25/6	Abril, rv3	63	21/8 a 27/8
Julho/ 2010	Rv0	S1	26/6 a 2/7	Abril, rv4	63	28/8 a 3/9
	Rv1	S2	3/7 a 9/7	Maio, rv0	63	4/9 a 10/9
	Rv2	S3	10/7 a 16/7	Maio, rv1	63	11/9 a 17/9
	Rv3	S4	17/7 a 23/7	Maio, rv2	63	18/9 a 24/9
	Rv4	S5	24/7 a 30/7	Maio, rv3		

Note que a primeira semana de julho utilizaria o despacho sinalizado para a última semana de junho. Neste caso o usuário teria duas opções:

- Repetir o valor sinalizado para a última semana de junho (já disponível na RV3 de abril);
- Utilizar uma sinalização atualizada, realizando um novo despacho na RV4 de abril para a última semana de junho. Note que a última semana de junho não seria alterada, esta última sinalização na revisão 4 serviria apenas para indicar um valor mais atualizado para a primeira semana de julho.

Para as semanas seguintes do mês de julho, a sinalização seria feita da seguinte forma: na revisão 0 do PMO de maio, é feita a sinalização para a 2ª semana do PMO de julho, e assim por diante, garantindo, dessa forma, o mínimo de 60 dias de antecipação.

Nesta nova proposta de aplicação teríamos então as seguintes situações:

- O número de revisões do caso com mês inicial t é **igual** ao número de semanas no mês $t + k$: na revisão 0 é feita a sinalização da 1ª semana do mês $t + k$, e a cada revisão seguinte i é refeita a sinalização da i -ésima semana do mês $t + k$.
- O número de revisões do caso com mês inicial t é **maior** que o número de semanas no mês $t + k$: na revisão 0 é feita a sinalização da 1ª semana do mês $t + k$, a cada revisão seguinte i é refeita a sinalização da i -ésima semana do mês $t + k$, e nas revisões que excedem o número de semanas do mês $t + k$ **não haveria sinalização no primeiro mês**.
- O número de revisões do caso com mês inicial t é **menor** que o número de semanas no mês $t + k$: **para a primeira semana do mês $t + k$, repete-se a sinalização realizada para a**

última semana do mês $t+k-1$, e a cada revisão seguinte i é refeita a sinalização a i -ésima +1 semana do mês $t + k$.